

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Modelagem numérica de feixes ópticos gerados por
cadeias de fendas circulares

São Luís
2009

EDUARDO HENRIQUE ALBUQUERQUE DO NASCIMENTO

**MODELAGEM NUMERICA DE FEIXES ÓPTICOS GERADOS POR CADEIAS
DE FENDAS CIRCULARES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Física da Universidade Federal do Maranhão para obtenção do título de mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alberto Carneiro
Feitosa.

São Luís
2009

Nascimento, Eduardo Henrique Albuquerque do
Modelagem numérica de feixes ópticos gerados por cadeias de fendas
circulares / Eduardo Henrique Albuquerque do Nascimento. – São Luís,
2009.

115 f.

Impresso por computador (fotocópia)

Orientador: Carlos Alberto Carneiro Feitosa.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Maranhão,
Programa de Pós-graduação em Física, 2009-08-04

1. Óptica – Interferência 2. Óptica – Difração 3. Cadeia de fendas
I. Título

CDU 535.4

EDUARDO HENRIQUE ALBUQUERQUE DO NASCIMENTO

**MODELAGEM NUMERICA DE FEIXES ÓPTICOS GERADOS POR CADEIAS
DE FENDAS CIRCULARES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Física da Universidade Federal do Maranhão para obtenção do título de mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alberto Carneiro
Feitosa.

Aprovada em / /

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Carlos Alberto Carneiro Feitosa (Orientador)
Departamento de Física
Universidade Federal do Maranhão

Prof. Dr. Humberto Filomeno da Silva Filho.
Departamento de Física.
Universidade Federal do Maranhão.

Prof. Dr. Kleber Zuza Nóbrega.
Departamento de Eletro-Eletrônica.
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão.

Dedicatória

Aos meus pais Bonifácio e Fátima

Aos meus irmãos Alexandre e Isabele

À Alexsandra

*“Você, que tem idéias tão modernas
é o mesmo homem que vivia nas cavernas...”*

Humberto Gessinger

Agradecimentos

Agradeço primeiramente à Deus por me dar força para prosseguir nos momentos de dificuldade.

Aos meus pais que sempre estiveram ao meu lado, em cada momento da minha vida, me aconselhando e incentivando.

À Alessandra A. Silva por toda a ajuda, compreensão e paciência fazendo parte da minha vida.

Ao Professor Dr. Carlos Alberto Carneiro Feitosa pelo seu trabalho de orientação, apoio e amizade que serão lembradas pelo resto da minha vida.

Aos professores do departamento de Física pela amizade apoio e incentivo na minha formação acadêmica.

Aos amigos Aline, Frank, Cleiton, Edvan, Nobuyuki, Márcio José, Alberto, Márcio Keiton, Ozimo, Lucena, Luzinete, Antônio Marques, Marcos, Arivaldo, Sônia, Paulo, Nilton, Janilson, enfim, a todos.

Aos amigos de laboratório, Nívea Fernanda e Carlisson.

A todos da coordenação de pós-graduação em Física.

Por fim, à CAPES, FAPEMA e CNPQ pelo apoio financeiro.

RESUMO

Estudo de feixes gerados por difração em arranjos de várias fendas circulares, aqui denominadas de cadeias. Essas cadeias podem ser abertas ou fechadas e as fendas circulares ter seus centros posicionados ao longo de uma curva geratriz que definirá o formato da cadeia. Se os centros das fendas circulares estiverem distribuídos ao longo de uma circunferência, a cadeia é denominada cadeia circular e a curva geratriz será a circunferência. As cadeias de fendas também podem ser formadas por fendas de raios diferentes e podem ser organizadas periodicamente. Outro aspecto importante das cadeias de fendas circulares é a possibilidade de introduzir um defeito na cadeia. Esses defeitos podem ser fendas com um diâmetro diferente das demais ou a ausência de uma fenda. A difração pode ser afetada pela presença de aleatoriedade no arranjo das fendas. Cadeias de fendas circulares podem conter aleatoriedade no raio da circunferência geratriz, na posição dos centros e nos raios das fendas circulares. No caso de cadeias concêntricas os centros das cadeias podem estar distribuídos aleatoriamente. No caso de cadeias formadas por mais de um tipo de fenda circular, essas fendas podem ser organizadas aleatoriamente ao longo da circunferência geratriz. Essas possibilidades podem ocorrer simultaneamente num arranjo de fendas circulares. Neste trabalho foi realizado o estudo numérico da difração por cadeias circulares de fendas circulares, periódicas, com defeitos e aleatoriedade que se interceptam em um ponto.

Palavras-chave: Óptica, Interferência, Difração, Cadeia de fendas.

Abstract

The proposal of this work is the beam study generated for diffraction in arrangements of some circular cracks, called here of chains. These chains can be opened or closed and the circular cracks to have its centers located throughout a curve generator that will define the format of the chain. If the centers of the circular cracks will be distributed throughout a circumference, the chain is called circular chain and the curve generator will be the circumference. The chains of cracks also can be formed by cracks of different rays and can periodically be organized. Another important aspect of the circular chains of cracks is the possibility to introduce a defect in the chain. These defects can excessively be cracks with a different diameter or the absence of a crack. The diffraction can be affected by the presence of random in the arrangement of the cracks. Circular chains of cracks can contain random in the ray of the circumference generator, in the position of the centers and the rays of the circular cracks. In the case of concentric chains the centers of the chains can be distributed randomly. In the case of formed chains for more than a circular type of crack, these cracks can randomly be organized throughout the circumference generator. These possibilities can occur simultaneously in an arrangement of circular cracks. In this work was carried through the numerical study of the diffraction for circular chains of circular cracks, periodic, with defects and random that if they intercept in a point.

Keywords: Optics, Interference, Diffraction, Chain of cracks.

Sumário

1 Introdução	1
2 Metodologia	5
2.1 Teoria escalar da difração.....	5
2.2 Relação de Difração de Fresnel-Kirchhoff.....	9
2.3 Difração de Fraunhofer.....	10
2.3.1 Difração formada por uma fenda circular.....	13
2.4 Princípio de fase estacionária.....	17
2.5 Algoritmo.....	20
3 Resultados e discussões	26
3.1 Padrão de difração em função do raio interno de uma coroa circular.....	27
3.2 Padrão de difração formado pela interferência de duas fendas e duas coroas.....	32
3.3 Padrão de difração formado pela interferência de três fendas e três coroas.....	36
3.4 Padrão de difração gerado por uma cadeia de fendas e coroas.....	37
3.5 Fase.....	41
3.6 Comparação entre uma coroa, uma cadeia de dez fendas e uma cadeia de dez Coroas.....	45
3.7 Padrão de difração de uma cadeia de coroas em função do raio interno das Coroas.....	47
3.8 Defeitos.....	50
3.9 Cadeias com duas geratrizes.....	57
3.10 Cadeias com três geratrizes.....	65

3.11 Cadeias com duas e três geratrizes com alteração na fase inicial.....	69
3.12 Excentricidade das cadeias.....	75
3.13 Duas geratrizes com centros não coincidentes.....	79
3.14 Crescimento linear do raio externo da fenda elementar em função do raio da geratriz.....	82
4 Conclusões	83
Apêndices	86

Lista de figuras

Figura 2.1	Considerações iniciais sobre difração.....	06
Figura 2.2	Superfícies importantes para difração.....	08
Figura 2.3	Esquema mostrando uma fenda para representação da difração de Fraunhofer.....	09
Figura 2.4	Esquema mostrando uma fenda circular para representação da difração de Fraunhofer.....	13
Figura 2.5	Intensidade normalizada para uma fenda circular de raio igual à 1mm.....	16
Figura 2.6	Princípio de Huygens-Fresnel.....	17
Figura 3.1	Configuração dos planos de difração com coroas de raio externo igual à $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno: (a) zero; (b) $25 \times 10^{-6} m$; (c) $50 \times 10^{-6} m$ e (d) $75 \times 10^{-6} m$	20
Figura 3.2	Comparação entre os perfis de intensidade gerados por coroas circulares com raio externo igual $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno: (a) zero; (b) $25 \times 10^{-6} m$; (c) $50 \times 10^{-6} m$ e (d) $75 \times 10^{-6} m$, medidos em $z = 150 \times 10^{-3} m$	21
Figura 3.3	Comparação entre os perfis de intensidade gerados por coroas circulares com raio externo igual $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno: (a) zero; (b) $25 \times 10^{-6} m$; (c) $50 \times 10^{-6} m$ e (d) $75 \times 10^{-6} m$, vistos no plano de propagação XZ, medidos de $z = 4,5 \times 10^{-3} m$ até $z = 150 \times 10^{-3} m$	22
Figura 3.4	Intensidade de pico gerada por coroas circulares de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno: (a) zero; (b) $25 \times 10^{-6} m$; (c) $50 \times 10^{-6} m$ e (d) $75 \times 10^{-6} m$ em função de z , medida entre $z = 4,5 \times 10^{-3} m$ e $z = 150 \times 10^{-3} m$	23

Figura 3.5	Variação da largura de pico em função da distância no eixo z , gerada por coroas circulares de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno: (a) zero; (b) $25 \times 10^{-6} m$; (c) $50 \times 10^{-6} m$ e (d) $75 \times 10^{-6} m$, medida entre $z = 4,5 \times 10^{-3} m$ e $z = 150 \times 10^{-3} m$	24
Figura 3.6	Configuração da fase no plano de propagação XZ, gerada por coroas circulares de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno: (a) zero; (b) $25 \times 10^{-6} m$; (c) $50 \times 10^{-6} m$ e (d) $75 \times 10^{-6} m$, medida entre $z = 4,5 \times 10^{-3} m$ e $z = 150 \times 10^{-3} m$	25
Figura 3.7	(a) Duas fendas elementares com raio de $100 \times 10^{-6} m$ e (b) duas coroas com raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$, ambas separadas por uma distância igual á $2 \times \text{raio da fenda elementar}$	26
Figura 3.8	Padrão de difração gerado pela configuração de fendas (a) e coroas (b) mostradas na figura 3.7 medido em $z = 150 \times 10^{-3} m$	27
Figura 3.9	Intensidade do feixe durante a propagação ao longo da direção z de uma cadeia formada por (a) duas fendas de raio $100 \times 10^{-6} m$ separadas por uma distância de $2 \times 10^{-4} m$ e (b) duas coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$ também separas por uma distância de $2 \times 10^{-4} m$, medida de $z = 4,5 \times 10^{-3} m$ até $z = 150 \times 10^{-3} m$	28
Figura 3.10	Três fendas com raio de $100 \times 10^{-6} m$ e três coroas com raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$	29
Figura 3.11	Padrão de difração gerado pela configuração de fendas (a) e coroas (b) mostradas na figura 3.11 medido em $z = 150 \times 10^{-3} m$	29
Figura 3.12	(a) Cadeia de fendas com raio de $100 \times 10^{-6} m$ formando uma geratriz de raio igual á $2,7 \times \text{raio da fenda elementar}$, e (b) cadeia de coroas com raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$ formando uma geratriz de raio também igual a $2,7 \times \text{raio da fenda elementar}$	30
Figura 3.13	Padrão de difração gerado pela configuração de fendas (a) e coroas (b)	

	mostradas na figura 3.14 medido em $z = 150 \times 10^{-3} m$	30
Figura 3.14	Intensidade do feixe durante a propagação ao longo da direção z de uma cadeia formada por (a) oito fendas elementares de raio $100 \times 10^{-6} m$ com raio da geratriz igual a $2,6 \times \text{raio da fenda elementar}$ e (b) oito coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$ com mesmo raio da geratriz, medida de $z = 6 \times 10^{-3} m$ até $z = 150 \times 10^{-3} m$	31
Figura 3.15	Intensidade de pico durante a propagação ao longo da direção z de uma cadeia formada por (a) oito fendas elementares de raio $100 \times 10^{-6} m$ com raio da geratriz igual a $2,6 \times \text{raio da fenda elementar}$ e (b) oito coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$ com mesmo raio da geratriz, medida de $z = 6 \times 10^{-3} m$ até $z = 300 \times 10^{-3} m$	32
Figura 3.16	Variação da largura de pico em função da distância no eixo z durante a propagação ao longo da direção z de uma cadeia formada por (a) oito fendas elementares de raio $100 \times 10^{-6} m$ com raio da geratriz igual a $2,6 \times \text{raio da fenda elementar}$ e (b) oito coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$ com mesmo raio da geratriz, medida de $z = 6 \times 10^{-3} m$ até $z = 300 \times 10^{-3} m$	33
Figura 3.17	(a) Cadeia formada por 6 fendas de raio $100 \times 10^{-6} m$ e (b) máscara de fase, onde a onda plana incidente varia linearmente de $0,8\pi$ em cada fenda.....	34
Figura 3.18	Padrão de difração gerado por uma cadeia formada por 6 fendas de raio $100 \times 10^{-6} m$, medido em (a) $z = 150 \times 10^{-3} m$, (b) $z = 151 \times 10^{-3} m$, (c) $z = 152 \times 10^{-3} m$ e (d) $z = 153 \times 10^{-3} m$, com fase inicial da onda plana incidente igual a $0,8\pi$, medido em $z = 150 \times 10^{-3} m$	35
Figura 3.19	Configuração da fase no plano XY gerado por uma cadeia formada por 6 fendas de raio $100 \times 10^{-6} m$, medido em (a) $z = 150 \times 10^{-3} m$, (b) $z = 151 \times 10^{-3} m$, (c) $z = 152 \times 10^{-3} m$ e (d) $z = 153 \times 10^{-3} m$, com fase inicial da onda plana incidente igual a $0,8\pi$, medido em $z = 150 \times 10^{-3} m$	36
Figura 3.20	Padrões de difração devido à interferência de oito fendas (c) e oito coroas (d)	

	sem diferença de fase entre os elementos da cadeia. Padrões de difração devido à interferência de oito fendas (e) e oito coroas (f) com fase inicial da onda plana incidente igual a $0,8\pi$, medido em $z = 150 \times 10^{-3} m$	37
Figura 3.21	(a) Fenda elementar de raio $4,5 \times 10^{-4} m$. (b) Coroa de raios externo e interno $4,5 \times 10^{-4} m$ e $3,5 \times 10^{-4} m$, respectivamente. (c) Cadeia de fendas com raio de $100 \times 10^{-6} m$ e raio da geratriz igual à $4,5 \times 10^{-4} m$. (d) Cadeia de coroas com raios externo e interno de $100 \times 10^{-6} m$ e $80 \times 10^{-6} m$, respectivamente.....	39
Figura 3.22	Padrões de difração gerados pelas cadeias mostradas na figura 3.21.....	40
Figura 3.23	Cadeias de 10 coroas com raio externo de $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno de (a) $10 \times 10^{-6} m$, (b) $20 \times 10^{-6} m$, (c) $30 \times 10^{-6} m$, (d) $40 \times 10^{-6} m$, (e) $50 \times 10^{-6} m$, (f) $60 \times 10^{-6} m$, (g) $70 \times 10^{-6} m$ e (h) $80 \times 10^{-6} m$	41
Figura 3.24	Padrões de difração gerados por cadeias de coroas com raio externo de $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno de (a) $10 \times 10^{-6} m$, (b) $20 \times 10^{-6} m$, (c) $30 \times 10^{-6} m$ e (d) $40 \times 10^{-6} m$, medido em $z = 150 \times 10^{-3} m$	42
Figura 3.25	Padrões de difração gerados por cadeias de coroas com raio externo de $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno de (a) $50 \times 10^{-6} m$, (b) $60 \times 10^{-6} m$, (c) $70 \times 10^{-6} m$ e (d) $80 \times 10^{-6} m$, medido em $z = 150 \times 10^{-3} m$	43
Figura 3.26	Padrão de difração gerado por uma cadeia de 10 fendas com raio de $100 \times 10^{-6} m$, com raio da geratriz sendo igual a $3,3 \times \text{raio da fenda elementar}$ e a exclusão de um elemento da cadeia, medido em $z = 200 \times 10^{-3} m$	44
Figura 3.27	Padrão de difração gerado por uma cadeia de 10 coroas com raio externo de $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$, com raio da geratriz sendo igual a $3,3 \times \text{raio da fenda elementar}$ e a exclusão de um elemento da cadeia, medido em $z = 200 \times 10^{-3} m$	45

Figura 3.28	Padrão de difração gerado por uma cadeia de 10 fendas com raio elementar de $100 \times 10^{-6} m$, com raio da geratriz sendo igual a $3,3 \times \text{raio da fenda elementar}$ e a inclusão de um elemento com raio igual $0,5 \times \text{raio da fenda elementar}$ na cadeia, medido em $z = 200 \times 10^{-3} m$	46
Figura 3.29	Padrão de difração gerado por uma cadeia de 10 coroas com raio externo de $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$, com raio da geratriz sendo igual a $3,3 \times \text{raio da fenda elementar}$ e a inclusão de um elemento com raio igual $0,5 \times \text{raio da fenda elementar}$ na cadeia, medido em $z = 200 \times 10^{-3} m$	47
Figura 3.30	Padrão de difração gerado por uma cadeia de nove fendas com raio de $100 \times 10^{-6} m$, com raio da geratriz sendo igual a $3,6 \times \text{raio da fenda elementar}$ e a inclusão de uma fenda com raio igual à $1,5 \times \text{raio da fenda elementar}$ medido em $z = 150 \times 10^{-6} m$	48
Figura 3.31	Padrão de difração gerado por uma cadeia de 9 coroas com raio interno de $80 \times 10^{-6} m$ e externo de $100 \times 10^{-6} m$ com raio da geratriz sendo igual a $3,6 \times \text{raio da fenda elementar}$ e a inclusão de uma fenda com raio igual à $1,5 \times \text{raio da fenda elementar}$ medido em $z = 150 \times 10^{-6} m$	49
Figura 3.32	Figura 3.34. Cadeias formadas por duas geratrizes, cada uma composta de 10 fendas de raio elementar $100 \times 10^{-6} m$ (a) e 10 coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e interno $80 \times 10^{-6} m$ (b), com raio da primeira geratriz sendo igual a $3,3 \times \text{raio da fenda elementar}$, e o espaçamento entre as geratrizes igual $2,5 \times \text{raio da fenda elementar}$. (c) Padrão de difração gerado pela cadeia de fendas e (d) pela cadeia de coroas medido em $z = 200 \times 10^{-3} m$	51
Figura 3.33	Intensidade do feixe durante a propagação ao longo da direção z de uma cadeia formada por (a) duas geratrizes de dez fendas elementares de raio $100 \times 10^{-6} m$ com raio da geratriz igual a $3,2 \times \text{raio da fenda elementar}$ e espaçamento entre as geratrizes de $2,5 \times \text{raio da fenda elementar}$ e (b) dez coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$ com mesmo raio da geratriz, medida de $z = 10 \times 10^{-3} m$ até $z = 150 \times 10^{-3} m$	51

- Figura 3.34 Intensidade de pico durante a propagação ao longo da direção z de uma cadeia formada por (a) duas geratrizes de dez fendas elementares de raio $100 \times 10^{-6} m$ com raio da geratriz igual a $3,2 \times \text{raio da fenda elementar}$ e espaçamento entre as geratrizes de $2,5 \times \text{raio da fenda elementar}$ e (b) dez coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$ com mesmo raio da geratriz, medida de $z = 10 \times 10^{-3} m$ até $z = 150 \times 10^{-3} m$ 53
- Figura 3.35 Configuração da fase no plano de propagação XZ, gerada uma cadeia formada por (a) duas geratrizes de dez fendas elementares de raio $100 \times 10^{-6} m$ com raio da geratriz igual a $3,2 \times \text{raio da fenda elementar}$ e espaçamento entre as geratrizes de $2,5 \times \text{raio da fenda elementar}$ e (b) dez coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$ com mesmo raio da geratriz, medida de $z = 10 \times 10^{-3} m$ até $z = 150 \times 10^{-3} m$ 54
- Figura 3.36 Cadeias formadas por duas geratrizes, uma composta de 10 fendas e outra de 17 fendas de raio elementar $100 \times 10^{-6} m$ (a) e duas geratrizes de 10 e 17 coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e interno $80 \times 10^{-6} m$ (b), com raio da primeira geratriz sendo igual a $3,3 \times \text{raio da fenda elementar}$, e o espaçamento entre as geratrizes igual $2,5 \times \text{raio da fenda elementar}$. (c) Padrão de difração gerado pela cadeia de fendas e (d) pela cadeia de coroas medido em $z = 200 \times 10^{-3} m$ 55
- Figura 3.37 Intensidade do feixe durante a propagação ao longo da direção z de uma cadeia formada por (a) duas geratrizes de dez fendas elementares de raio $100 \times 10^{-6} m$ com raio da geratriz igual a $3,2 \times \text{raio da fenda elementar}$ e espaçamento entre as geratrizes de $2,5 \times \text{raio da fenda elementar}$ ajustada para que não haja espaço entre as fendas e (b) dez coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$ com mesmo raio da geratriz, medida de $z = 10 \times 10^{-3} m$ até $z = 300 \times 10^{-3} m$ 55
- Figura 3.38 Intensidade de pico durante a propagação ao longo da direção z de uma cadeia formada por (a) duas geratrizes, uma de dez fendas elementares de raio $100 \times 10^{-6} m$ e outra com 17 fendas, com raio da geratriz igual a $3,2 \times \text{raio da fenda elementar}$ e espaçamento entre as geratrizes de

- 2,5×raio da fenda elementar e (b) duas geratrizes, uma de dez coroas de raio externo $100\times 10^{-6}m$ e raio interno $80\times 10^{-6}m$ e outra com 17 coroas, com mesmo raio da geratriz, medida de $z = 10\times 10^{-3}m$ até $z = 300\times 10^{-3}m$ 57
- Figura 3.39 Configuração da fase no plano de propagação XZ, gerada por uma cadeia formada por (a) duas geratrizes, uma de dez fendas elementares de raio $100\times 10^{-6}m$ e outra com 17 fendas, com raio da geratriz igual a $3,2\times$ raio da fenda elementar e espaçamento entre as geratrizes de $2,5\times$ raio da fenda elementar e (b) duas geratrizes, uma de dez coroas de raio externo $100\times 10^{-6}m$ e raio interno $80\times 10^{-6}m$ e outra com 17 coroas, com mesmo raio da geratriz, medida de $z = 10\times 10^{-3}m$ até $z = 300\times 10^{-3}m$ 58
- Figura 3.40 Cadeias formadas por três geratrizes, cada uma composta de 10 fendas de raio elementar $100\times 10^{-6}m$ (a) e 10 coroas de raio externo $100\times 10^{-6}m$ e interno $80\times 10^{-6}m$ (b), com raio da primeira geratriz sendo igual a $3,3\times$ raio da fenda elementar, e o espaçamento entre as geratrizes igual $2,5\times$ raio da fenda elementar. (c) Padrão de difração gerado pela cadeia de fendas e (d) pela cadeia de coroas medido em $z = 200\times 10^{-3}m$ 59
- Figura 3.41 Intensidade do feixe durante a propagação ao longo da direção z de uma cadeia formada por (a) três geratrizes de dez fendas elementares de raio $100\times 10^{-6}m$ com raio da primeira geratriz igual a $3,2\times$ raio da fenda elementar e espaçamento entre as geratrizes de $2,5\times$ raio da fenda elementar e (b) dez coroas de raio externo $100\times 10^{-6}m$ e raio interno $80\times 10^{-6}m$ com mesmo raio da geratriz, medida de $z = 10\times 10^{-3}m$ até $z = 300\times 10^{-3}m$ 60

- Figura 3.42 Configuração da fase no plano de propagação XZ, gerada uma cadeia formada por (a) três geratrizes de dez fendas elementares de raio $100 \times 10^{-6} m$ com raio da geratriz igual a $3,2 \times \text{raio da fenda elementar}$ e espaçamento entre as geratrizes de $2,5 \times \text{raio da fenda elementar}$ e (b) dez coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$ com mesmo raio da geratriz, medida de $z = 10 \times 10^{-3} m$ até $z = 300 \times 10^{-3} m$ 61
- Figura 3.43 Cadeias formadas por três geratrizes, compostas de 10, 17 e 24 fendas de raio elementar $100 \times 10^{-6} m$ (a) e três geratrizes de 10, 17 e 24 coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e interno $80 \times 10^{-6} m$ (b), com raio da primeira geratriz sendo igual a $3,3 \times \text{raio da fenda elementar}$, e o espaçamento entre as geratrizes igual $2,5 \times \text{raio da fenda elementar}$. (c) Padrão de difração gerado pela cadeia de fendas e (d) pela cadeia de coroas medido em $z = 200 \times 10^{-3} m$ 62
- Figura 3.44 Cadeias formadas por duas geratrizes, uma composta de 10 fendas e outra de 17 fendas de raio elementar $100 \times 10^{-6} m$ (a) e duas geratrizes de 10 e 17 coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e interno $80 \times 10^{-6} m$ (b), com raio da primeira geratriz igual a $3,3 \times \text{raio da fenda elementar}$, e o espaçamento entre as geratrizes igual $2,5 \times \text{raio da fenda elementar}$. Padrão de difração gerado pela cadeia de fendas medido em $z = 100 \times 10^{-3} m$ (c), $z = 200 \times 10^{-3} m$ (e), $z = 300 \times 10^{-3} m$ (g), $z = 400 \times 10^{-3} m$ (i), e pela cadeia de coroas medido em $z = 100 \times 10^{-3} m$ (d), $z = 200 \times 10^{-3} m$ (f), $z = 300 \times 10^{-3} m$ (h), $z = 400 \times 10^{-3} m$ (j), com fase inicial da onda plana igual a $0,8\pi$ 64
- Figura 3.45 Intensidade do feixe durante a propagação ao longo da direção z de uma cadeia formada por (a) duas geratrizes, uma de dez outra de 17 fendas elementares de raio $100 \times 10^{-6} m$ com raio da geratriz igual a $3,2 \times \text{raio da fenda elementar}$ e espaçamento entre as geratrizes de $2,5 \times \text{raio da fenda elementar}$ e (b) duas geratrizes, uma de dez outra de 17 coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$ com mesmo raio da geratriz, medida de $z = 10 \times 10^{-3} m$ até $z = 300 \times 10^{-3} m$ 65

- Figura 3.46 Cadeias formadas por três geratrizes, uma composta de 10, 17 e 24 fendas de raio elementar $100 \times 10^{-6} m$ (a) e três geratrizes de 10, 17 e 24 coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e interno $80 \times 10^{-6} m$ (b), com raio da primeira geratriz sendo igual a $3,3 \times \text{raio da fenda elementar}$, e o espaçamento entre as geratrizes igual $2,5 \times \text{raio da fenda elementar}$. Padrão de difração gerado pela cadeia de fendas medido em $z = 100 \times 10^{-3} m$ (c), $z = 200 \times 10^{-3} m$ (e), $z = 300 \times 10^{-3} m$ (g), $z = 400 \times 10^{-3} m$ (i), e pela cadeia de coroas medido em $z = 100 \times 10^{-3} m$ (d), $z = 200 \times 10^{-3} m$ (f), $z = 300 \times 10^{-3} m$ (h), $z = 400 \times 10^{-3} m$ (j), com fase inicial da onda plana incidente igual a $0,8\pi$ 67
- Figura 3.47 Intensidade do feixe durante a propagação ao longo da direção z de uma cadeia formada por (a) três geratrizes concêntricas de 10, 17 e 24 fendas elementares de raio $100 \times 10^{-6} m$ com raio da geratriz igual a $3,2 \times \text{raio da fenda elementar}$ e espaçamento entre as geratrizes de $2,5 \times \text{raio da fenda elementar}$ e (b) três geratrizes, de 10, 17 e 24 coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$ com mesmo raio da geratriz, medida de $z = 10 \times 10^{-3} m$ até $z = 300 \times 10^{-3} m$ 68
- Figura 3.48 Deslocamento de $2,5 \times 10^{-1} \times \text{raio interno}$ do centro da circunferência interna em relação à externa numa coroa com raio externo de $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno de $80 \times 10^{-6} m$ (a) e deslocamento de $-2,5 \times 10^{-1} \times \text{raio interno}$ (b), no eixo x . (c) Padrão de difração gerado pela fenda (a), e (d) padrão de difração gerado pela fenda (b) medidos em $z = 200 \times 10^{-3} m$ 69
- Figura 3.49 Deslocamento de $2,5 \times 10^{-1} \times \text{raio interno}$ do centro da circunferência interna em relação à externa numa coroa com raio externo de $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno de $80 \times 10^{-6} m$ (a) e deslocamento de $-2,5 \times 10^{-1} \times \text{raio interno}$ (b), no eixo y . (c) Padrão de difração gerado pela fenda (a), e (d) padrão de difração gerado pela fenda (b) medidos em $z = 200 \times 10^{-3} m$ 70
- Figura 3.50 Deslocamento de $2,5 \times 10^{-1} \times \text{raio interno}$ do centro de cada circunferência interna em relação à externa numa cadeia de coroas com raio externo de

	$100 \times 10^{-6} m$ e raio interno de $80 \times 10^{-6} m$ no eixo y , medidos em $z = 150 \times 10^{-3} m$	71
Figura 3.51	Cadeia de coroas com deslocamento de $2,5 \times 10^{-1} \times \text{raio interno}$ em função do ângulo do centro das fendas medido em $z = 150 \times 10^{-3} m$	72
Figura 3.52	Comparação entre uma cadeia de fendas com duas geratrizes com centros das geratrizes coincidindo (a) e uma cadeia de fendas com raio de $100 \times 10^{-6} m$ com duas geratrizes com deslocamento do centro da geratriz interna em relação à externa (b).....	73
Figura 3.53	Comparação entre uma cadeia de coroas com duas geratrizes com centros das geratrizes coincidindo (a) e uma cadeia de coroas com raio externo de $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno de $80 \times 10^{-6} m$ com duas geratrizes com deslocamento do centro da geratriz interna em relação à externa (b).....	74
Figura 3.54	Cadeira com duas geratrizes de oito coroas. Geratriz interna com coroas de raio interno $80 \times 10^{-6} m$ e raio externo $100 \times 10^{-6} m$. E a geratriz externa com coroas de raio interno também de $80 \times 10^{-6} m$ e raio externo de $200 \times 10^{-6} m$, medido em $z = 200 \times 10^{-3} m$	75

Capítulo 1

Introdução

Muitos fenômenos observáveis em nossa vida diária indicam que a luz se propaga de forma retilínea. Este é o domínio da óptica geométrica, e grande parte dos instrumentos óticos comuns como óculos, lupas, telescópios, microscópios, etc, faz uso dessa idéia. Porém, foi observado por Francesco Maria Grimaldi, no livro *Physicomathesis de Lumine, Coloribus et Iride (Tese Psicossomática da Luz, Cores e Arco-íris)*, publicado postumamente em 1665 que, quando um pequeno orifício num anteparo opaco é iluminado por um feixe paralelo de luz monocromática, e a distância R ao anteparo de observação é suficientemente grande, verifica-se que a luz penetra na região de sombra geométrica, com o aparecimento de franjas claras e escuras na vizinhança do limite da sombra [1]. Como sabemos a radiação que incide num material atua, de alguma forma, sobre os constituintes do material, e sempre há algum tipo de reemissão de radiação. A radiação reemitida não necessariamente tem que ter as mesmas características da radiação inicial, de modo que fenômenos interessantes podem acontecer, como esse observado por Grimaldi. Esse é um exemplo onde ocorre o fenômeno de difração, no qual os raios de luz se “curvam” ao passarem por obstáculos, podendo atingir regiões proibidas pela óptica geométrica.

Historicamente, os efeitos de difração estão associados com essa violação da propagação retilínea da luz e esses efeitos são mais aparentes quando as dimensões do orifício são comparáveis com o comprimento de onda. Por essa razão, o fenômeno da difração é mais apreciável em ondas grandes como o som, do que em ondas ópticas.

É costume classificar os fenômenos de difração em duas categorias, conforme a distância R entre o objeto difratante e o anteparo de observação. Para distâncias não excessivamente grandes a imagem observada preserva semelhança com a forma geométrica do objeto, embora apareça rodeada por franjas claras e escuras. Nesse caso dizemos que se trata de difração de Fresnel. Já quando R for suficientemente grande, ou seja, $R \rightarrow \infty$, o resultado passa a depender apenas da direção de observação, e não guarda mais semelhança com a forma geométrica do objeto. Esse é um exemplo de difração de Fraunhofer.

A pesquisa em óptica difrativa usa técnicas que modificam um feixe de luz para criar uma nova fonte luminosa. Com isso é possível desenvolver tecnologias para fabricar novos microcircuitos optoeletrônicos, como fotodetectores de câmaras fotográficas digitais, além de confeccionar hologramas impressos em cartões de crédito, por exemplo, ou ainda criar imagens artísticas e publicitárias [2]. Isso é feito com a utilização dos chamados elementos ópticos difrativos (EODs) que pertencem a uma classe relativamente recente de dispositivos ópticos que operam através do princípio de difração e aproveitam a luz difratada [3, 4]. Os elementos ópticos difrativos (EODs) compõe uma nova classe de sistemas ópticos que operam através do princípio de difração e aproveitam a luz difratada. Tais componentes são muito mais eficientes que os componentes ópticos clássicos e são usados para manipular a amplitude, a fase e a polarização de uma frente de onda [5].

Os EODs podem desempenhar a maioria das funções fornecidas por um sistema óptico convencional, podendo ser aplicado em [6]:

- Óculos de visão noturna;
- Comunicação óptica;
- Discos compactos;
- Scanner difrativo;
- Na arte;

Existem também situações nas quais os efeitos da difração não são percebidos. Esse é o domínio da óptica não-difrativa, que nasceu a partir dos trabalhos de J. Durnin e colaboradores [7]. Os chamados feixes não-difrativos possuem propriedades bastantes particulares, que podem possibilitar diversas aplicações desde pinças ópticas [8, 9, 10] até computação quântica [11].

Nossa proposta é utilizar cadeias de fendas circulares para a modelagem numérica dos padrões de difração. Nessas cadeias, as fendas circulares têm seus centros posicionados ao longo de uma curva geratriz que definirá o formato da cadeia. Se os centros das fendas circulares estiverem distribuídos ao longo de uma circunferência, a cadeia é denominada de cadeia circular e a curva geratriz será a circunferência. Cadeias circulares com raios diferentes podem ser dispostas com os centros coincidindo e cada cadeia pode ser composta por fendas circulares distintas que podem ser organizadas periodicamente. Outros aspectos importantes das cadeias de fendas circulares é a possibilidade de introduzir defeitos e aleatoriedade. Os defeitos podem ser fendas com um diâmetro diferente das demais ou a ausência de uma fenda. Cadeias de fendas circulares podem conter aleatoriedade no raio da circunferência geratriz, na posição dos centros e nos raios das fendas circulares e no caso de cadeias concêntricas os centros podem estar

distribuídos aleatoriamente. No caso de cadeias formadas por mais de um tipo de fenda circular, essas fendas podem ser organizadas aleatoriamente ao longo da circunferência geratriz. Essas possibilidades podem ocorrer simultaneamente num arranjo de fendas circulares e serão avaliadas neste trabalho.

Quanto à organização do trabalho, no Capítulo 2 é apresentada a fundamentação teórica referente à teoria escalar da difração, onde é feito todo o desenvolvimento matemático para a obtenção da equação que descreve a onda após o anteparo. Ainda nesse capítulo, é explicado o funcionamento do programa desenvolvido. Logo em seguida, nos Capítulos 3 e 4 são apresentados os resultados e as conclusões.

Capítulo 2

Metodologia

2.1 - Teoria escalar da Difração

A Teoria escalar da difração ou teoria da difração de Fresnel-Kirchoff é um modelo matemático para a difração cujos resultados descrevem a onda após o anteparo como uma superposição (integral) de todas as ondas esféricas pontuais presentes na região da abertura. Neste sentido ela é uma representação matemática do Princípio de Huygens.

Como consequência dessa teoria ser uma soma sobre as ondas presentes na área da abertura, os campos difratados por orifícios complementares terão campos iguais e de sinais contrários de forma que sua soma seja nula. Como a intensidade da radiação é proporcional ao módulo quadrado dos campos, isto implica que o padrão de difração resultante de aberturas complementares é idêntico. Este resultado é chamado Princípio de Babinet [12].

A teoria escalar da difração procura encontrar a forma desses campos difratados e para isso, parte do fato de que a propagação de ondas de luz pelo espaço é descrita pela equação de Helmholtz [13, 14, 15]:

$$\nabla^2 \Psi + k^2 \Psi = 0 \quad (2.1)$$

Introduzindo uma função de Green $G(\vec{r})$ para resolver a equação de Helmholtz, temos:

$$\nabla^2 G + k^2 G = -\delta(\vec{r} - \vec{r}'') \quad (2.2)$$

Agora vamos fazer algumas considerações à respeito do fenômeno de difração utilizando a

Figura 2.1 abaixo:

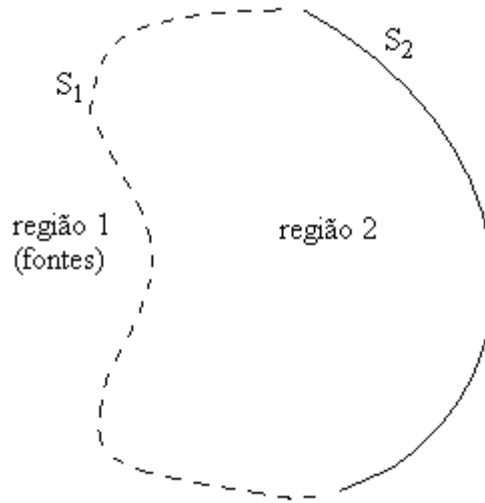


Figura 2.1. Considerações iniciais sobre difração.

Na região 1 estão as fontes de radiação, que interagem com a superfície 1 e o resultado dessa interação são campos que se propagam na região 2. Vamos relacionar os campos na região 2 com a superfície S_1 ou com os campos na região 1, considerando que os campos tenham uma dependência temporal descrita por uma função harmônica, do tipo $e^{-i\omega t}$. Na nossa representação, o termo $\vec{r}''$ indica posições no volume da região 2.

Considerando agora o teorema de Green:

$$\int_v (\Psi \nabla^2 \Phi - \Phi \nabla^2 \Psi) dv = \oint_s (\Psi \nabla \Phi - \Phi \nabla \Psi) \hat{n} dA \quad (2.3)$$

Onde o operador ∇ age nas coordenadas com duas linhas. Agora substituindo Ψ e G das equações (2.1) e (2.2) no teorema de Green, fazendo $G = \Phi$, temos:

$$\int_v (\Psi \nabla^2 G - G \nabla^2 \Psi) dv = \oint_s (\Psi \nabla G - G \nabla \Psi) \hat{n} dA \quad (2.4)$$

Substituindo as expressões (2.1) e (2.2) em (2.4), temos:

$$-\Psi(\vec{r}) = \oint_s (\Psi \nabla G - G \nabla \Psi) \hat{n} dA \quad (2.5)$$

Definindo um normal $n' = -\hat{n}$, que aponta para dentro do volume e não para fora, temos:

$$\Psi(\vec{r}) = \oint_s (\Psi \nabla G - G \nabla \Psi) \hat{n}' dA \quad (2.6)$$

A função de Green que satisfaz o problema de ondas se propagando a partir de um ponto é:

$$G(\vec{r}, \vec{r}'') = \frac{e^{ik|\vec{r} - \vec{r}''|}}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}''|} \quad (2.7)$$

Fazendo $|\vec{r} - \vec{r}''| = R$, temos:

$$G(\vec{r}, \vec{r}'') = \frac{e^{ikR}}{4\pi R} \quad (2.8)$$

Substituindo (2.8) em (2.6), temos (Apêndice A):

$$\Psi(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi} \oint_s \left[\Psi ik \frac{e^{ikR}}{R} \left(1 - \frac{1}{ikR} \right) \hat{R} + \left(\frac{e^{ikR}}{R} \right) \nabla \Psi \right] \hat{n} dA \quad (2.9)$$

Essa relação é chamada de teorema integral de Helmholtz-Kirchhoff e forma a base da teoria escalar da difração.

Vamos considerar agora uma situação típica em que a luz incide em uma grande superfície S, com uma ou várias aberturas, e a distribuição de intensidade da luz que passa através das aberturas, isto é, a difração da luz no espaço atrás da superfície é observada, como mostrado no esquema da Figura 2.2.

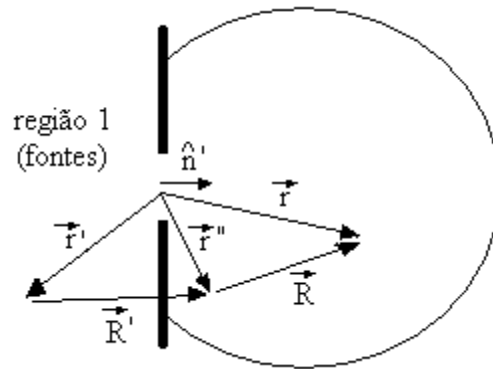


Figura 2.2. Superfícies importantes para difração.

Para uma situação como essa Kirchhoff propôs algumas hipóteses, conhecidas como hipóteses de Kirchhoff para as condições de contorno:

- 1- Nas aberturas Ψ e $\nabla\Psi\hat{n}'$ tem os mesmos valores que teriam na ausência dos obstáculos, já que nessas regiões as ondas se propagam livremente.
- 2- Nas partes opacas da superfície, considera-se que $\Psi = 0$ e $\nabla\Psi\hat{n} = 0$. Entretanto, essa hipótese perde a validade na fronteira entre a tela e o orifício, porque nessa região há passagem da onda e, portanto, Ψ e $\nabla\Psi\hat{n}$ são diferentes de zero. Da mesma forma que a hipótese 1 perde a validade se o tamanho característico do orifício for da mesma ordem do comprimento de onda, pois nesse caso os efeitos da difração se tornam bastante evidentes, o que faz com que Ψ e $\nabla\Psi\hat{n}$ não preservem mais os mesmos valores que teriam na ausência dos obstáculos.

2.2 - Relação de difração de Fresnel-Kirchhoff

Vamos considerar que uma onda esférica seja emitida pelas fontes na região 1.

Neste caso para uma dada posição $\vec{r}''$, temos:

$$\Psi(\vec{r}'') = A \frac{e^{ikR'}}{R'} \quad (2.10)$$

Onde: $R' = |\vec{r}'' - \vec{r}'|$.

Substituindo (2.10) em (2.9), temos (Apêndice B):

$$\Psi(\vec{r}) = -\frac{A}{4\pi} \oint_s ik \frac{e^{ikR}}{R} \frac{e^{ikR'}}{R'} (\cos \theta + \cos \theta') dA \quad (2.11)$$

A equação (2.11) é a relação de difração de Fresnel-Kirchhoff.

No caso particular de uma onda plana com incidência normal, teremos $\theta' = 0$ e a expressão (2.12) fica:

$$\Psi(\vec{r}) = -\frac{Aik}{4\pi} \oint_s \frac{e^{ikR'}}{R'} \frac{e^{ikR}}{R} (1 + \cos \theta) dA \quad (2.13)$$

2.3 - Difração de Fraunhofer

Vamos considerar uma fenda de seção reta qualquer, perpendicular a um determinado eixo, como mostra a Figura 2.3.

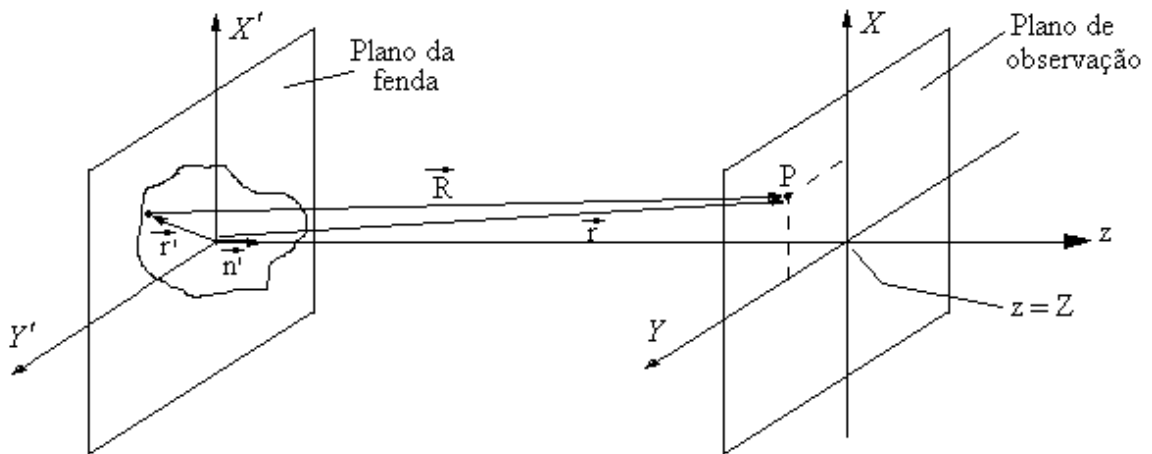


Figura 2.3. Esquema mostrando uma fenda para representação da difração de Fraunhofer.

O plano de fenda situa-se em $z = 0$ e o plano de difração em $z = Z$. Vamos considerar também as seguintes condições:

$$D_f^2 = (x'^2 + y'^2)_{\text{máx}} \ll r^2 \quad (2.14)\text{a}$$

$$D^2 = (x^2 + y^2) \ll r^2 \quad (2.14)\text{b}$$

onde: D_f é o tamanho característico da fenda, D é o tamanho característico da figura de difração e r é a distância entre a origem e o ponto de observação. Nessas condições, o ângulo entre $\vec{R}$ e $\hat{n}'$ é bem pequeno, de forma que o termo $\frac{1}{2}(1 + \cos \theta)$ da Equação (2.13) torna-se aproximadamente um. E podemos fazer $R \approx Z$. Então a Equação (2.13) pode ser escrita da forma:

$$\Psi(x, y) = -\frac{ik}{2\pi} \oint_s A \frac{e^{ikR'}}{R'} \frac{e^{ikR}}{R} \cdot da \quad (2.15)$$

Pela Figura 2.3 vemos que: $\vec{r}' = x'\hat{i} + y'\hat{j}$ e $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + Z\hat{k}$, então:

$$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}' \Rightarrow R = (x - x')\hat{i} + (y - y')\hat{j} + Z\hat{k}$$

$$R = |\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + Z^2} = Z \sqrt{1 + \frac{(x - x')^2}{Z^2} + \frac{(y - y')^2}{Z^2}} \quad (2.16)$$

Como: $\frac{|x - x'|}{Z^2} \ll 1$ e $\frac{|y - y'|}{Z^2} \ll 1$

Então a Equação (2.16) pode ser expandida em série e, portanto:

$$R = Z \left[1 + \frac{(x-x')^2}{Z^2} + \frac{(y-y')^2}{Z^2} \right]^{1/2} = Z + \frac{(x-x')^2 + (y-y')^2}{2Z} \quad (2.17)$$

Substituindo (2.17) em (2.15):

$$\Psi(x, y) = -\frac{ik}{2\pi} \oint_s A \frac{e^{ikR'}}{R'} \frac{e^{\left[ik \left(Z + \frac{(x-x')^2 + (y-y')^2}{2Z} \right) \right]}}{Z} \cdot dx' dy' \quad (2.18)$$

Como:

$$\Psi(x', y') = A \frac{e^{ikR'}}{R'}$$

Então a Equação (2.18) pode ser representada por:

$$\Psi(x, y) = \frac{k}{2\pi i} \frac{e^{ikZ}}{Z} \oint_s \Psi(x', y') \frac{e^{\left\{ ik \left[(x-x')^2 + (y-y')^2 \right] / 2Z \right\}}}{Z} \cdot dx' dy' \quad (2.19)$$

O expoente da exponencial de dentro da integral pode ser escrito da forma:

$$\frac{ik \left[(x-x')^2 + (y-y')^2 \right]}{2Z} = \frac{ik(x^2 + y^2)}{2Z} + \frac{ik(x'^2 + y'^2)}{2Z} - \frac{ik(xx' + yy')}{Z} \quad (2.20)$$

Logo, substituindo (2.20) em (2.19):

$$\begin{aligned}\Psi(x, y) = & \frac{k}{2\pi i} \cdot \frac{\exp(ikZ)}{Z} \cdot \exp\left[\frac{ik(x^2 + y^2)}{2Z}\right] \times \\ & \times \int_{s'} \Psi(x', y') \cdot \exp\left[\frac{ik(x'^2 + y'^2)}{2Z}\right] \cdot \exp\left[\frac{-ik(xx' + yy')}{Z}\right] \cdot dx' dy'\end{aligned}\quad (2.21)$$

2.3.1 - Difração formada por uma fenda circular

A distribuição de intensidade no padrão de difração é determinada pelo quadrado do módulo de $\Psi(x, y)$. Então as exponenciais na frente da integral na Equação (2.21) não afetam a distribuição de intensidade no padrão de difração, pois seu módulo é igual à 1.

Como foi apresentado anteriormente, a condição para difração de Fraunhofer é satisfeita quando a abertura é muito pequena e a distância até o anteparo de observação é muito grande, ou seja, $R \rightarrow \infty$ e portanto, $Z \rightarrow \infty$. Numa situação como esta temos que o termo:

$$\exp\left[ik\frac{(x'^2 + y'^2)}{2Z}\right] \rightarrow 1$$

Logo, a Equação (2.21) fica

$$\Psi(x, y) = \int_{s'} \Psi(x', y') \cdot \exp\left[-ik\frac{(xx' + yy')}{Z}\right] dx' dy' \quad (2.22)$$

Agora vamos considerar uma abertura circular de raio a no plano $X'Y'$ com centro coincidindo com a origem das coordenadas, como mostra a Figura 2.4.

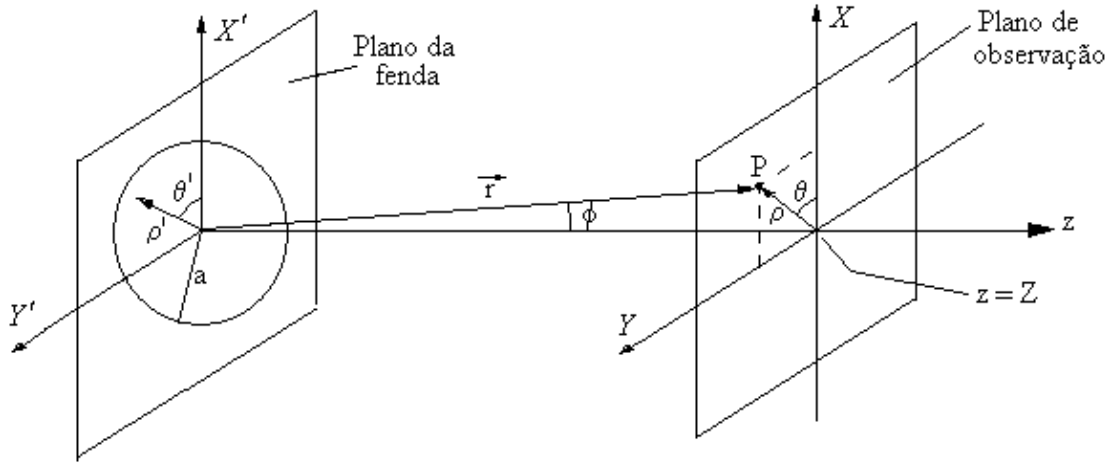


Figura 2.4. Esquema mostrando uma fenda circular para representação da difração de Fraunhofer.

É conveniente usar coordenadas polares para fazer os cálculos no plano da fenda e no plano de difração:

$$x' = \rho' \cos \theta' ; \quad y' = \rho' \sin \theta' ; \quad dx'dy' = \rho'd\rho'd\theta' ; \quad x = \rho \cos \theta ; \quad y = \rho \sin \theta$$

Fazendo essas substituições percebe-se que:

$$(xx' + yy') = \rho\rho' \cos(\theta - \theta')$$

Devido à simetria cilíndrica do problema, podemos girar os eixos de modo que o ângulo fixo θ seja nulo, ou seja, $(xx' + yy') = \rho\rho' \cos(\theta')$.

Utilizando essas relações, podemos escrever a amplitude de difração dada pela equação (2.22) como:

$$\Psi(r, \theta) = \frac{A_0}{\pi a^2} \int_0^a \int_0^{2\pi} \exp \left[-ik\rho' \left(\frac{\rho}{Z} \right) \cos(\theta') \right] \rho' d\rho' d\theta' \quad (2.23)$$

Onde foi considerado que a frente de onda da onda plana incidente na abertura circular é

paralela ao plano da abertura, portanto, $\Psi = \frac{A_0}{\pi a^2}$.

E, pela Figura 2.4 pode-se perceber que: $\sin \phi = \frac{\rho}{r}$, como ϕ é muito pequeno,

podemos escrever $\sin \phi \approx \frac{\rho}{r} \approx \frac{\rho}{Z}$. Logo a Equação (2.23) fica:

$$\Psi(r, \theta) = \frac{A_0}{\pi a^2} \int_0^a \int_0^{2\pi} e^{-ik\rho'\phi \cos \theta'} \rho' d\rho' d\theta' \quad (2.24)$$

Fazendo: $f(\rho, \theta) = e^{ik\rho \cos \theta}$, o cosseno pode ser escrito como: $\cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$, logo

(Apêndice D):

$$\Psi(r, \theta) = \frac{A_0}{\pi a^2} \int_0^a J_0(k\rho'\phi) \rho' d\rho' \quad (2.25)$$

Da teoria das funções de Bessel, temos a relação:

$$\frac{d[xJ_1(x)]}{dx} = xJ_0(x) \quad (2.26)$$

Então, fazendo: $d\rho' = \frac{d(k\rho'\phi)}{k\rho}$, e utilizando a relação (2.26) temos:

$$\Psi(\vec{r}) = \frac{A_0}{\pi a^2} a^2 \frac{J_1(k\phi a)}{k\phi a}$$

Fazendo $t = k\phi a$, temos: $\Psi(\vec{r}) = \frac{A_0}{\pi a^2} a^2 \frac{J_1(t)}{t}$

Como a intensidade é proporcional ao módulo quadrado da amplitude:

$$I(\phi) = \frac{C^2 A_0^2}{\pi^2} \frac{J_1^2(t)}{t}$$

Quando $t \ll 1$, as funções de Bessel têm a forma:

$$J_m(t) \simeq \frac{1}{\Gamma(m+1)} \left(\frac{t}{2}\right)^m$$

Então:

$$I(\phi) = \frac{C^2 A_0^2}{4\pi^2} \left[\frac{2J_1(t)}{t} \right]^2 \quad (2.27)$$

Portando, quando $\phi \rightarrow 0$ temos:

$$I(0) = \frac{C^2 A_0^2}{4\pi^2} = I_0$$

Logo, a equação (2.27) fica:

$$I(\phi) = I_0 \left[\frac{2J_1(t)}{t} \right]^2$$

A Figura 2.5 apresenta o padrão de difração para uma fenda circular, onde novamente se percebe que o máximo central é bastante intenso, sendo circundado por regiões anelares de intensidade menor, chamados anéis de difração.

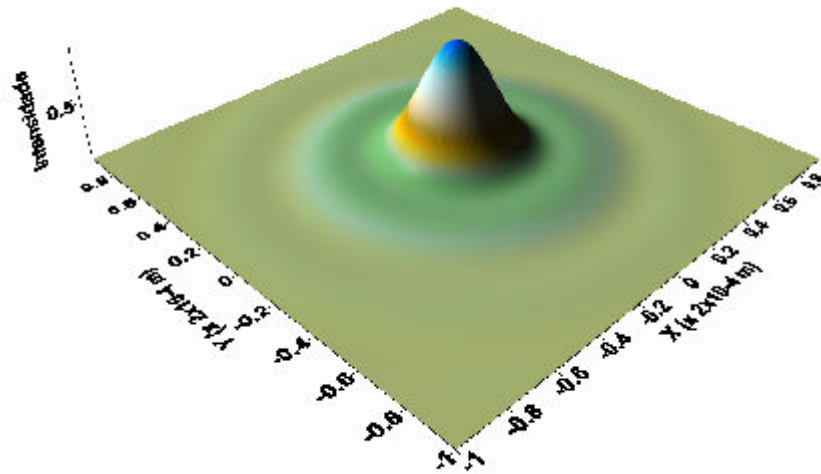


Figura 2.5. Intensidade normalizada para uma fenda circular de raio igual à 1mm.

2.4 - Princípio de fase estacionária

Em 1690, Christian Huygens publica seu trabalho chamado “Tratado sobre a luz” onde se encontra o famoso Princípio de Huygens, que desempenha um papel de extrema importância no tratamento da propagação de ondas e que deu grande contribuição à *teoria ondulatória da luz* [1].

Huygens procurou explicar a propagação retilínea da luz na teoria ondulatória. Numa onda, temos que examinar a propagação da fase da onda, que define suas cristas e vales. Uma frente de onda é o lugar geométrico de pontos que têm a mesma fase.

Segundo Huygens, cada ponto de uma frente de onda comporta-se como fonte puntiforme, gerando ondas secundárias.

Anos mais tarde, Augustin Fresnel, combinou o princípio de Huygens com o conceito de interferência, aplicando-o à propagação de ondas monocromáticas. Para isso ele acrescentou ao princípio de Huygens as seguintes observações, que o transformou em princípio de Huygens-Fresnel:

- As ondas esféricas secundárias oriundas dos diferentes pontos de uma frente de onda são coerentes, pois a frente de onda é uma superfície de fase constante.
- A onda num ponto posterior é a resultante da interferência de todas as ondas secundárias, levando em conta suas diferenças de fase associadas a percursos diferentes.

A Figura 2.6 ilustra o princípio de Huygens-Fresnel.

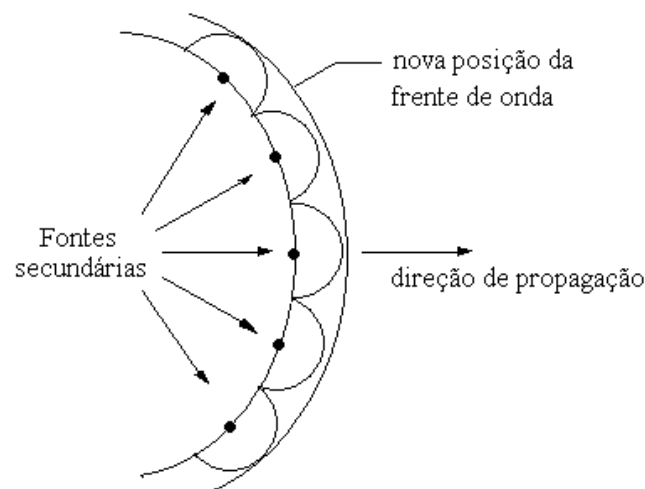


Figura 2.6. Princípio de Huygens-Fresnel.

Então, segundo o princípio de Huygens-Fresnel, a função de onda em um ponto posterior é a resultante da interferência de todas as ondas esféricas secundárias provenientes dos pontos situados sobre a frente de onda e, como se sabe, a fase em qualquer ponto sobre essa frente de onda é constante.

Analisando a Figura 2.7, vemos que as frentes de onda oriundas de cada fonte secundária percorrem distâncias distintas até alcançarem o ponto de observação O (pois estão distribuídas ao longo de toda a frente de onda). A análise da defasagem entre os campos associados aos diversos percursos gera o conceito das Zonas de Fresnel. A diferença de fase entre quaisquer dois percursos é dada por $\frac{2\pi}{\lambda} \Delta l$, onde Δl é a diferença de comprimento entre os percursos considerados. Dessa forma, dependendo do caminho percorrido, cada fonte secundária dará uma contribuição positiva ou negativa ao campo recebido em O [16].

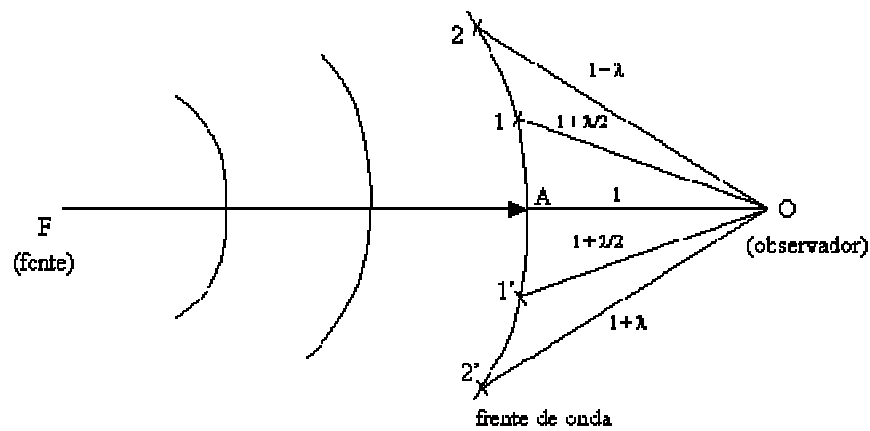


Figura 2.7. Distância entre pontos da frente de onda e um observador

Portanto, as contribuições dominantes nessa superposição de ondas devem então ser aquelas para as quais a interferência é a mais construtiva possível. Isto acontece numa região da frente de onda no qual a *fase seja estacionária*, ou seja, varie o mínimo possível. Este é um resultado geral na superposição de ondas, conhecido como *Princípio de fase estacionária* [1].

2.5 - Algoritmo

O algoritmo criado é capaz de simular o padrão de difração gerado por cadeias de fendas circulares, permitindo total controle sobre a configuração dessas cadeias. O trabalho foi desenvolvido em linguagem FORTRAN, que se mostrou suficiente e atendeu às necessidades exigidas para obtenção dos resultados.

O programa funciona da seguinte forma: primeiro é feita a geração da cadeia definindo-se primeiro a posição do centro da geratriz que contém as fendas elementares, assim como seu raio.

As posições angulares dos centros da geratriz que contém as fendas elementares são obtidas através do ângulo θ como mostra a Figura 2.8:

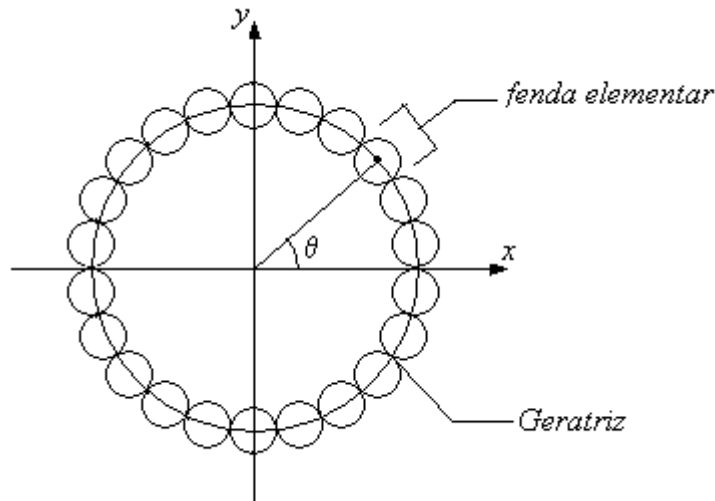


Figura 2.8. Esquema mostrando a construção de uma cadeia de fendas.

E, portanto, a posição de uma fenda elementar qualquer ao longo da geratriz é identificada por:

$$x = r \cos \theta \quad \text{e} \quad y = r \sin \theta$$

Para realização da modelagem numérica foi necessária a utilização da Equação (2.21) em coordenadas cartesianas:

$$\begin{aligned} \Psi(x, y) = & \frac{k}{2\pi i} \cdot \frac{\exp(ikZ)}{Z} \cdot \exp\left[\frac{ik(x^2 + y^2)}{2Z}\right] \times \\ & \times \int_{s'} \Psi(x', y') \cdot \exp\left[\frac{ik(x'^2 + y'^2)}{2Z}\right] \cdot \exp\left[\frac{-ik(xx' + yy')}{Z}\right] \cdot dx' dy' \end{aligned}$$

A utilização dessa equação em coordenadas cartesianas foi escolhida porque simplifica de forma significativa a elaboração do trabalho.

A amplitude da onda plana incidente, representada na equação acima pelo termo $\Psi(x', y')$, é feita igual a um dentro das fendas e zero fora delas, isso faz com que sejam respeitadas as hipóteses de Kirchhoff para as condições de contorno no problema da difração. A Figura 2.9 mostra uma representação da amplitude inicial da onda plana incidente. Cada um dos cilindros da figura representa a intensidade inicial em cada fenda elementar. Como pode ser visto, para esse exemplo foi usada uma cadeia com seis fendas.

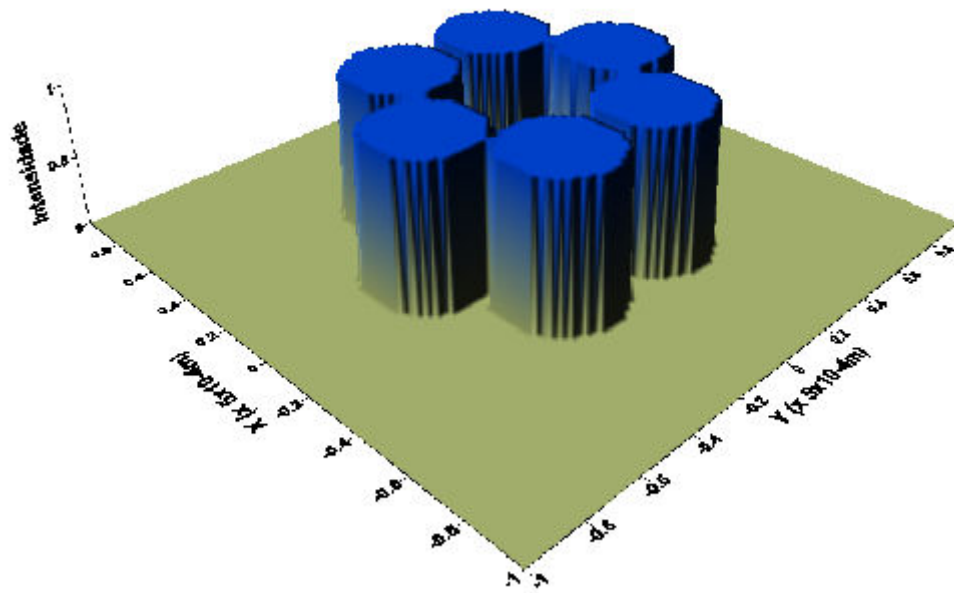


Figura 2.9. Gráfico da máscara de intensidade para uma cadeia de seis fendas.

Com relação ao campo difratado o programa trabalha da seguinte forma: determina-se o campo gerado por cada fenda elementar e depois é feita a superposição de todos esses campos para a geração da figura de difração.

A fase inicial da onda plana que incide em cada fenda elementar também pode ser controlada. Isso é feito acrescentando-se uma máscara de fase sobre as cadeias. Esse procedimento gera conseqüências bastante significativas no padrão de difração, que levam a uma série de possíveis aplicações.

O controle sobre essa fase inicial pode ser feita de várias maneiras. Pode-se alterar a fase de forma alternada entre as fendas elementares ao longo da geratriz. Há também a possibilidade de variação linear, ou seja, a fase aumenta de certa quantidade no decorrer da cadeia. E ainda existe a possibilidade de se trabalhar com fases alternadas e magnitude

crescente ao mesmo tempo. A Figura 2.10 mostra essas máscaras de fase para os três casos citados.

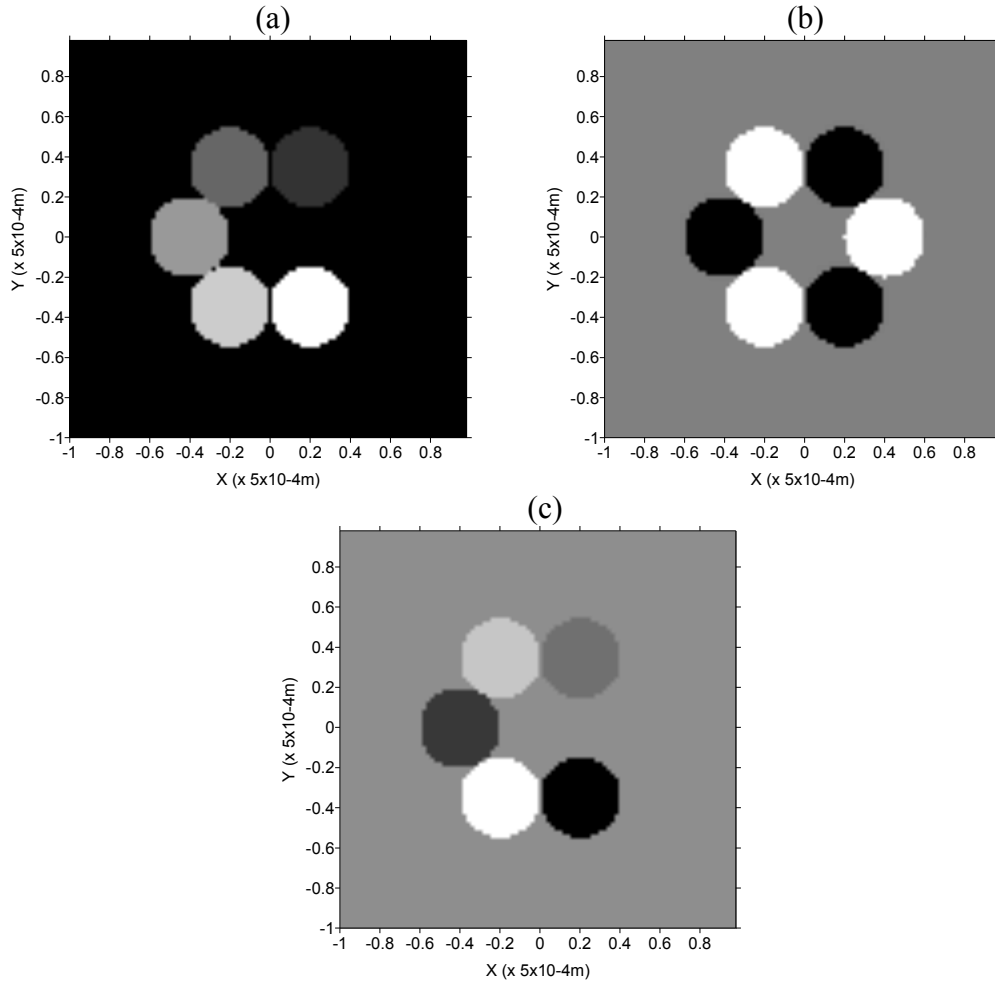


Figura 2.10. Máscaras de fase utilizada sobre as cadeias. (a) Fase com variação linear (magnitude crescente), (b) variação alternada e (c) variação alternada com magnitude crescente.

Quanto aos parâmetros de entrada, definem-se inicialmente os limites da grade que forma o anteparo de observação e o comprimento de onda (λ) da luz que entra nas cadeias, medido em metros.

Na geração da cadeia define-se o número de fendas elementares da primeira circunferência geratriz, o número de geratrizes, e a taxa de crescimento linear do número de fendas elementares em cada geratriz.

É necessária também, a definição da dimensão do raio externo da fenda, em metros. No caso de se trabalhar com coroas, é preciso entrar com a dimensão do raio interno e ainda é possível controlar a excentricidade da coroa circular, ou seja, o deslocamento do centro da circunferência interna com relação à externa, isso pode ser feito tanto em função da posição da circunferência interna nos eixos X e Y como em função do ângulo θ .

Como foi dito, existe a possibilidade de se trabalhar com cadeias de várias geratrizes e a exemplo do que acontece com as coroas, também é possível controlar a excentricidade das circunferências geratrizes.

O algoritmo permite que, na geração das cadeias, seja possível a introdução de defeitos. O que se considera aqui como defeitos, são fendas excluídas ao longo da cadeia ou fendas com raios diferentes das demais. E para se construir esses defeitos na cadeia, o programa conta com um sistema de inclusão e exclusão de fendas elementares, onde se pode escolher a posição da fenda a ser incluída ou excluída, assim como em qual geratriz será produzido o defeito. Para a inclusão de fendas, define-se também como parâmetro de entrada o raio da nova fenda incluída, tanto o raio interno como o externo.

Finalmente, definem-se os parâmetros para propagação, como a distância do plano das fendas ao plano de observação, em metros, determinando o ponto inicial de propagação sobre o eixo Z e o ponto final, onde se localiza o plano de observação. Aqui o usuário tem a opção de obter como resultado o padrão de difração no plano XY gerado pela cadeia em um ponto determinado do eixo Z ou obter a intensidade do feixe gerado ao longo da propagação tanto no plano XZ como YZ.

Entre os arquivos de saída têm-se para o padrão de difração no plano XY, a distribuição de intensidade gerada pela cadeia e a configuração da fase no plano XY, a parte imaginária e parte real do feixe e a máscara que determina a fase inicial da onda plana incidente em cada fenda elementar. Para a propagação ao longo do plano XZ ou YZ tem-se a configuração de fase ao longo da propagação no plano XZ ou YZ, a intensidade e a largura de pico no eixo X ou Y e a parte real e imaginária do feixe no plano XZ ou YZ. Além da máscara que define a própria cadeia de fendas. A forma parâmetros de entrada no programa pode ser melhor visualizada no Apêndice D.

Capítulo 3

Resultados e discussões

O trabalho consiste em simular o padrão de difração gerado por diversas configurações de fendas formando cadeias circulares

Para obtenção dos resultados foi utilizado o valor $632,8 \times 10^{-9} m$ para o comprimento de onda da luz incidente no plano que contém as fendas.

Foi possível simular o padrão de difração gerado por uma única fenda, assim como o padrão gerado por uma única coroa. Esses são resultados bastante conhecidos na literatura, mas que são extremamente importantes para provar a eficiência dos métodos utilizados nesse trabalho.

A Figura 3.1 mostra o perfil de intensidade de uma fenda circular em função do raio interno, formando coroas, medidos a mesma distância do plano que contém as fendas.

3.1 - Padrão de difração em função do raio interno de uma coroa circular.

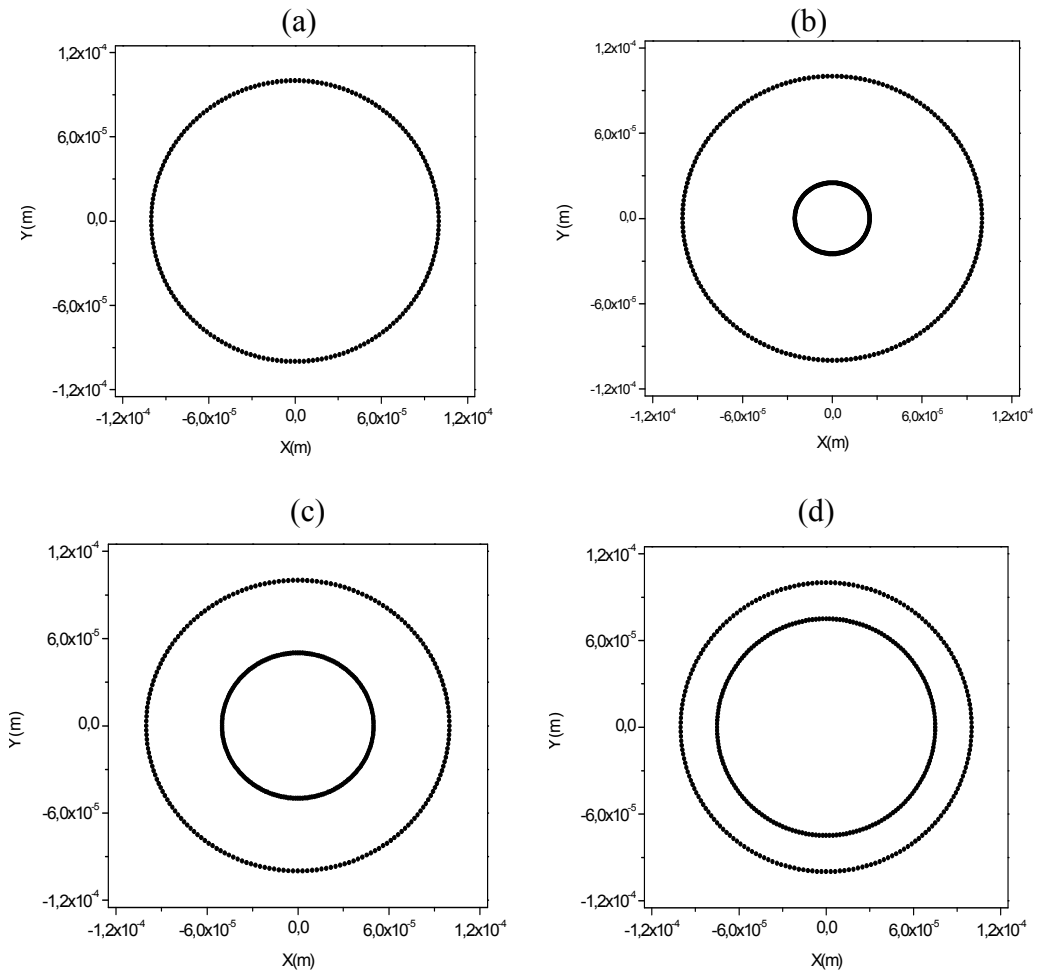


Figura 3.1. Configuração dos planos de difração com coroas de raio externo igual à $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno: (a) zero; (b) $25 \times 10^{-6} m$; (c) $50 \times 10^{-6} m$ e (d) $75 \times 10^{-6} m$.

Na comparação entre padrões de difração gerados por fendas circulares podemos ver que há o surgimento de anéis de intensidade conforme se aumenta o raio da circunferência interna da fendas, conforme pode ser visto na Figura 3.2, o que comprova a eficiência do algoritmo utilizado.

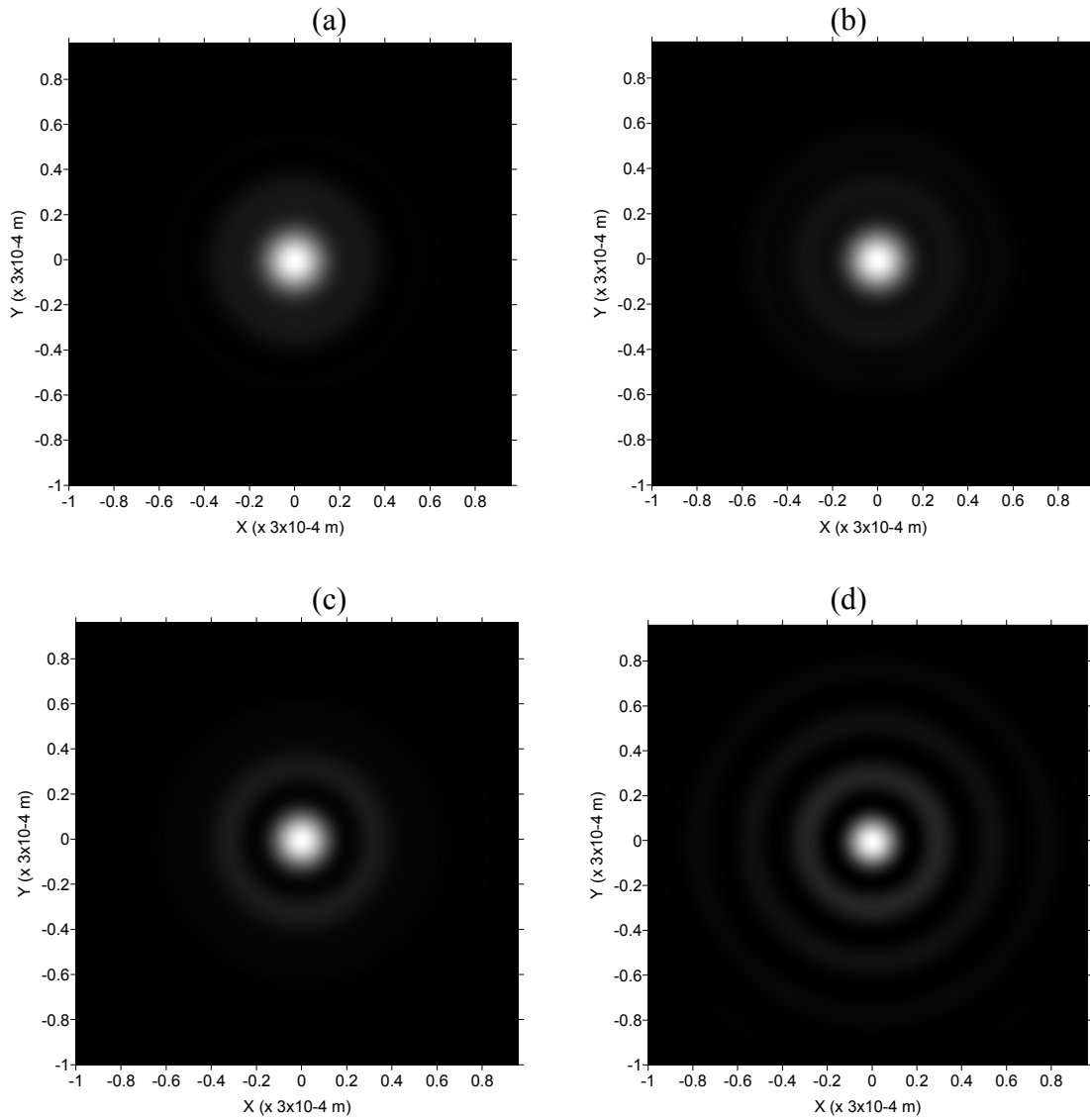


Figura 3.2. Comparação entre os perfis de intensidade gerados por coroas circulares com raio externo igual $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno: (a) zero; (b) $25 \times 10^{-6} m$; (c) $50 \times 10^{-6} m$ e (d) $75 \times 10^{-6} m$, medidos em $z = 150 \times 10^{-3} m$.

Durante a propagação, a diminuição da intensidade máxima do feixe ocorre mais antecipadamente para coroas do que para fendas, com pode ser visto na Figura 3.3.

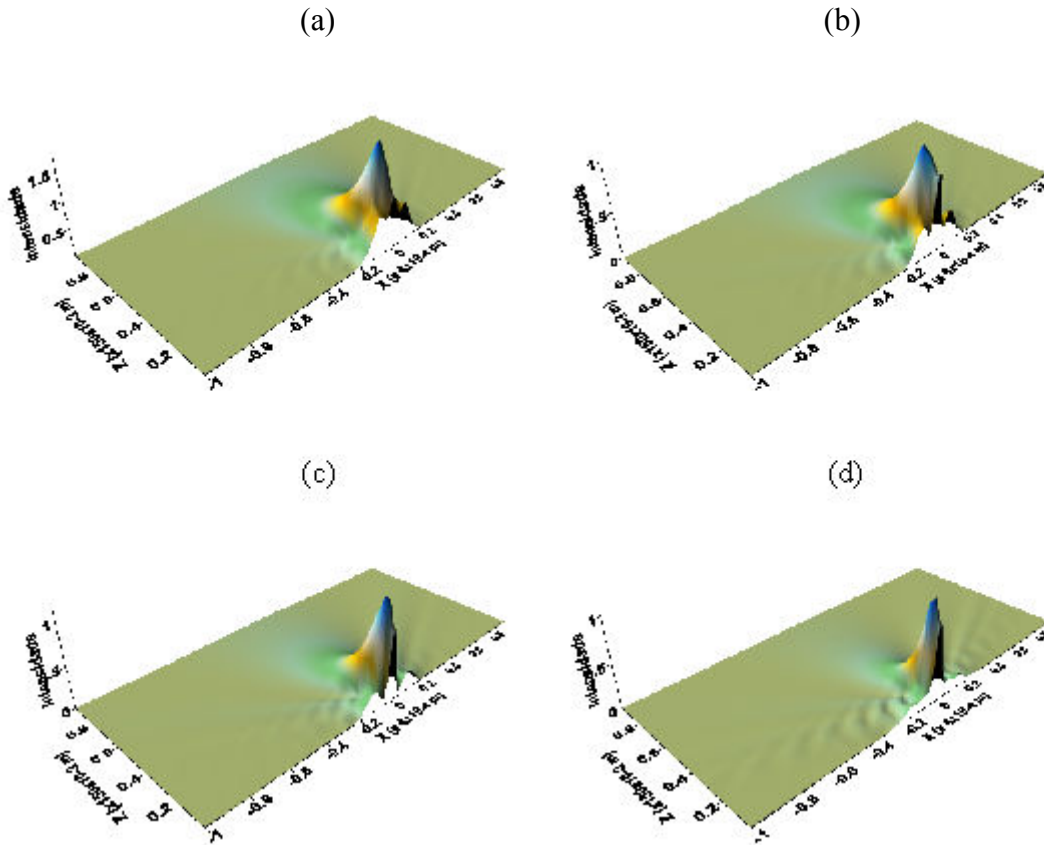


Figura 3.3. Comparação entre os perfis de intensidade gerados por coroas circulares com raio externo igual $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno: (a) zero; (b) $25 \times 10^{-6} m$; (c) $50 \times 10^{-6} m$ e (d) $75 \times 10^{-6} m$, vistos no plano de propagação XZ , medidos de $z = 4,5 \times 10^{-3} m$ até $z = 150 \times 10^{-3} m$.

O perfil de intensidade ao longo da propagação no eixo Z é mostrado na Figura 3.4. É possível perceber que a queda na intensidade do feixe é antecipada à medida que se aumenta o raio interno da coroa.

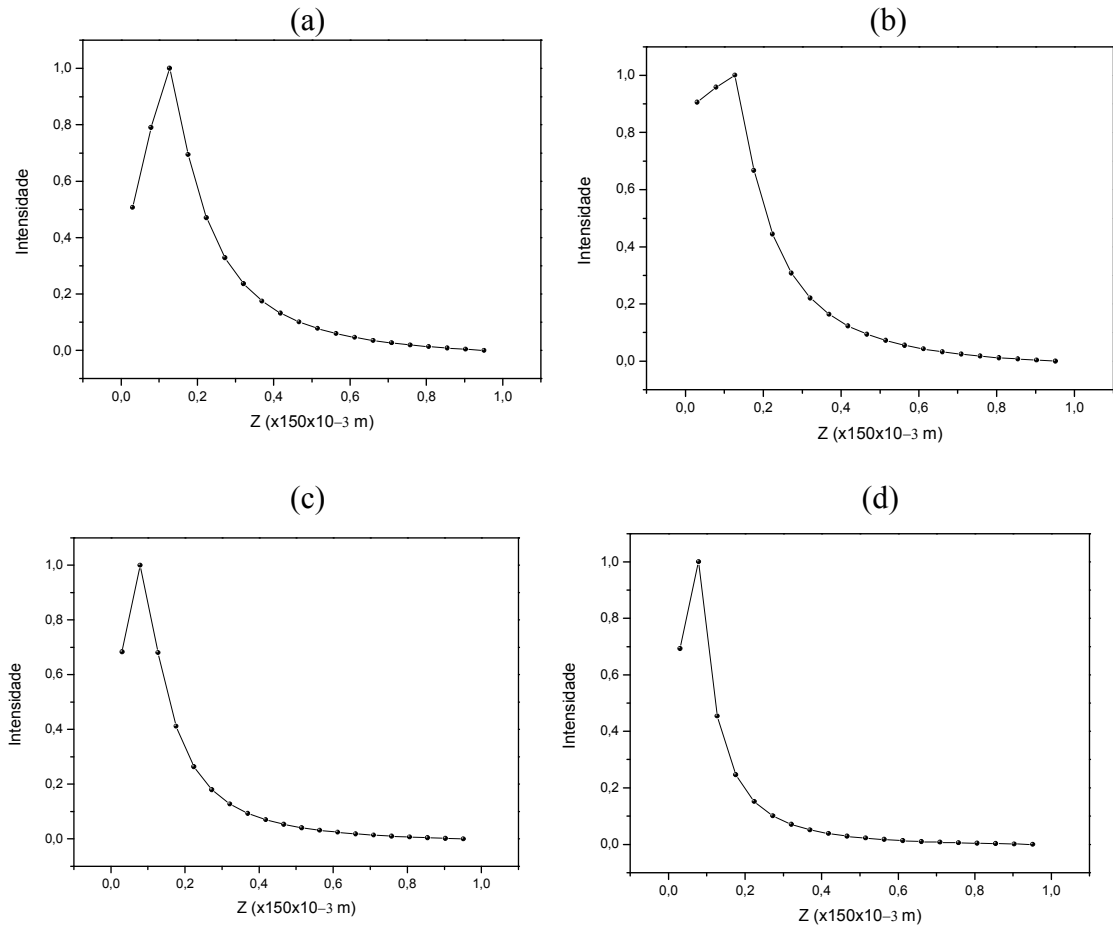


Figura 3.4. Intensidade de pico gerada por coroas circulares de raio externo $100 \times 10^{-6} \text{ m}$ e raio interno: (a) zero; (b) $25 \times 10^{-6} \text{ m}$; (c) $50 \times 10^{-6} \text{ m}$ e (d) $75 \times 10^{-6} \text{ m}$ em função de z , medida entre $z = 4,5 \times 10^{-3} \text{ m}$ e $z = 150 \times 10^{-3} \text{ m}$.

Durante a propagação do feixe pelo eixo Z, após este passar pelo anteparo que contém as fendas, há um alargamento no pico de intensidade. Esse aumento na largura de pico em função da distância no eixo Z, para uma fenda elementar, é praticamente linear, e não ocorrem grandes alterações nesse comportamento com o aumento do raio interno, como mostra a Figura 3.5.

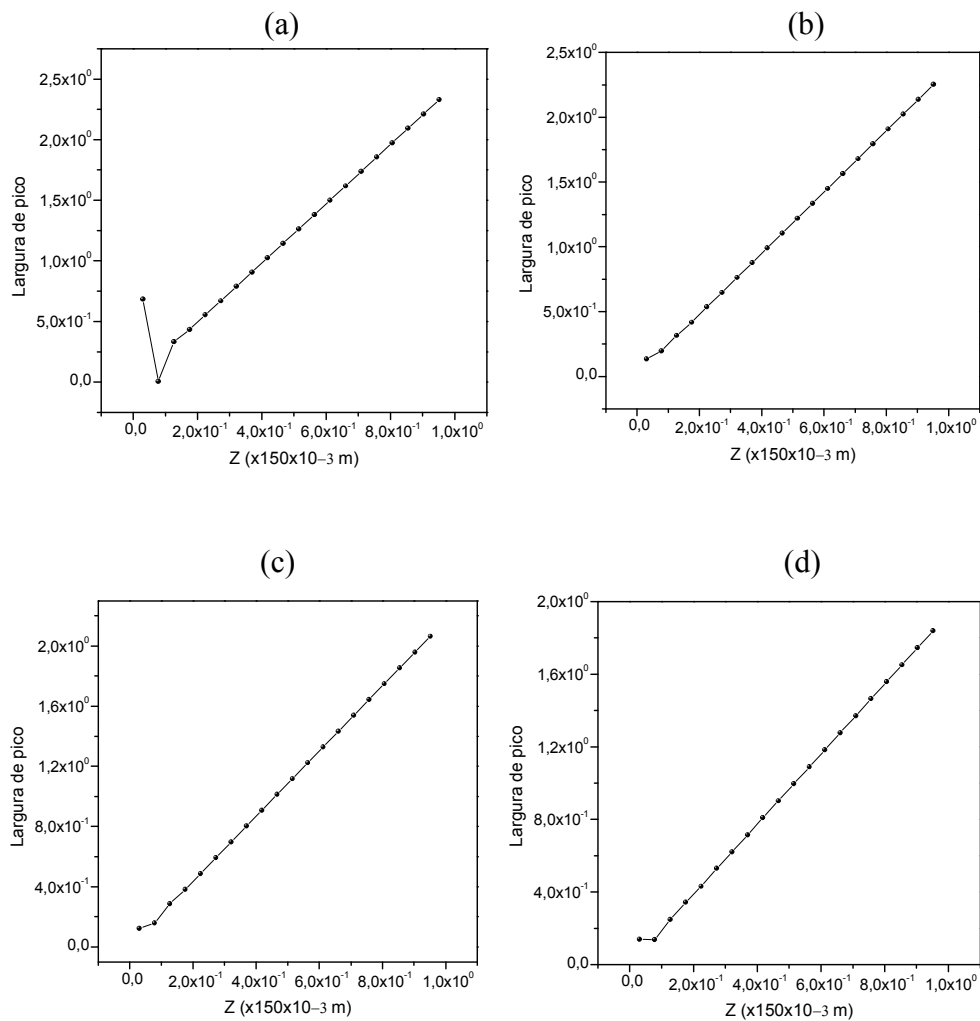


Figura 3.5. Variação da largura de pico em função da distância no eixo z, gerada por coroas circulares de raio externo $100 \times 10^{-6} \text{ m}$ e raio interno: (a) zero; (b) $25 \times 10^{-6} \text{ m}$; (c) $50 \times 10^{-6} \text{ m}$ e (d) $75 \times 10^{-6} \text{ m}$, medida entre $z = 4,5 \times 10^{-3} \text{ m}$ e $z = 150 \times 10^{-3} \text{ m}$.

A Figura 3.6 apresenta o comportamento da fase da onda durante a propagação. A região central é claramente a de menor variação de fase e, de acordo com o princípio de fase estacionária, essa região gera pontos de interferência construtiva, que tem como consequência, a formação da região de máxima intensidade.

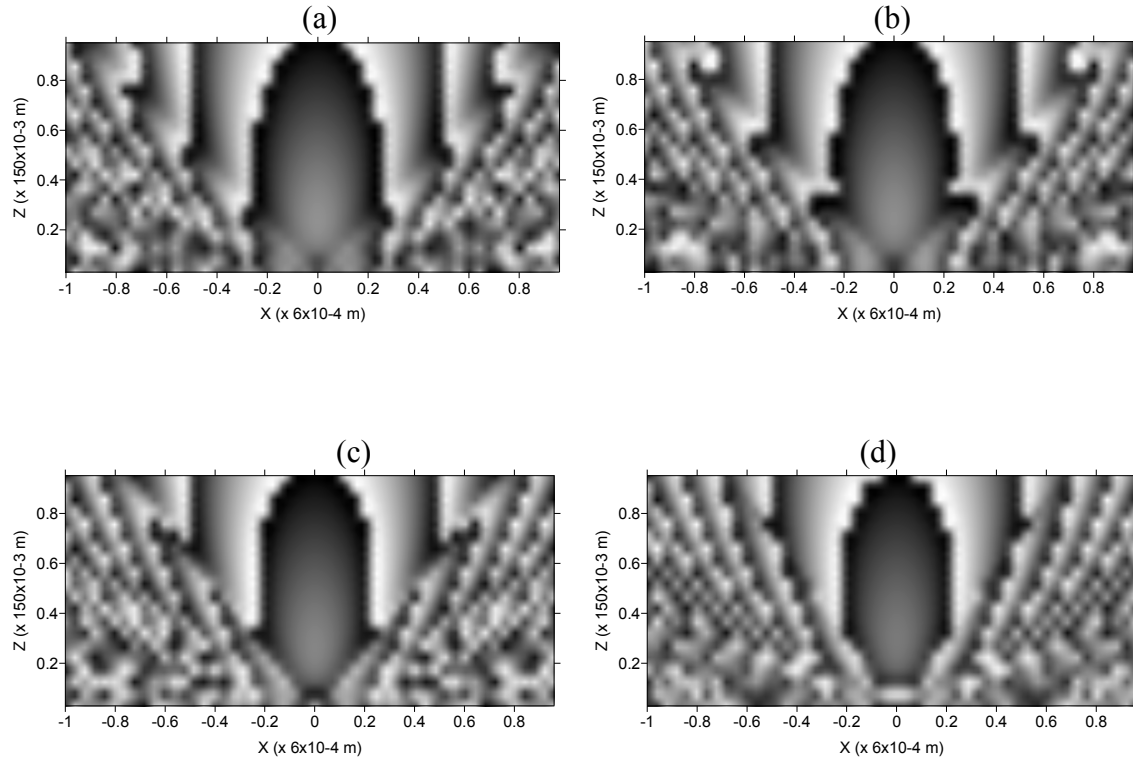


Figura 3.6. Configuração da fase no plano de propagação XZ, gerada por coroas circulares de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno: (a) zero; (b) $25 \times 10^{-6} m$; (c) $50 \times 10^{-6} m$ e (d) $75 \times 10^{-6} m$, medida entre $z = 4,5 \times 10^{-3} m$ e $z = 150 \times 10^{-3} m$.

3.2 - Padrão de difração formado pela interferência de duas fendas e duas coroas.

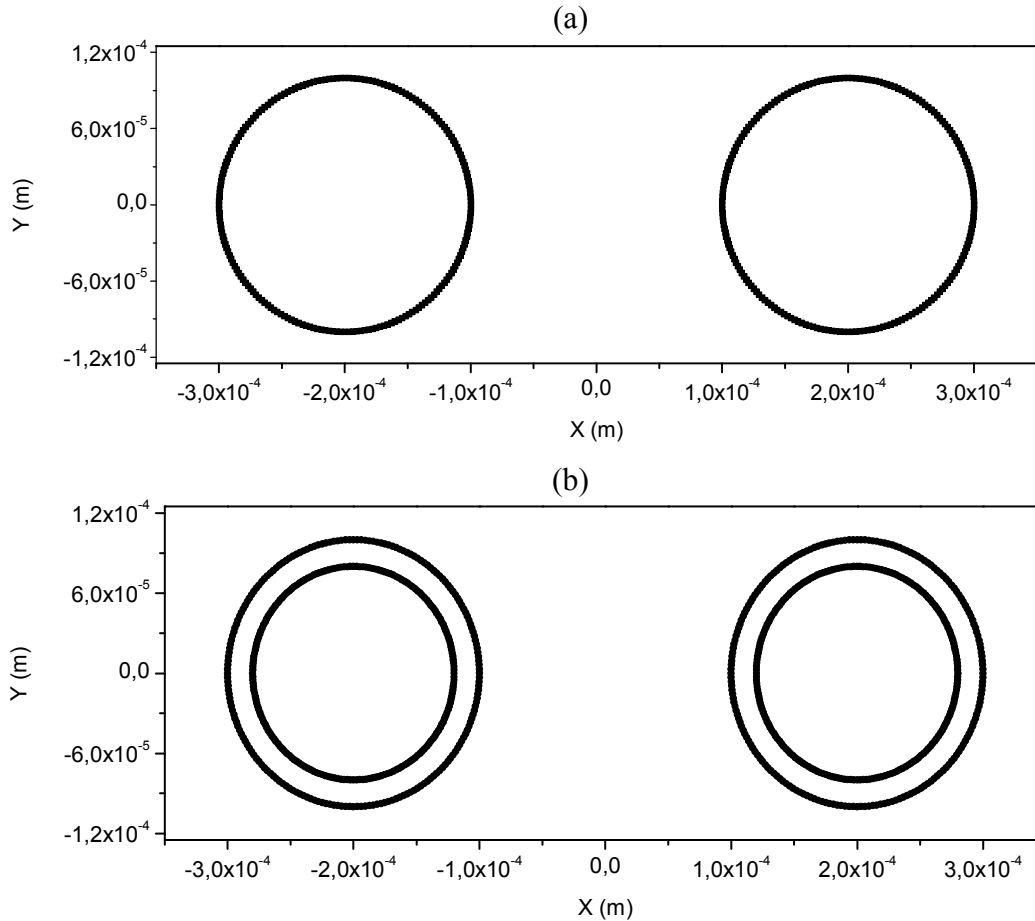


Figura 3.7. (a) Duas fendas elementares com raio de $100 \times 10^{-6} m$ e (b) duas coroas com raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$, ambas separadas por uma distância igual à $2 \times$ raio da fenda elementar.

Na interferência gerada por duas fendas e duas coroas também se percebe o surgimento de anéis de intensidade no caso das coroas.

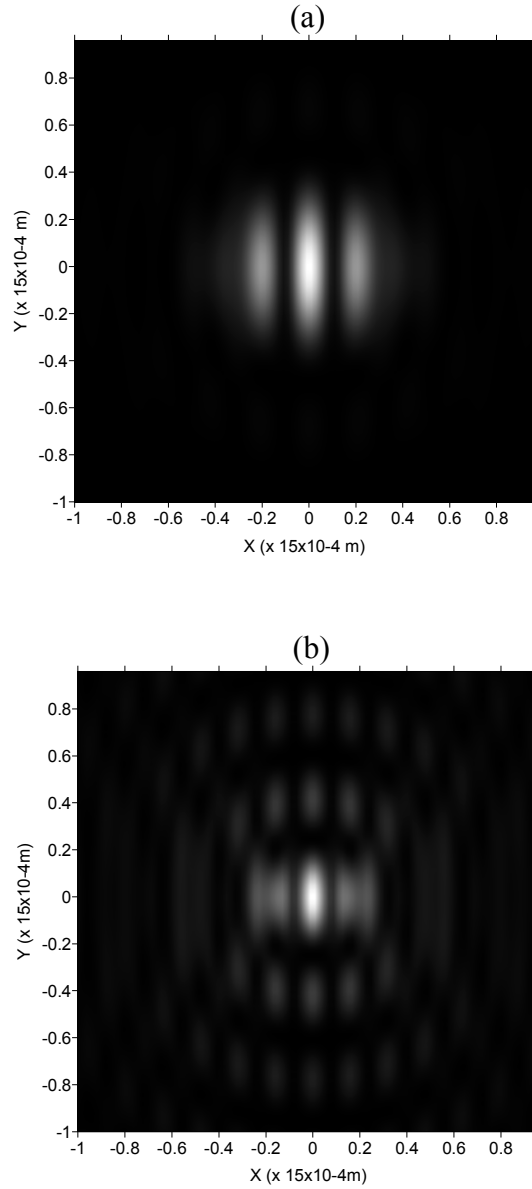
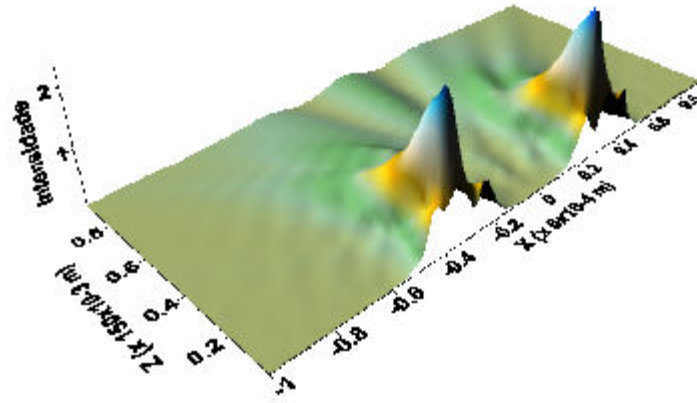


Figura 3.8. Padrão de difração gerado pela configuração de fendas (a) e coroas (b) mostradas na Figura 3.7 medido em $z = 150 \times 10^{-3} \text{ m}$.

A intensidade da propagação do feixe gerado pelas fendas é maior que a das coroas.

(a)



(b)

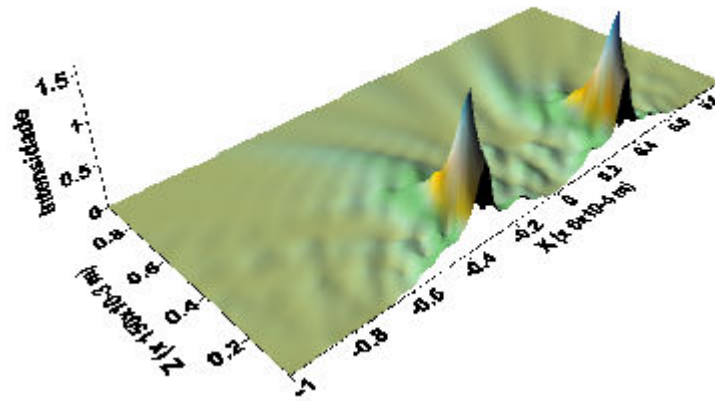


Figura 3.9. Intensidade do feixe durante a propagação ao longo da direção z de uma cadeia formada por (a) duas fendas de raio $100 \times 10^{-6} m$ separadas por uma distância de $2 \times 10^{-4} m$ e (b) duas coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$ também separadas por uma distância de $2 \times 10^{-4} m$, medida de $z = 4,5 \times 10^{-3} m$ até $z = 150 \times 10^{-3} m$.

3.3 - Padrão de difração formado pela interferência de três fendas e três coroas.

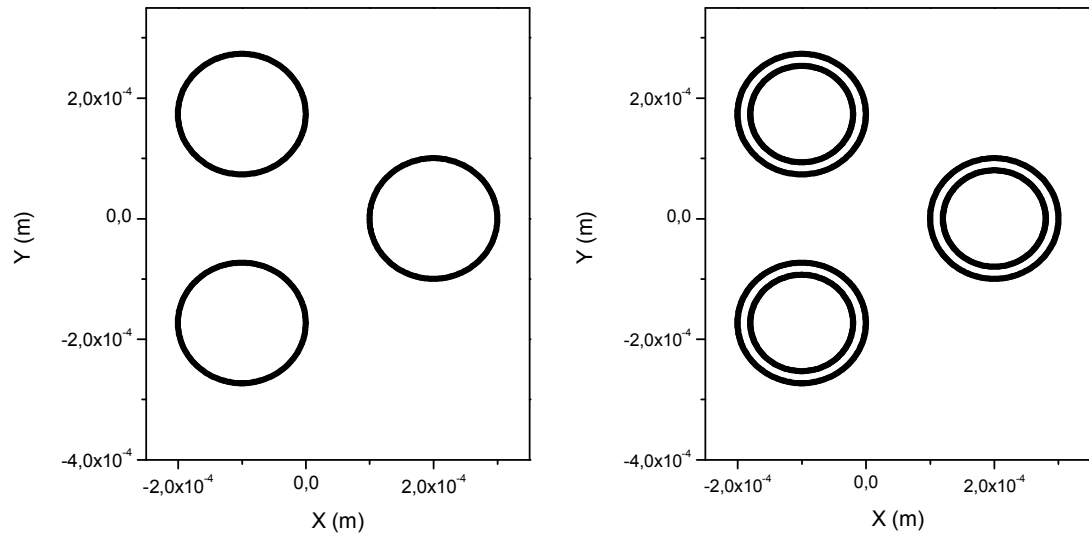


Figura 3.10. Três fendas com raio de $100 \times 10^{-6} m$ e três coroas com raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$.

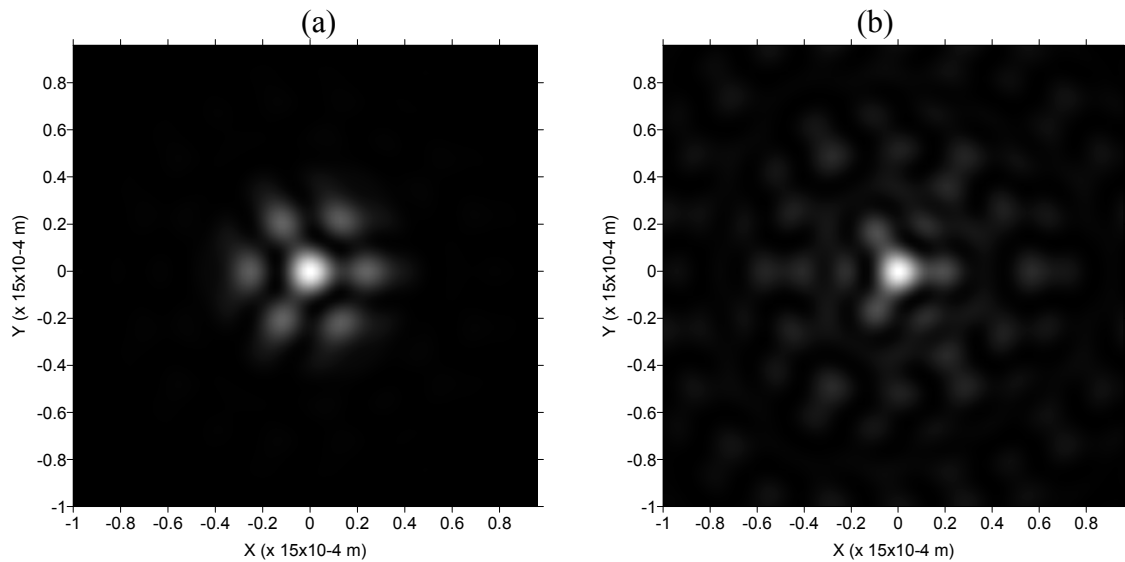


Figura 3.11. Padrão de difração gerado pela configuração de fendas (a) e coroas (b) mostradas na Figura 3.10 medido em $z = 150 \times 10^{-3} m$.

3.4 - Padrão de difração gerado por uma cadeia de fendas e coroas.

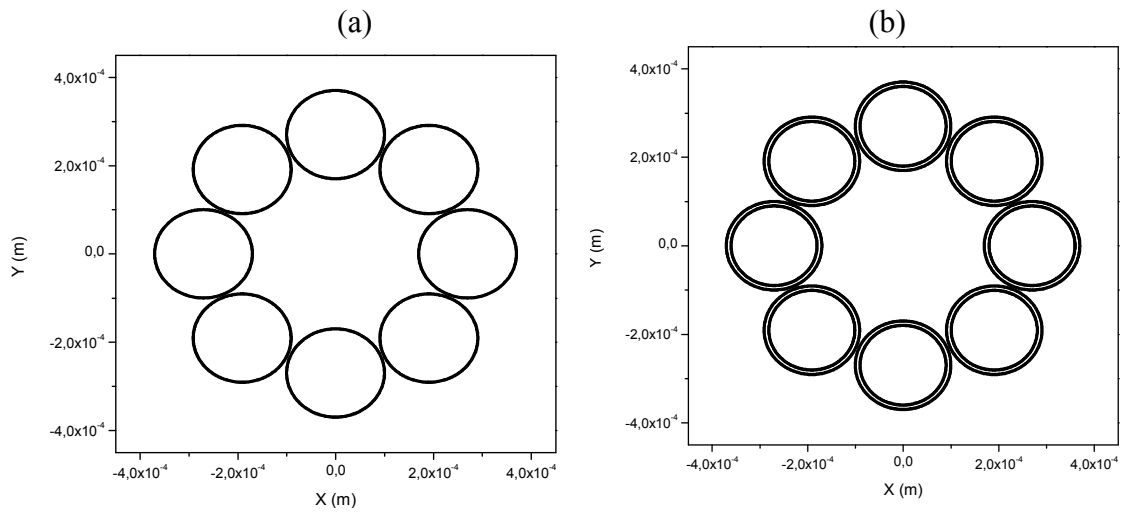


Figura 3.12. (a) Cadeia de fendas com raio de $100 \times 10^{-6} \text{ m}$ formando uma geratriz de raio igual à $2,7 \times \text{raio da fenda elementar}$, e (b) cadeia de coroas com raio externo $100 \times 10^{-6} \text{ m}$ e raio interno $80 \times 10^{-6} \text{ m}$ formando uma geratriz de raio também igual a $2,7 \times \text{raio da fenda elementar}$.

Para uma cadeia de oito fendas e coroas, o padrão de difração gerado se assemelha a um caleidoscópio, sendo que, no caso das fendas há uma concentração da intensidade do feixe na região central da figura de difração.

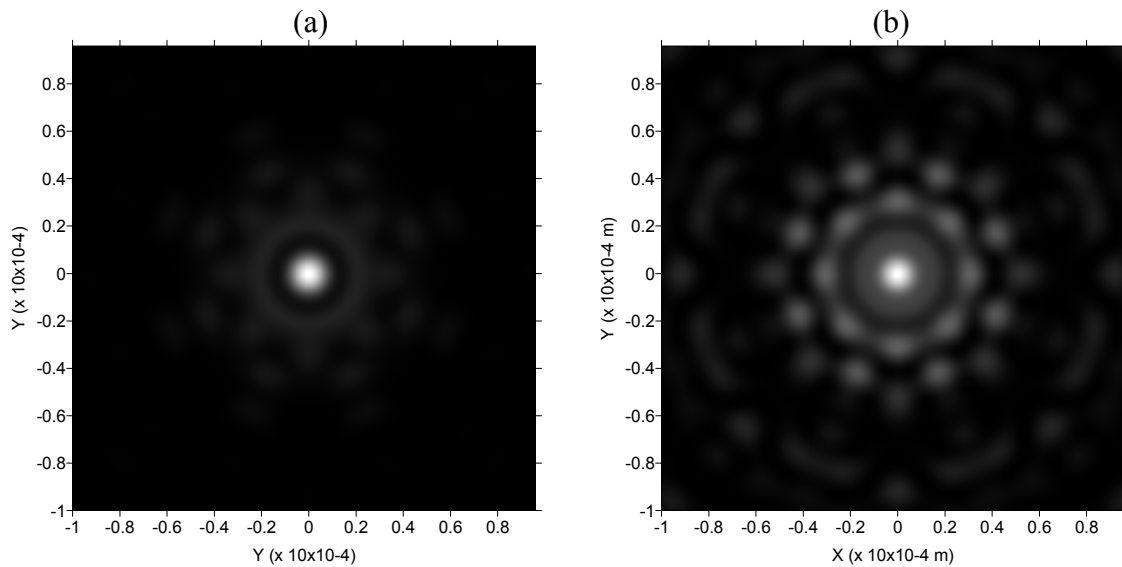
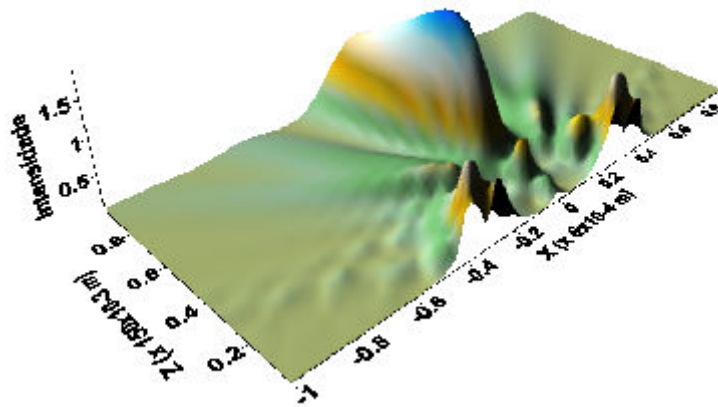


Figura 3.13. Padrão de difração gerado pela configuração de fendas (a) e coroas (b) mostradas na Figura 3.12 medido em $z = 150 \times 10^{-3} \text{ m}$.

Já a cadeia de coroas produz um padrão bastante diferente, com picos de intensidade em regiões afastadas da região central, mantendo, no entanto, a maior concentração no centro.

(a)



(b)

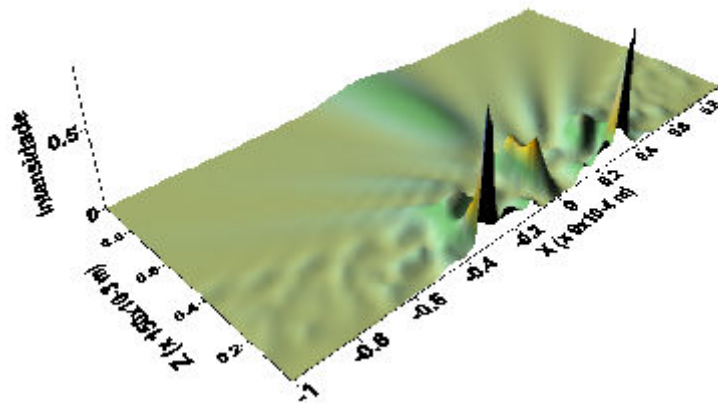


Figura 3.14. Intensidade do feixe durante a propagação ao longo da direção z de uma cadeia formada por (a) oito fendas elementares de raio $100 \times 10^{-6} m$ com raio da geratriz igual a $2,6 \times \text{raio da fenda elementar}$ e (b) oito coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$ com mesmo raio da geratriz, medida de $z = 6 \times 10^{-3} m$ até $z = 150 \times 10^{-3} m$.

Na propagação do feixe após passar pelo anteparo formado pela cadeia de oito fendas, o pico de máxima intensidade ocorre entre 7,5 cm e 9 cm e a atuação do campo próximo permanece até por volta de 6cm, a partir de então, temos campo distante com o pico máximo e posteriormente, declínio da intensidade central do feixe. O comportamento para cadeia de coroas, nesse caso, é bastante semelhante ao das fendas, tendo como principal diferença o pico de intensidade máxima, que se apresenta menor.

A intensidade de pico vista ao longo da propagação sobre o eixo Z revela que para as cadeias de fendas e coroas não há antecipação na queda do pico de intensidade máxima com o aumento do raio interno, como mostra a Figura 3.15, pois, considerando o campo distante, o pico de intensidade máxima ocorre entre 7,5 cm e 9 cm, tanto para a cadeia de fendas como para a de coroas.

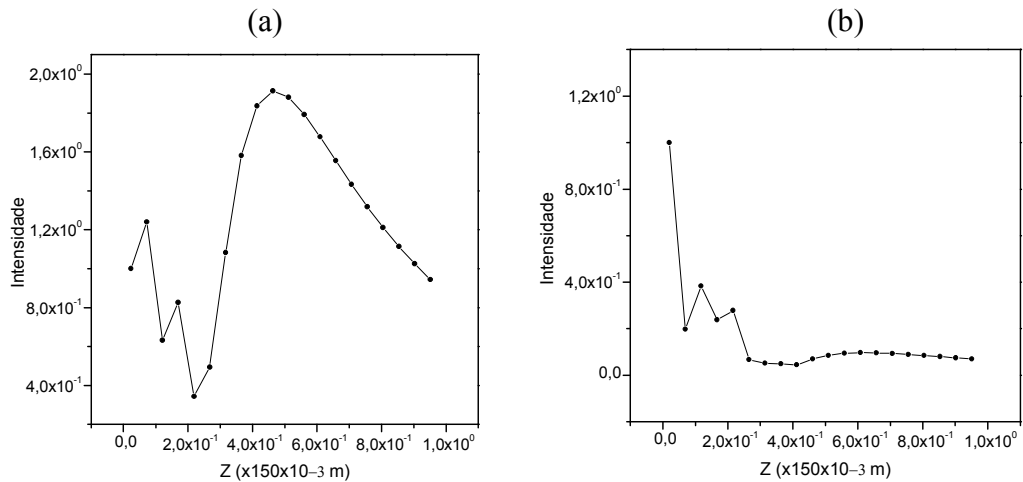


Figura 3.15. Intensidade de pico durante a propagação ao longo da direção z de uma cadeia formada por (a) oito fendas elementares de raio $100 \times 10^{-6} m$ com raio da geratriz igual a $2,6 \times$ raio da fenda elementar e (b) oito coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$ com mesmo raio da geratriz, medida de $z = 6 \times 10^{-3} m$ até $z = 300 \times 10^{-3} m$.

A largura de pico em função da distância conserva o seu comportamento linear a partir dos 7,5 cm, ou seja, no campo distante.

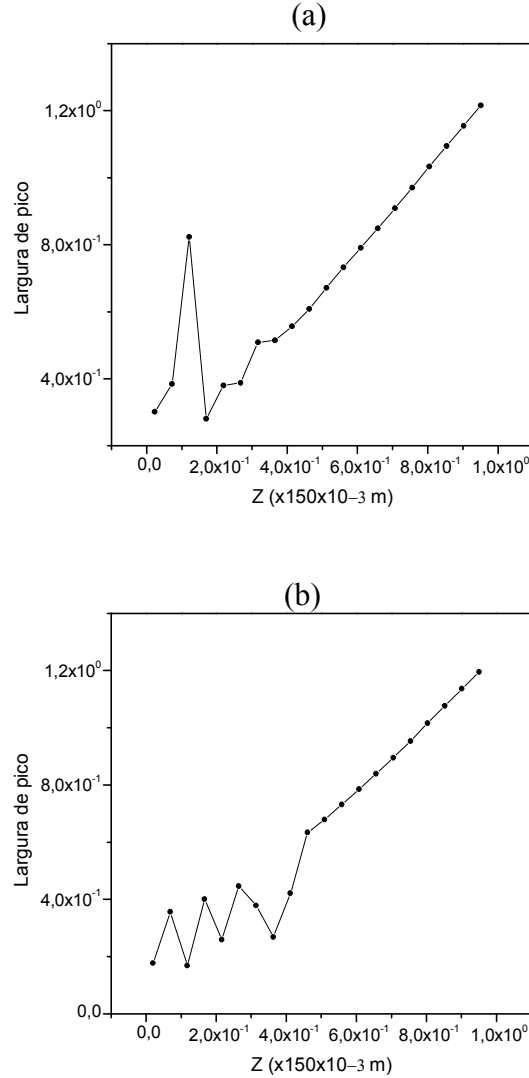


Figura 3.16. Variação da largura de pico em função da distância no eixo z durante a propagação ao longo da direção z de uma cadeia formada por (a) oito fendas elementares de raio $100 \times 10^{-6} \text{ m}$ com raio da geratriz igual a $2,6 \times \text{raio da fenda elementar}$ e (b) oito coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} \text{ m}$ e raio interno $80 \times 10^{-6} \text{ m}$ com mesmo raio da geratriz, medida de $z = 6 \times 10^{-3} \text{ m}$ até $z = 300 \times 10^{-3} \text{ m}$.

3.5 - Fase

Outra situação possível de simular utilizando o programa é aquela em que a fase inicial da onda plana que incide no anteparo varia ao longo da cadeia. A Figura 3.17 mostra uma cadeia de 6 fendas e a respectiva máscara de fase, onde a onda plana incidente varia linearmente de $0,8\pi$ em cada fenda.

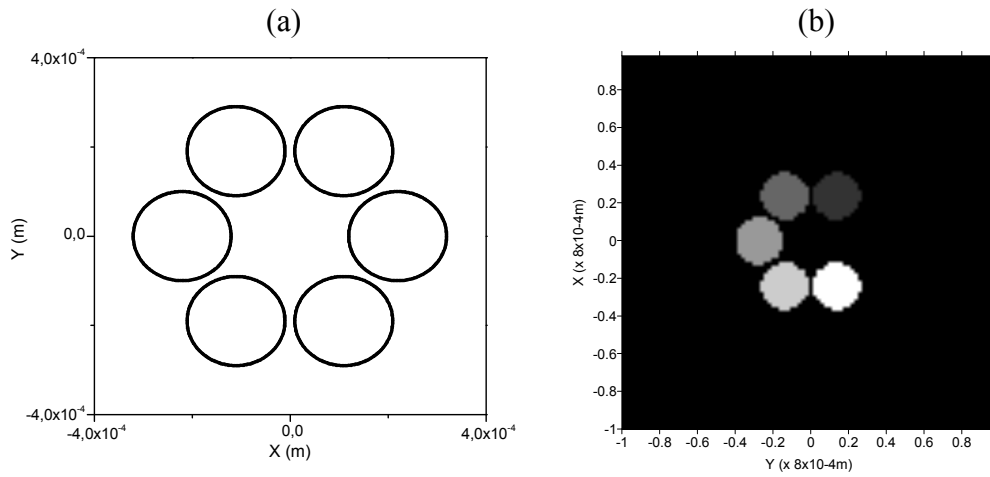


Figura 3.17. (a) Cadeia formada por 6 fendas de raio $100 \times 10^{-6} m$ e (b) máscara de fase, onde a onda plana incidente varia linearmente de $0,8\pi$ em cada fenda.

Como pode ser visto, há descontinuidades na configuração da fase no plano XY em qualquer ponto sobre o eixo Z , e mesmo para pequenas variações na posição, existem grandes alterações na configuração da fase. E essas descontinuidades levam à regiões de intensidade zero.

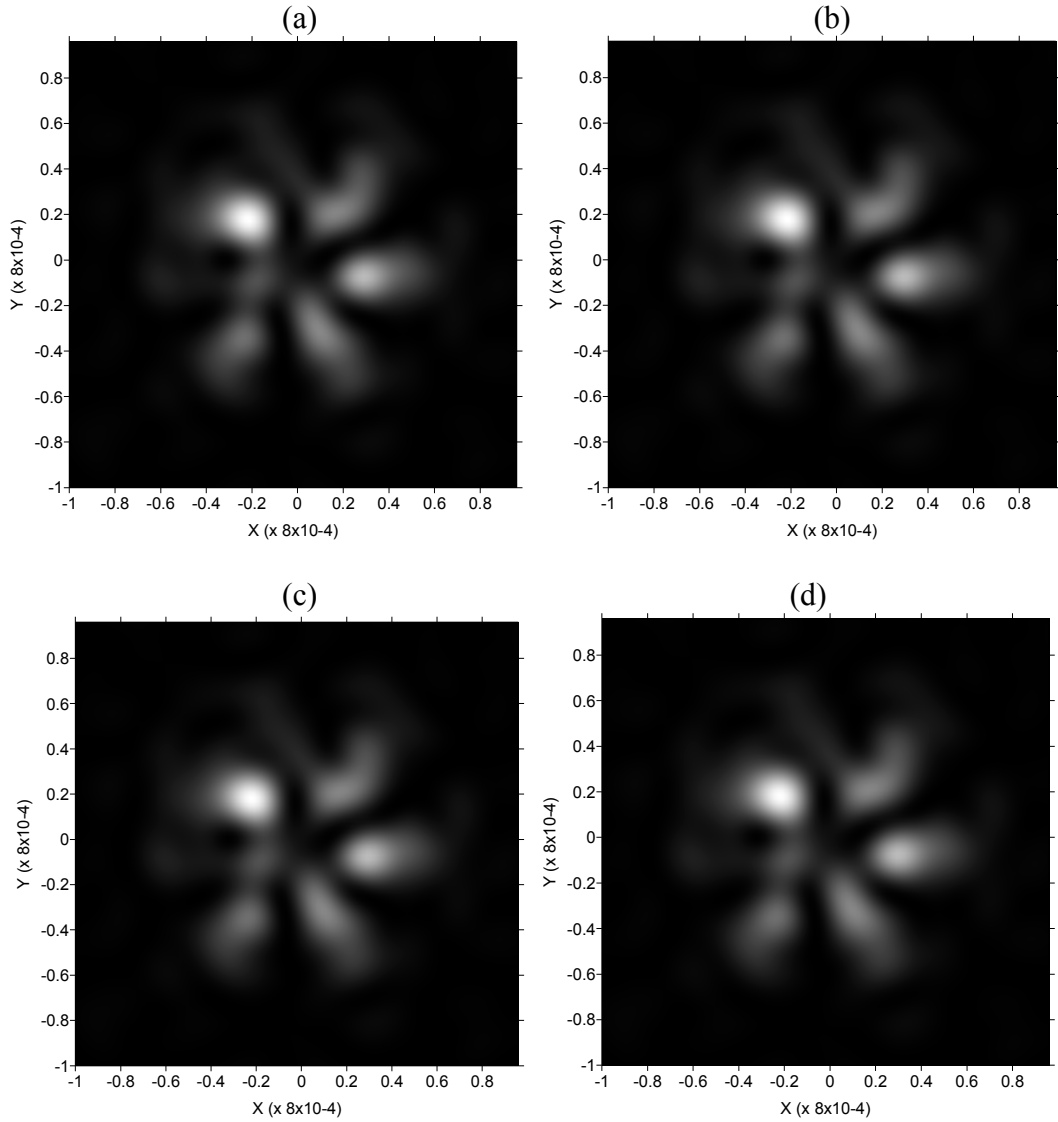


Figura 3.18. Padrão de difração gerado por uma cadeia formada por 6 fendas de raio $100 \times 10^{-6} m$, medido em (a) $z = 150 \times 10^{-3} m$, (b) $z = 151 \times 10^{-3} m$, (c) $z = 152 \times 10^{-3} m$ e (d) $z = 153 \times 10^{-3} m$, com fase inicial da onda plana incidente igual a $0,8 \pi$.

No entanto, é possível perceber que para a mesma variação sobre o eixo Z, praticamente não se altera o padrão de difração. Isso ocorre porque, mesmo para pequenos deslocamentos sobre o eixo Z, a localização das discontinuidades na configuração da fase varia intensamente, o que faz com que, na média, esses efeitos locais não sejam repassados

ao padrão de difração. Somente as regiões em que há descontinuidades na fase durante toda a propagação é que geram pontos de intensidade zero o padrão de difração final.

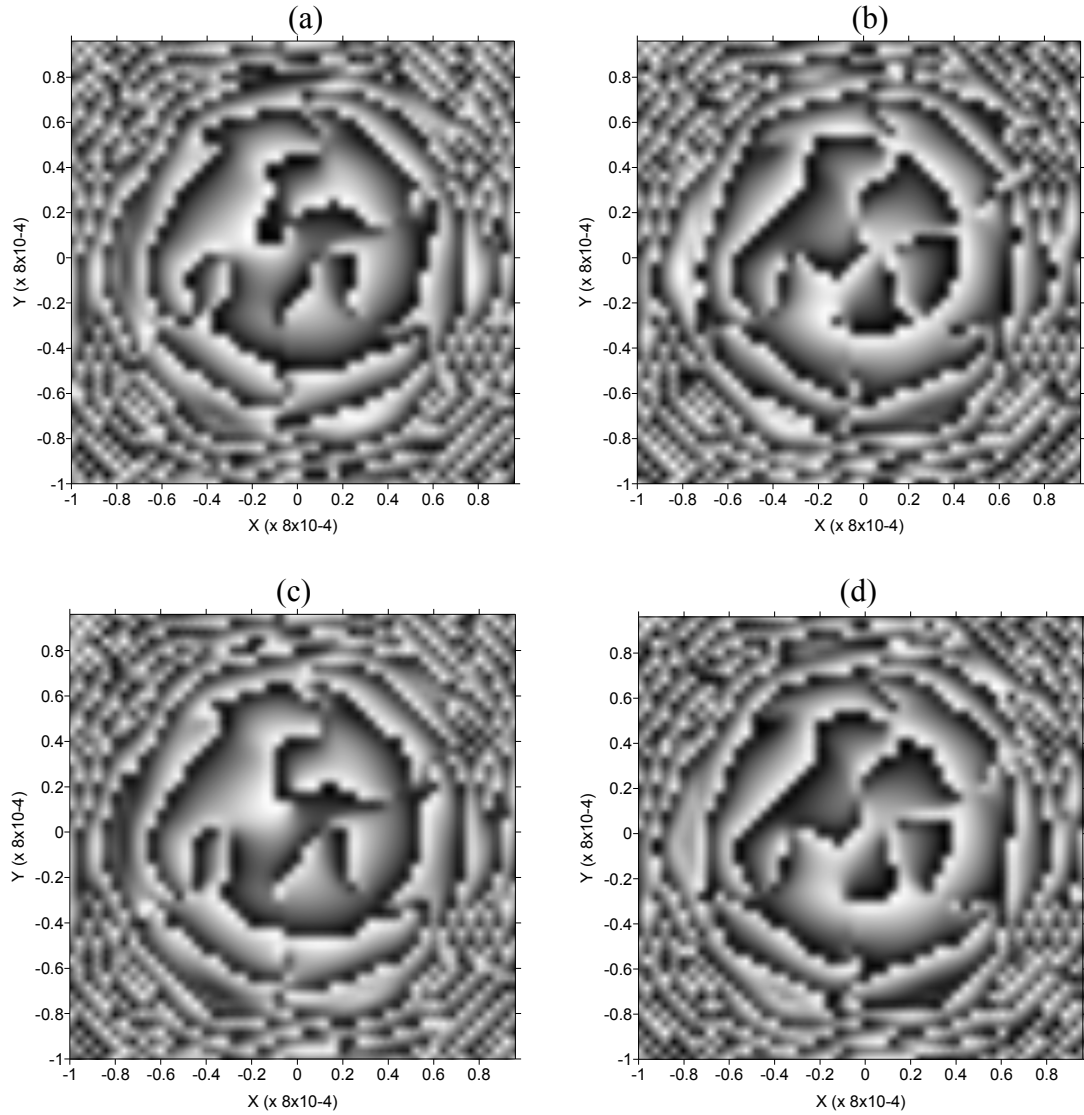


Figura 3.19. Configuração da fase no plano xy gerado por uma cadeia formada por 6 fendas de raio $100 \times 10^{-6} m$, medido em (a) $z = 150 \times 10^{-3} m$, (b) $z = 151 \times 10^{-3} m$, (c) $z = 152 \times 10^{-3} m$ e (d) $z = 153 \times 10^{-3} m$, com fase inicial da onda plana incidente igual a $0,8\pi$.

Uma comparação entre o padrão de difração gerado pela interferência de oito fendas e oito coroas sem alteração na fase e o respectivo padrão com $0,8\pi$ de diferença de fase entre uma fenda e outra é mostrada na Figura 3.20.

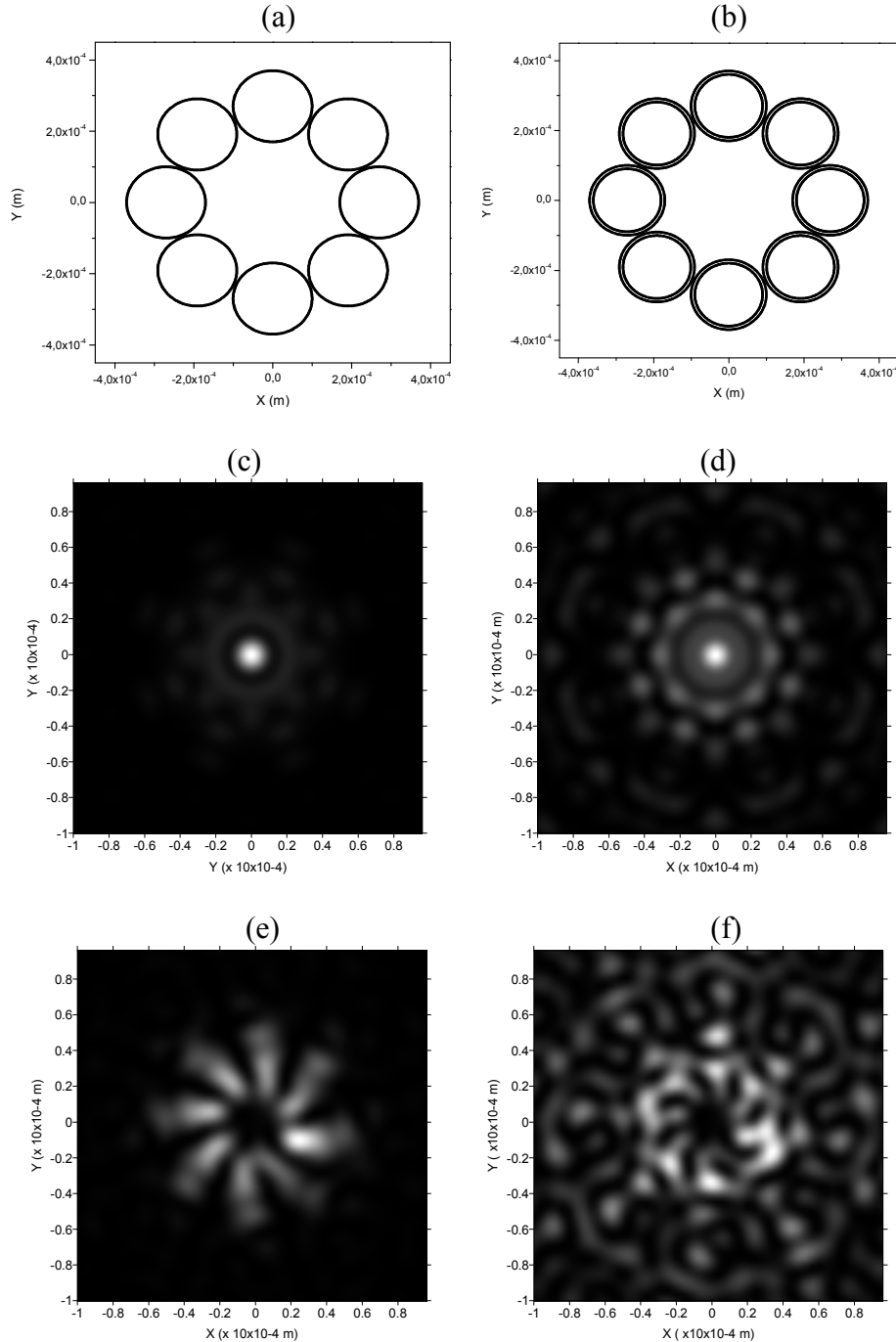


Figura 3.20. Padrões de difração devido à interferência de oito fendas (c) e oito coroas (d) sem diferença de fase entre os elementos da cadeia. Padrões de difração devido à interferência de oito fendas (e) e oito coroas (f) com fase inicial da onda plana incidente igual a $0,8\pi$, medido em $z = 150 \times 10^{-3} \text{ m}$.

Como foi visto anteriormente, a alteração linear da fase ao longo da cadeia, dá um efeito espiralado no padrão de difração e o centro, que no padrão original era o local do pico de intensidade máxima, agora abriga uma região escura.

3.6 - Comparação entre uma coroa, uma cadeia de dez fendas e uma cadeia de dez coroas.

Agora é feita uma comparação entre uma coroa de raio externo igual a $4,5 \times 10^{-4} m$ e raio interno $3,5 \times 10^{-4} m$, uma cadeia de dez fendas com raio de $100 \times 10^{-6} m$ cada uma e raio da geratriz igual à $4,5 \times 10^{-4} m$ e uma cadeia de dez coroas de raio externo igual à $100 \times 10^{-6} m$, raio interno $80 \times 10^{-6} m$ formando uma geratriz de raio $4,5 \times 10^{-4} m$. Abaixo vemos as configurações das fendas e a comparação entre seus respectivos padrões de difração. Esses valores foram escolhidos para que a coroa tenha as mesmas dimensões das cadeias.

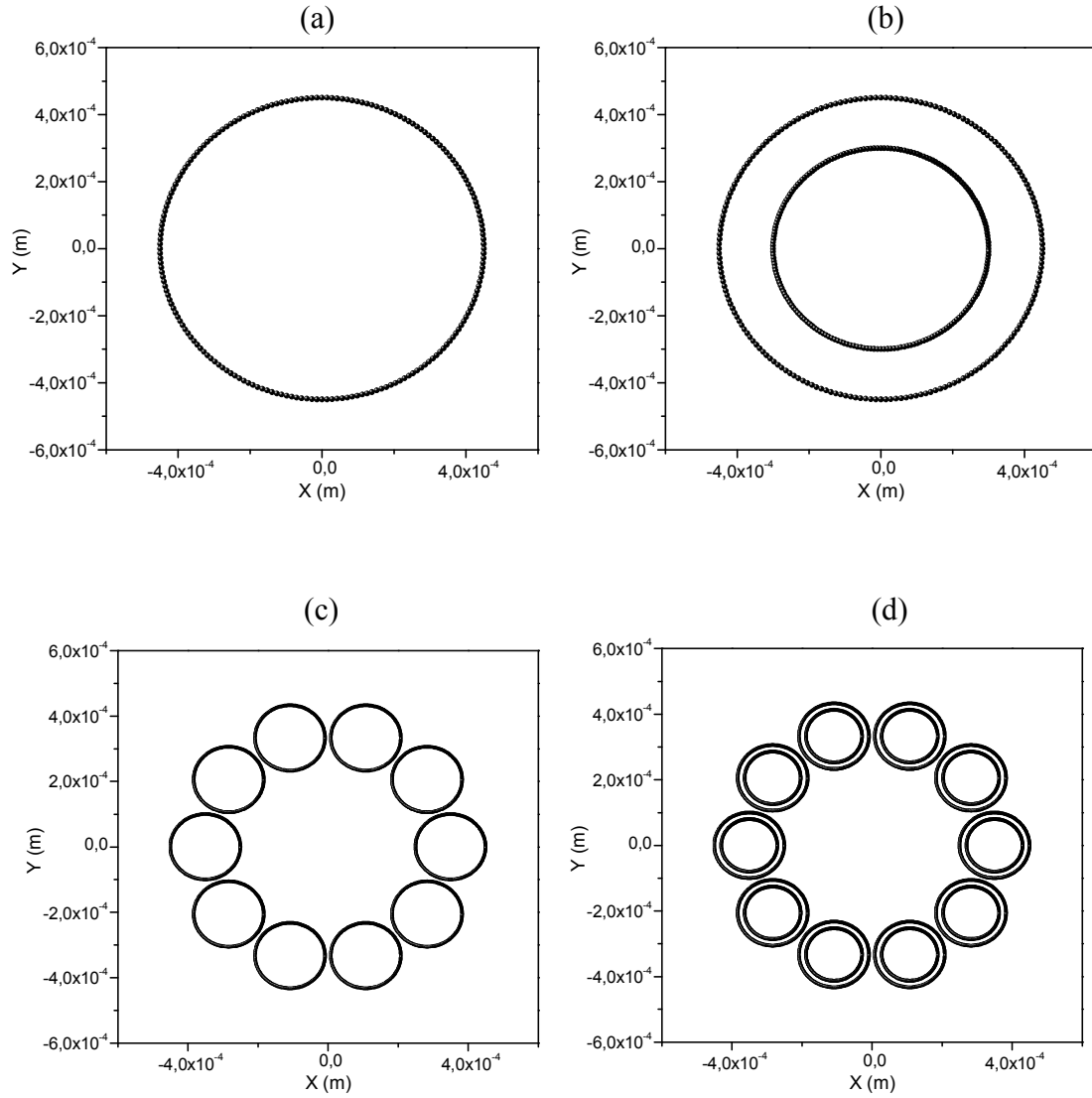


Figura 3.21. (a) Fenda elementar de raio $4,5 \times 10^{-4} m$. (b) Coroa de raios externo e interno $4,5 \times 10^{-4} m$ e $3,5 \times 10^{-4} m$, respectivamente. (c) Cadeia de fendas com raio de $100 \times 10^{-6} m$ e raio da geratriz igual à $4,5 \times 10^{-4} m$. (d) Cadeia de coroas com raios externo e interno de $100 \times 10^{-6} m$ e $80 \times 10^{-6} m$, respectivamente.

Como foi dito, os valores do raio das fendas e das geratrizes foram escolhidos para que a fenda e a coroa tenham as mesmas dimensões das cadeias. No entanto, seus padrões

de difração não apresentam nenhuma semelhança, exceto pelo pico de intensidade máxima localizado no centro.

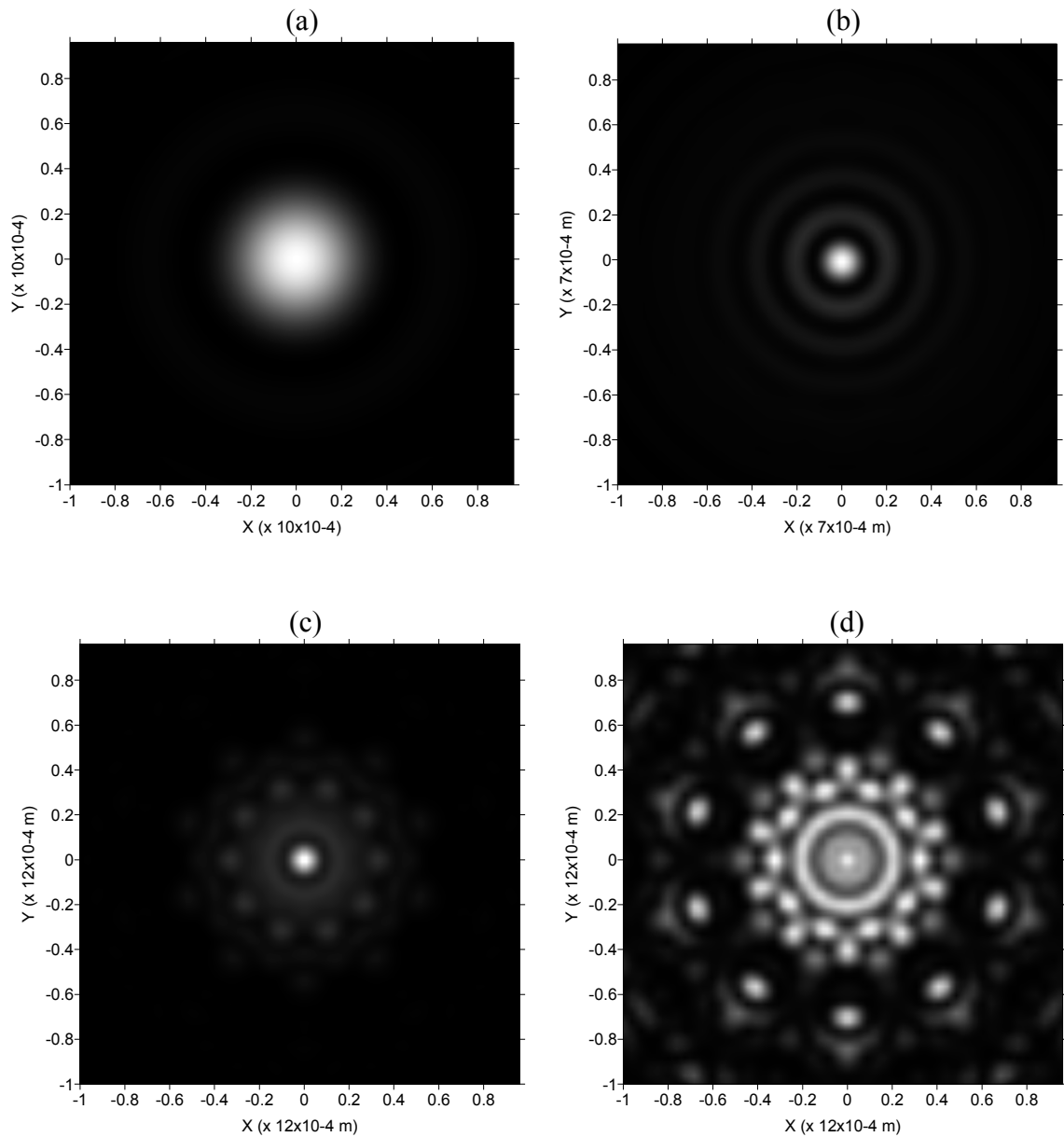


Figura 3.22. Padrões de difração gerados pelas cadeias mostradas na Figura 3.21.

3.7 - Padrão de difração de uma cadeia de coroas em função do raio interno das coroas.

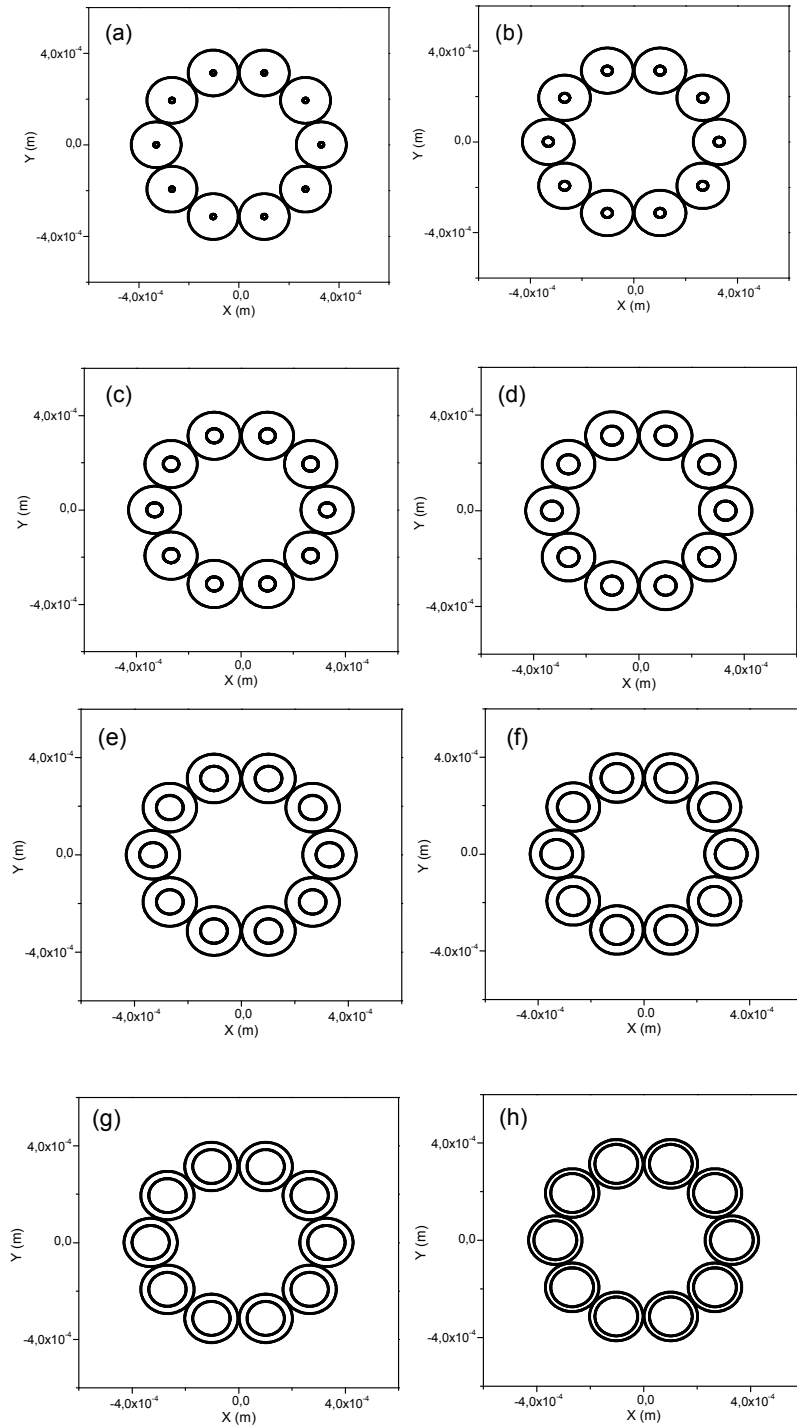


Figura 3.23. Cadeias de 10 coroas com raio externo de $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno de (a) $10 \times 10^{-6} m$, (b) $20 \times 10^{-6} m$, (c) $30 \times 10^{-6} m$, (d) $40 \times 10^{-6} m$, (e) $50 \times 10^{-6} m$, (f) $60 \times 10^{-6} m$, (g) $70 \times 10^{-6} m$ e (h) $80 \times 10^{-6} m$.

No padrão de difração gerado por uma cadeia de coroas em função do raio interno das coroas é possível perceber que para raios internos menores, o perfil de intensidade do feixe se concentra na região central e à medida que se aumenta o raio interno das coroas surgem picos de intensidade nas regiões mais afastadas do centro formando figuras semelhantes a caleidoscópios, com distribuição de intensidade.

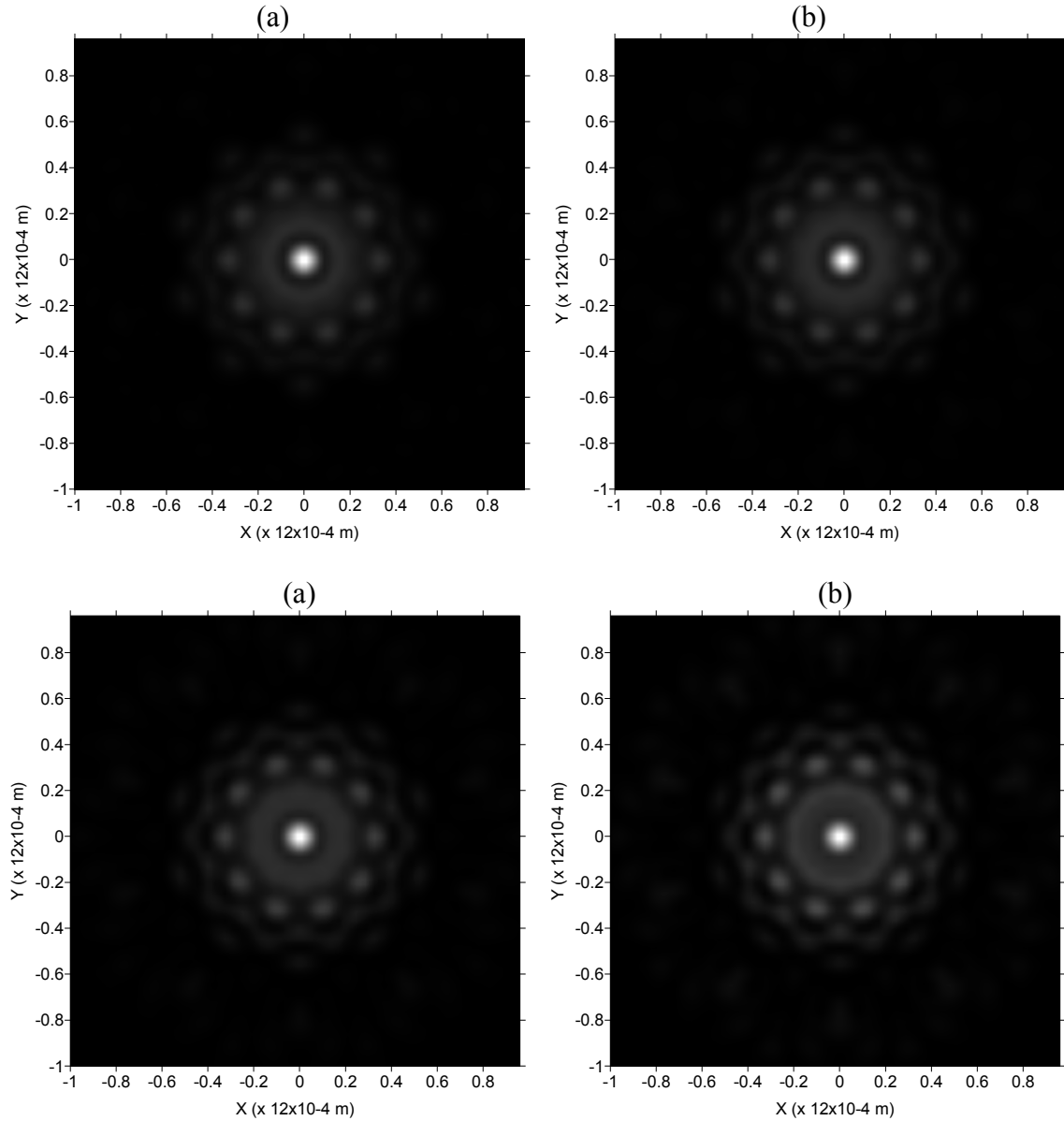


Figura 3.24. Padrões de difração gerados por cadeias de coroas com raio externo de $100 \times 10^{-6} \text{ m}$ e raio interno de (a) $10 \times 10^{-6} \text{ m}$, (b) $20 \times 10^{-6} \text{ m}$, (c) $30 \times 10^{-6} \text{ m}$ e (d) $40 \times 10^{-6} \text{ m}$, medido em $z = 150 \times 10^{-3} \text{ m}$.

No entanto, o ponto de intensidade máxima localizado no centro do padrão de difração é uma característica permanente em todas as cadeias, independente do raio interno, e a simetria existente nas cadeias é repassado às figuras de difração.

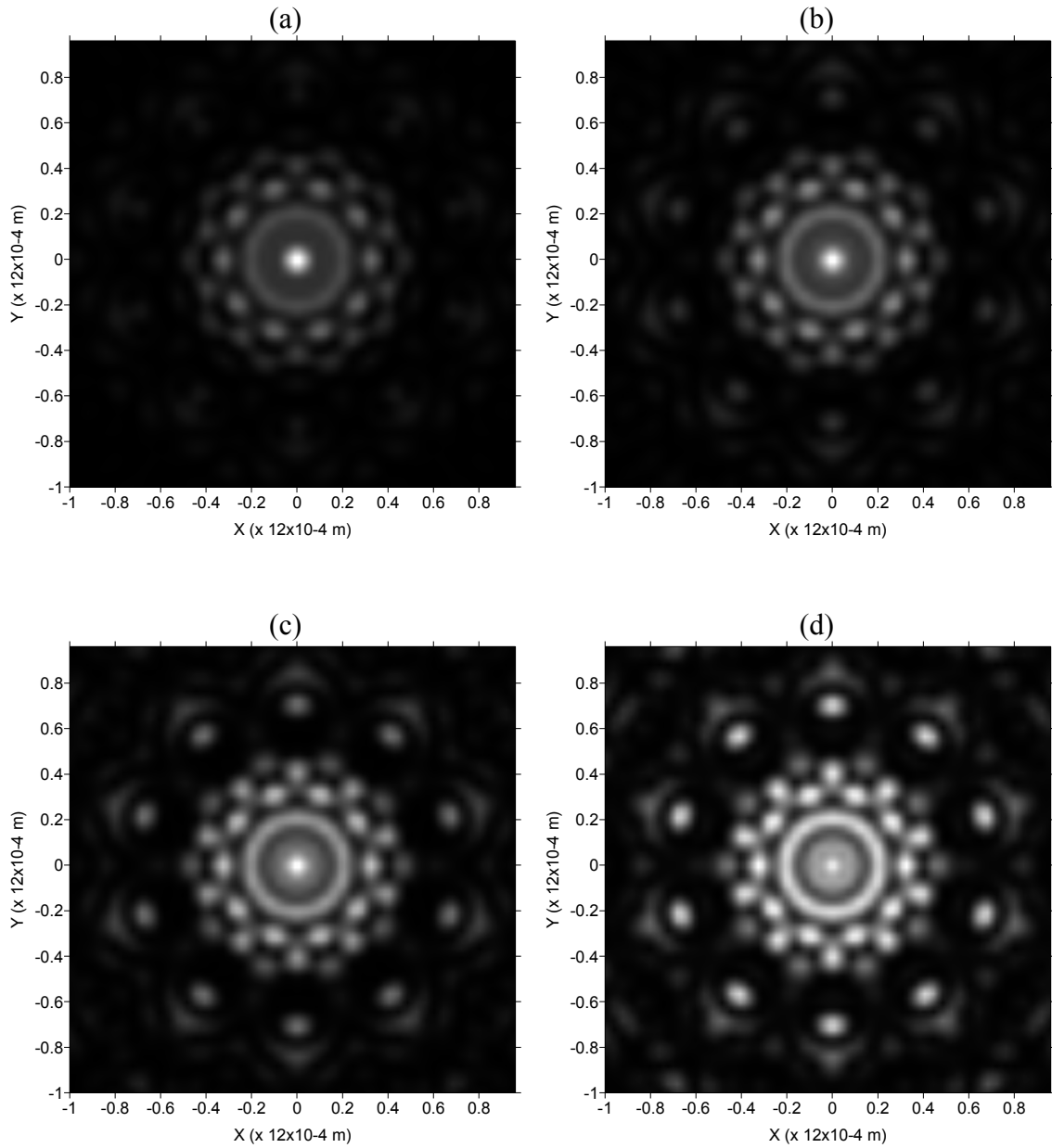


Figura 3.25. Padrões de difração gerados por cadeias de coroas com raio externo de $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno de (a) $50 \times 10^{-6} m$, (b) $60 \times 10^{-6} m$, (c) $70 \times 10^{-6} m$ e (d) $80 \times 10^{-6} m$, medido em $z = 150 \times 10^{-3} m$.

3.8 - Defeitos

O programa também permite que se façam alterações nas cadeias como a inclusão de defeitos, que podem ser caracterizados pela ausência de uma fenda ou coroa na cadeia ou a inclusão de uma fenda ou coroa de raio diferente das demais.

A Figura 3.26b mostra uma cadeia de 10 fendas contendo um desses defeitos (exclusão de uma fenda).

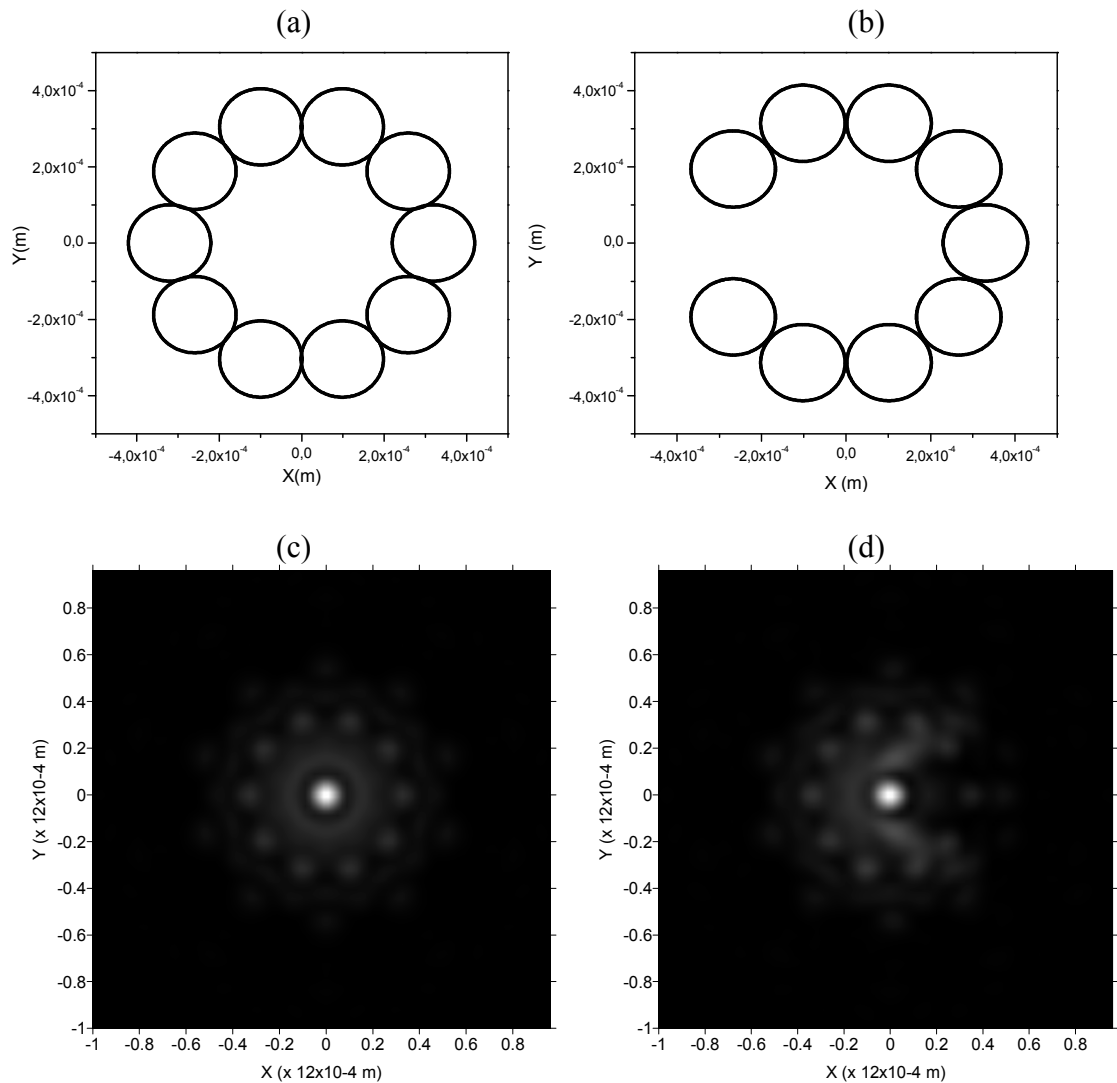


Figura 3.26. Padrão de difração gerado por uma cadeia de 10 fendas com raio de $100 \times 10^{-6} m$, com raio da geratriz sendo igual a $3,3 \times$ raio da fenda elementar e a exclusão de um elemento da cadeia, medido em $z = 200 \times 10^{-3} m$.

A única alteração no padrão de difração decorrente da exclusão de uma fenda numa cadeia de 10 fendas é uma forte perturbação na direção da fenda excluída, mantendo praticamente o mesmo padrão no restante da cadeia.

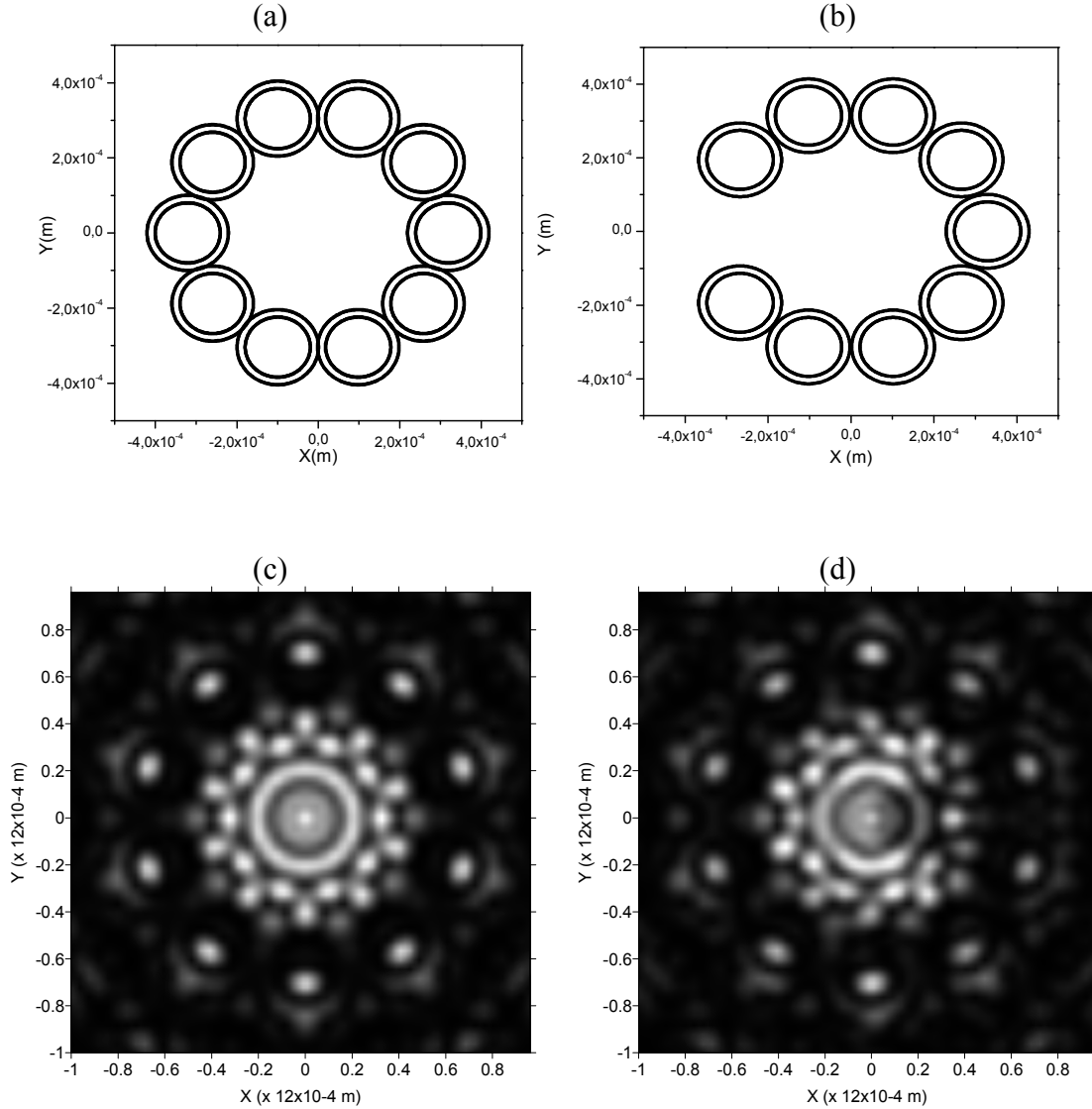


Figura 3.27. Padrão de difração gerado por uma cadeia de 10 coroas com raio externo de $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$, com raio da geratriz sendo igual a $3,3 \times$ raio da fenda elementar e a exclusão de um elemento da cadeia, medido em $z = 200 \times 10^{-3} m$.

Em uma cadeia de coroas, o efeito resultante da exclusão de um elemento é visivelmente menos acentuado, como mostra a Figura 3.27, caracterizado apenas por uma leve diminuição da intensidade na direção da coroa excluída, mantendo, no entanto, sua configuração original.

As Figuras 3.28 e 3.29 apresentam cadeias de 10 fendas e 10 coroas respectivamente, contendo uma com raio menor que as demais, caracterizando outra espécie de defeito.

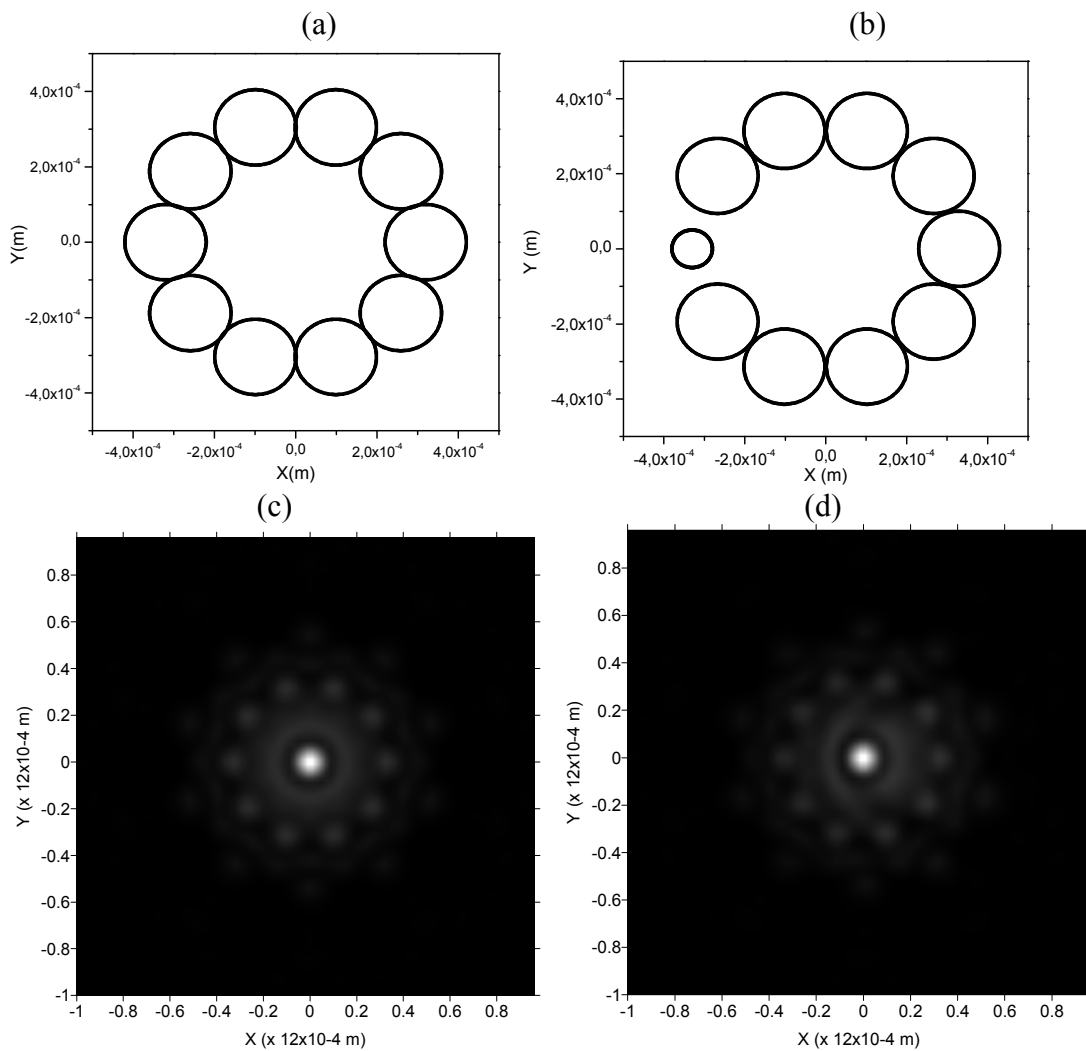


Figura 3.28. Padrão de difração gerado por uma cadeia de 10 fendas com raio elementar de $100 \times 10^{-6} m$, com raio da geratriz sendo igual a $3,3 \times$ raio da fenda elementar e a inclusão de um elemento com raio igual $0,5 \times$ raio da fenda elementar na cadeia, medido em $z = 200 \times 10^{-3} m$.

Aqui, como era de se esperar, não há grandes alterações no padrão de difração com relação ao original, para uma cadeia de fendas, e principalmente para a cadeia de coroas, onde a figura de difração é praticamente a mesma.

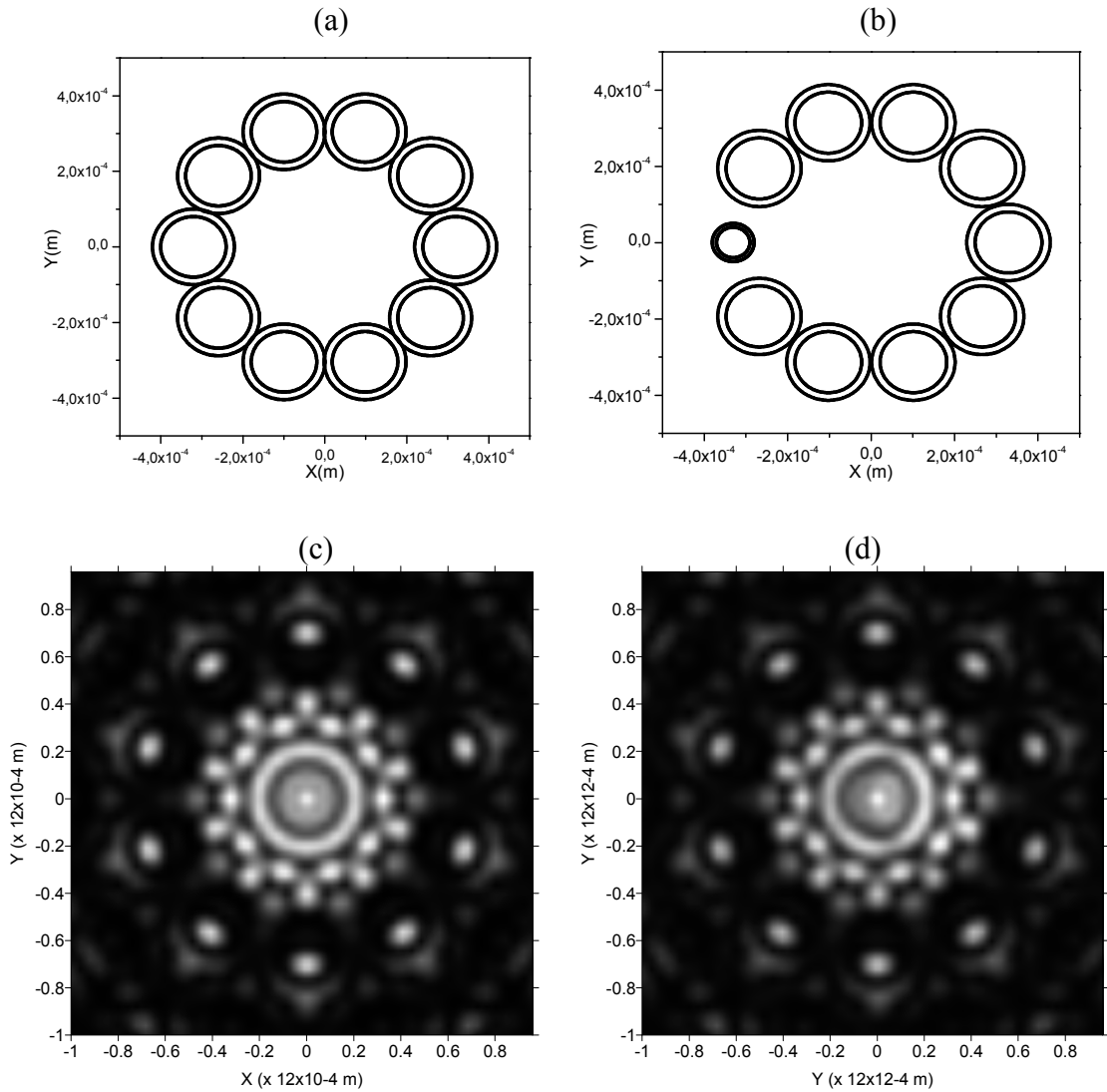


Figura 3.29. Padrão de difração gerado por uma cadeia de 10 coroas com raio externo de $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$, com raio da geratriz sendo igual a $3,3 \times$ raio da fenda elementar e a inclusão de um elemento com raio igual $0,5 \times$ raio da fenda elementar na cadeia, medido em $z = 200 \times 10^{-3} m$.

É interessante notar que, no caso da exclusão de uma fenda ou coroa, ainda existe intensidade na direção da fenda excluída. Isso acontece porque cada ponto no padrão de difração gerado por uma cadeia de fendas ou coroas é resultado da interferência dos feixes que passam por todas as fendas, então, a região de baixa intensidade localizada na direção da fenda excluída é resultado da interferência devido a todos os outros elementos da cadeia.

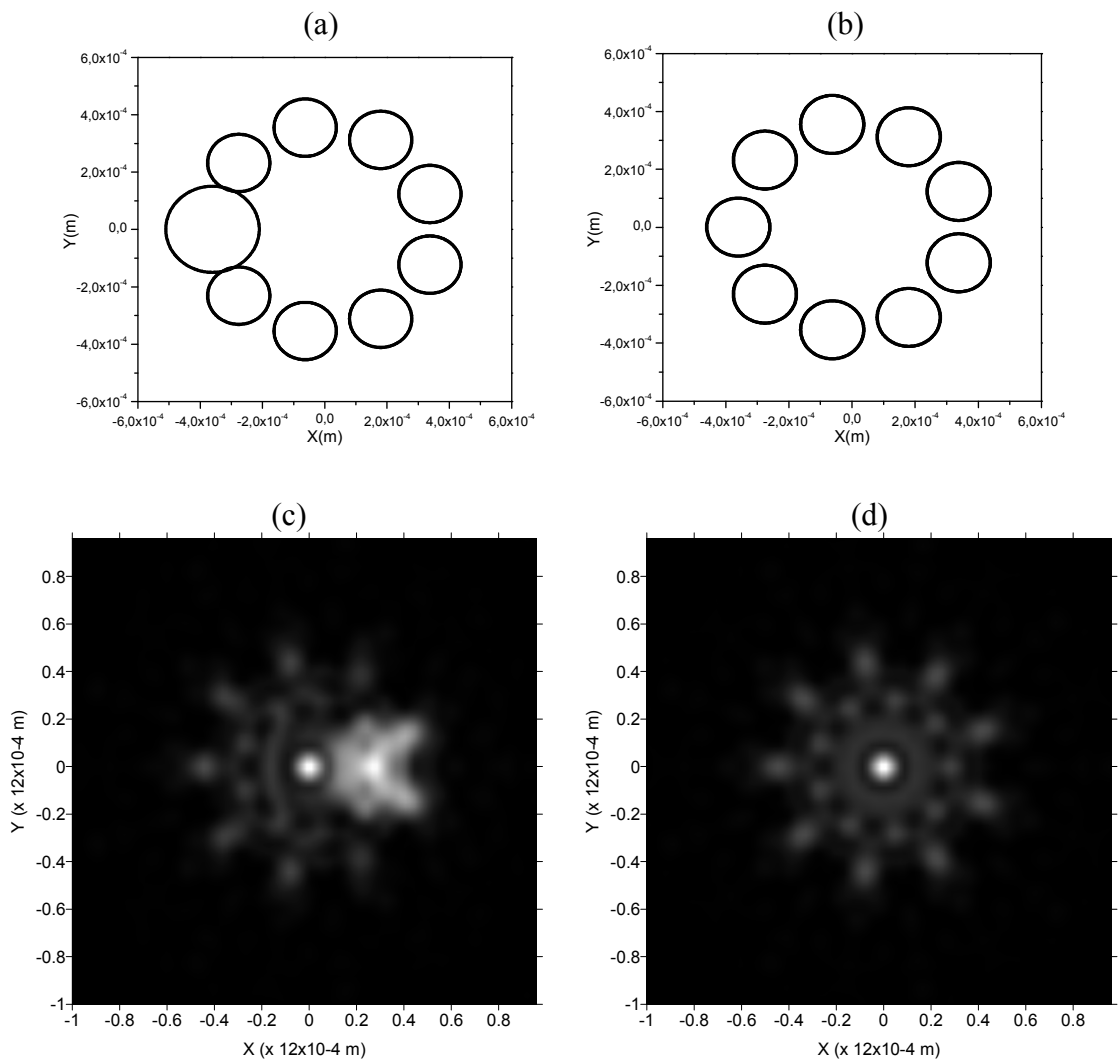


Figura 3.30. Padrão de difração gerado por uma cadeia de nove fendas com raio de $100 \times 10^{-6} m$, com raio da geratriz sendo igual a $3,6 \times \text{raio da fenda elementar}$ e a inclusão de uma fenda com raio igual à $1,5 \times \text{raio da fenda elementar}$ medido em $z = 150 \times 10^{-6} m$.

Também é possível simular o efeito de uma fenda com raio maior que as demais ao longo da cadeia, como mostrado na Figura 3.31. Para isso, é necessário um distanciamento entre as fendas para evitar a superposição da fenda maior com suas vizinhas.

A introdução desse defeito provoca um aumento bastante significativo na direção da fenda maior e uma leve perturbação no restante do padrão de difração, sempre conservando o pico de intensidade máxima no centro.

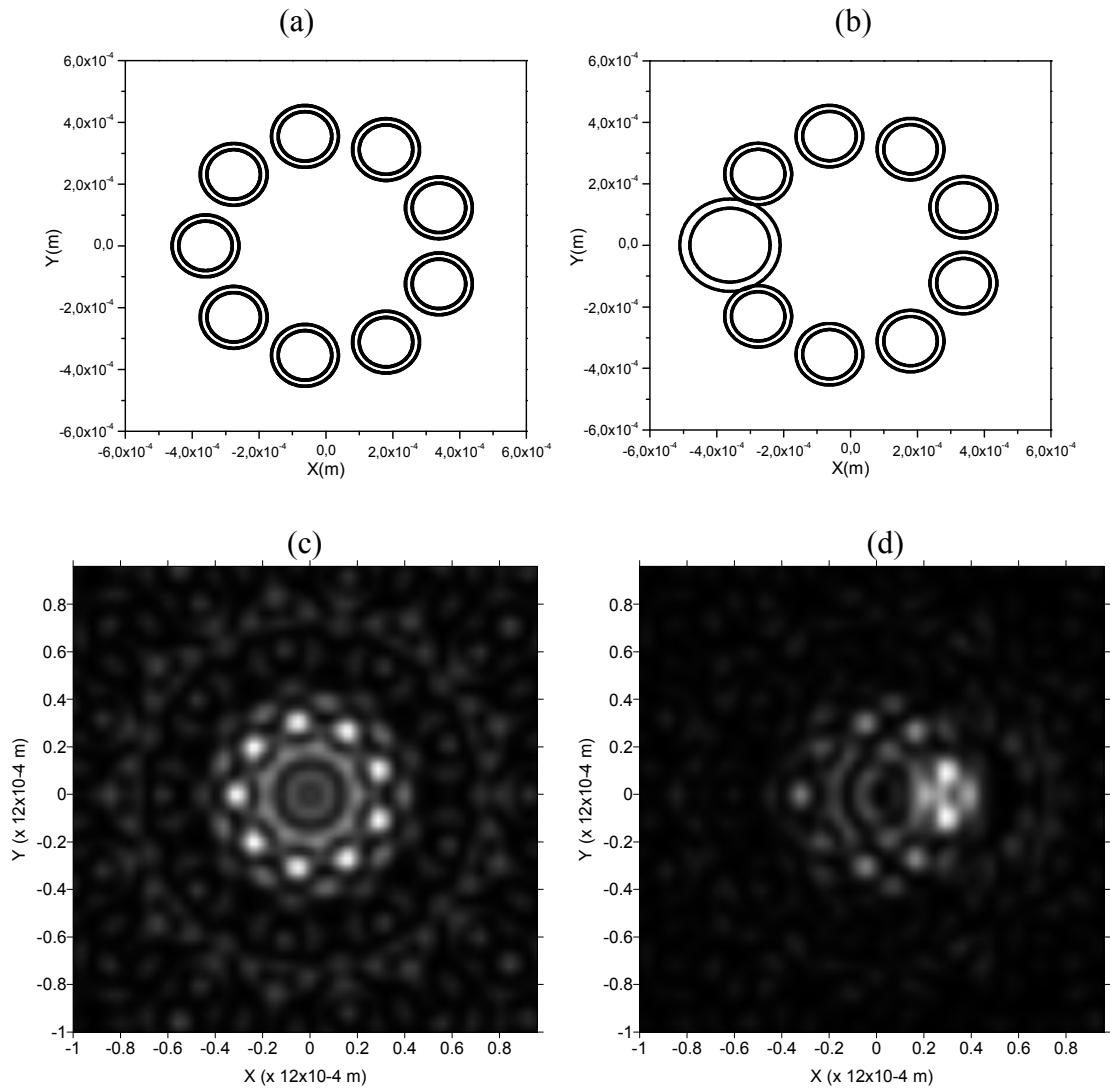


Figura 3.31. Padrão de difração gerado por uma cadeia de 9 coroas com raio interno de $80 \times 10^{-6} m$ e externo de $100 \times 10^{-6} m$ com raio da geratriz sendo igual a $3,6 \times \text{raio da fenda elementar}$ e a inclusão de uma fenda com raio igual à $1,5 \times \text{raio da fenda elementar}$ medido em $z = 150 \times 10^{-6} m$.

No entanto, o efeito mais acentuado, com relação à introdução de defeitos na cadeia, acontece com a inclusão de uma coroa com raios externo e interno maior que as demais. Aqui também há um maior distanciamento entre as coroas, pelos mesmos motivos apresentados anteriormente, e isso já provoca grandes alterações no padrão de difração com relação à cadeia em que as coroas estão unidas, gerando uma figura com aspecto granulado, onde os picos de intensidade máxima se dividem ao redor da região central, num total de nove picos, correspondendo a cada uma das coroas constituintes da cadeia. Já o padrão gerado pela inclusão dessa coroa na cadeia é completamente diferente, não apresentando nenhuma relação com o padrão original e a região de máxima intensidade se desloca para a direção da fenda maior, deixando o centro completamente escuro.

3.9 - Cadeias com duas geratrizes

A Figura 3.32 apresenta cadeias formadas por duas geratrizes com centros coincidentes, e seu padrão de difração. Aqui, as geratrizes constituintes das cadeias possuem a mesma quantidade de elementos.

As cadeias de duas geratrizes apresentadas geram figuras de difração simétricas, reproduzindo a simetria contida na configuração das fendas. Temos também a permanência do pico de intensidade máxima no centro da figura de difração, que aparece mais localizado no padrão gerado pela cadeia de fendas.

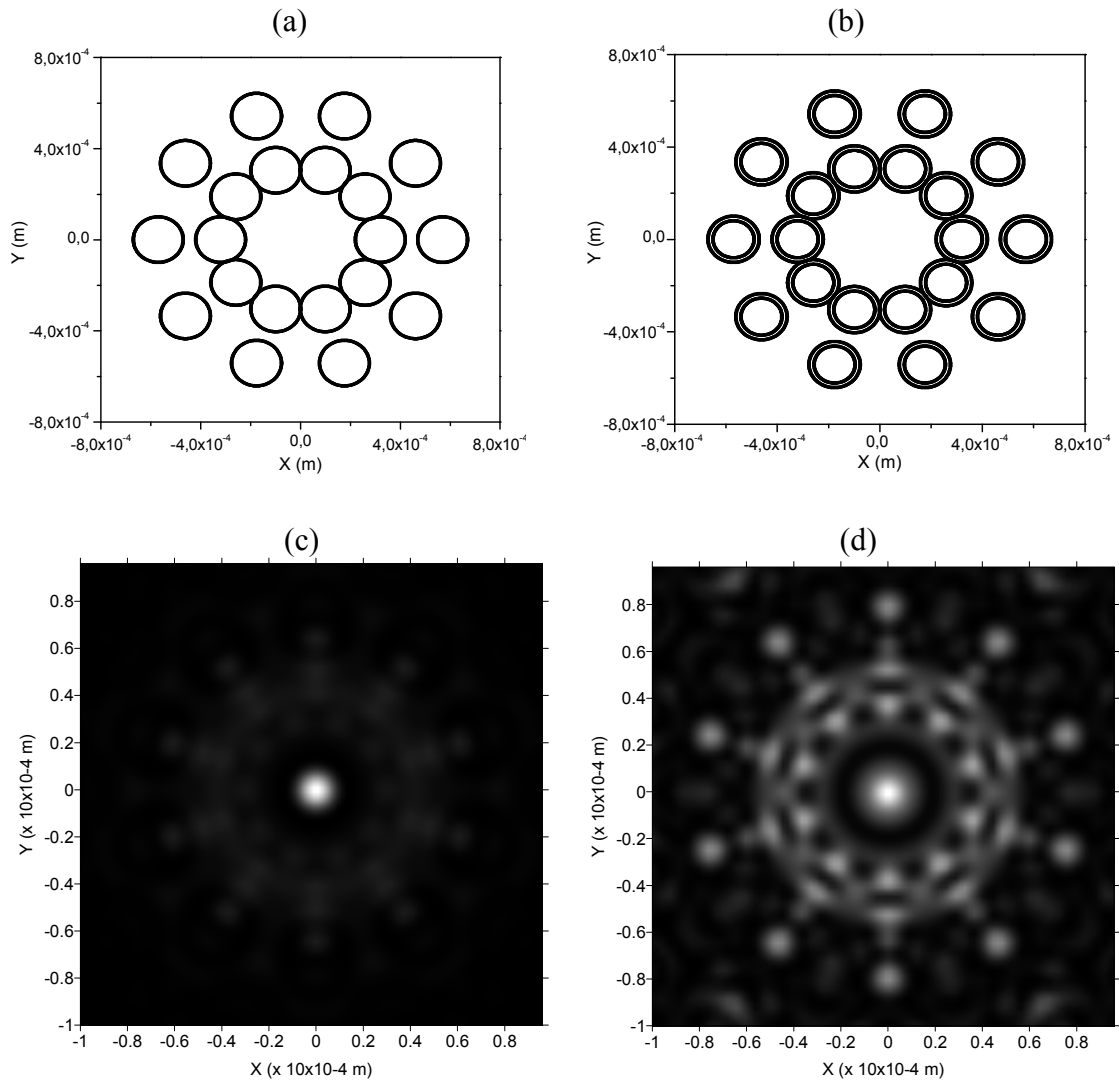
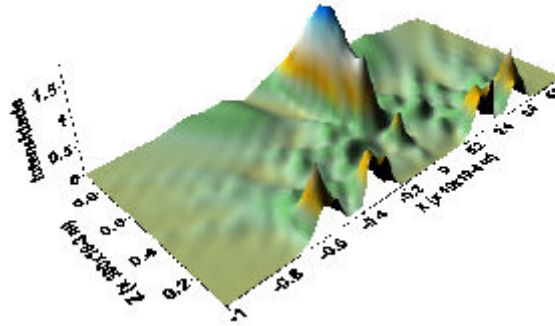


Figura 3.32. Cadeias formadas por duas geratrizes, cada uma composta de 10 fendas de raio elementar $100 \times 10^{-6} \text{ m}$ (a) e 10 coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} \text{ m}$ e interno $80 \times 10^{-6} \text{ m}$ (b), com raio da primeira geratriz sendo igual a $3,3 \times \text{raio da fenda elementar}$, e o espaçamento entre as geratrizes igual $2,5 \times \text{raio da fenda elementar}$. (c) Padrão de difração gerado pela cadeia de fendas e (d) pela cadeia de coroas medido em $z = 200 \times 10^{-3} \text{ m}$.

Com relação à propagação, a Figura 3.33, mostra a intensidade no plano XZ , onde é possível perceber que os efeitos de campo próximo se estendem até cerca de 12cm, com o

pico de intensidade máxima localizado no centro da propagação, como é de se esperar, observando a Figura 3.33, que apresenta o padrão de difração no plano XY .

(a)



(b)

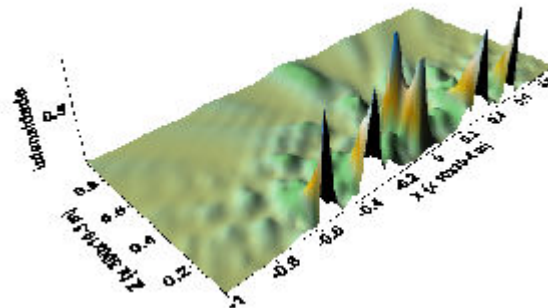


Figura 3.33. Intensidade do feixe durante a propagação ao longo da direção z de uma cadeia formada por (a) duas geratrizes de dez fendas elementares de raio $100 \times 10^{-6} m$ com raio da geratriz igual a $3,2 \times \text{raio da fenda elementar}$ e espaçamento entre as geratrizes de $2,5 \times \text{raio da fenda elementar}$ e (b) dez coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$ com mesmo raio da geratriz, medida de $z = 10 \times 10^{-3} m$ até $z = 150 \times 10^{-3} m$.

A Figura 3.34 mostra a intensidade de pico durante a propagação sobre o eixo Z.

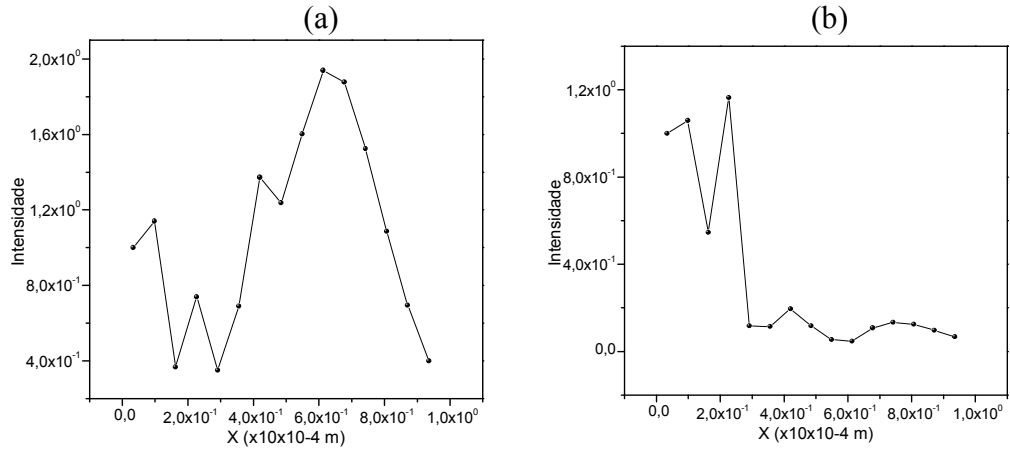


Figura 3.34. Intensidade de pico durante a propagação ao longo da direção z de uma cadeia formada por (a) duas geratrizes de dez fendas elementares de raio $100 \times 10^{-6} m$ com raio da geratriz igual a $3,2 \times$ raio da fenda elementar e espaçamento entre as geratrizes de $2,5 \times$ raio da fenda elementar e (b) dez coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$ com mesmo raio da geratriz, medida de $z = 10 \times 10^{-3} m$ até $z = 150 \times 10^{-3} m$.

O comportamento do perfil de intensidade durante a propagação é explicado pela configuração da fase, onde regiões de alta variação de fase geram regiões de intensidade zero, e a região de máxima intensidade no centro da propagação surge devida à baixa variação de fase, proporcionando uma região de interferência construtiva.

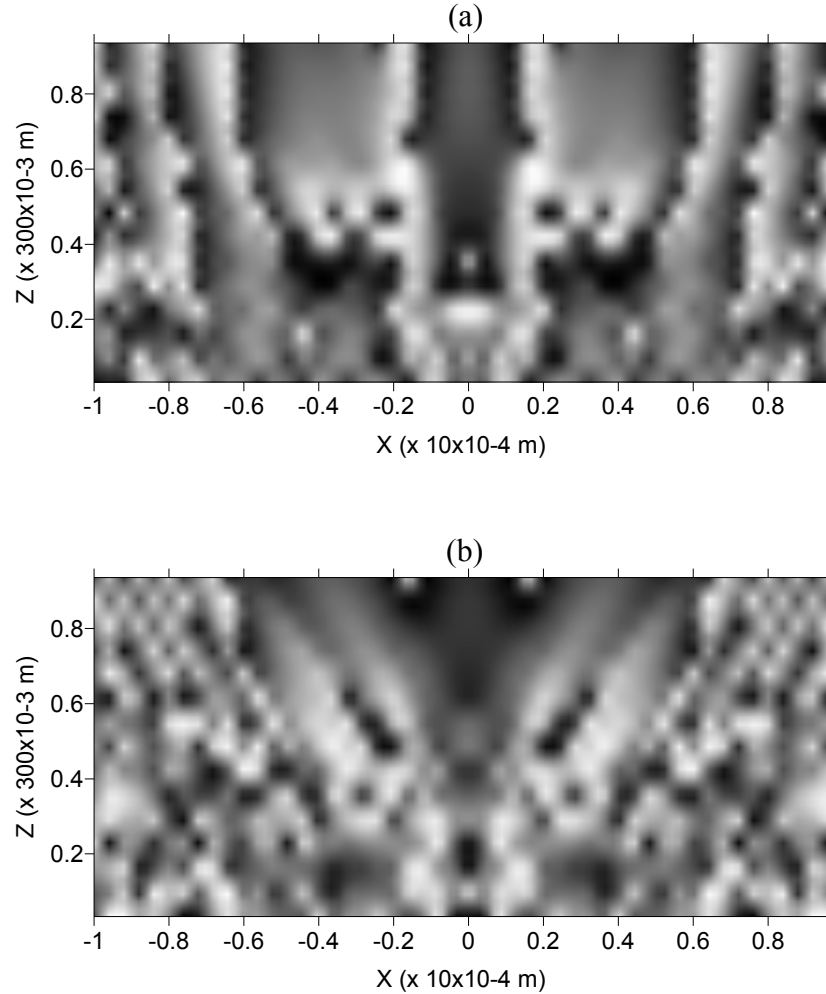


Figura 3.35. Configuração da fase no plano de propagação XZ, gerada uma cadeia formada por (a) duas geratrizes de dez fendas elementares de raio $100 \times 10^{-6} \text{ m}$ com raio da geratriz igual a $3,2 \times \text{raio da fenda elementar}$ e espaçamento entre as geratrizes de $2,5 \times \text{raio da fenda elementar}$ e (b) dez coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} \text{ m}$ e raio interno $80 \times 10^{-6} \text{ m}$ com mesmo raio da geratriz, medida de $z = 10 \times 10^{-3} \text{ m}$ até $z = 150 \times 10^{-3} \text{ m}$.

A análise anterior corresponde a uma cadeia de duas geratrizes com mesmo número de fendas. Isto faz com a geratriz mais externa possua espaços entre seus elementos. Agora colocamos sete fendas extras nessa segunda geratriz para eliminar estes espaços.

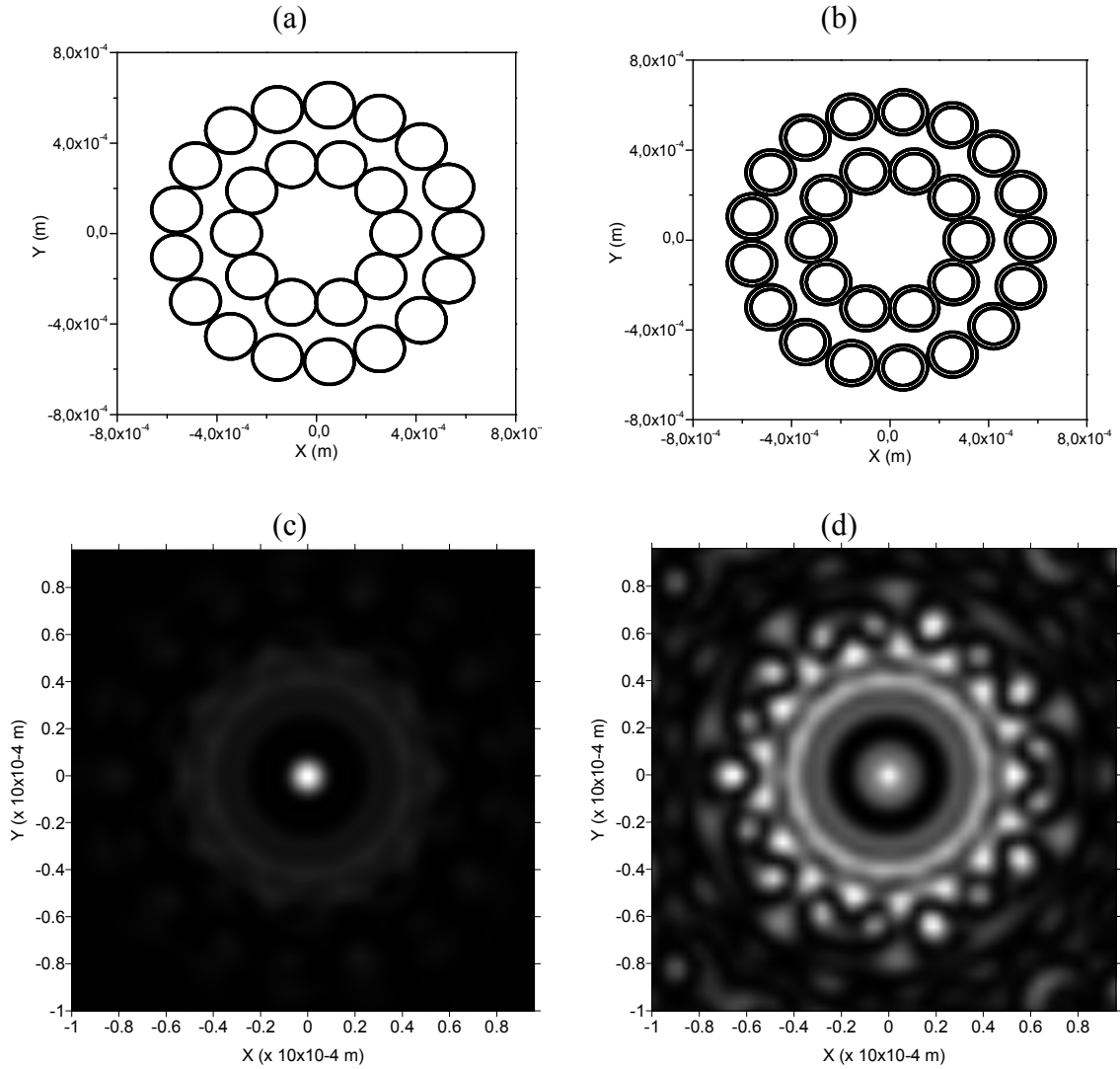


Figura 3.36. Cadeias formadas por duas geratrizes, uma composta de 10 fendas e outra de 17 fendas de raio elementar $100 \times 10^{-6} m$ (a) e duas geratrizes de 10 e 17 coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e interno $80 \times 10^{-6} m$ (b), com raio da primeira geratriz sendo igual a $3,3 \times \text{raio da fenda elementar}$, e o espaçamento entre as geratrizes igual $2,5 \times \text{raio da fenda elementar}$. (c) Padrão de difração gerado pela cadeia de fendas e (d) pela cadeia de coroas medido em $z = 200 \times 10^{-3} m$.

Nesse caso podemos perceber uma assimetria no padrão de difração mostrado na Figura 3.36, em decorrência do arranjo das fendas também não ser simétrico. E o pico de intensidade máxima permanece no centro.

O perfil de intensidade não traz grandes alterações com relação ao caso anterior, como pode ser visto na Figura 3.37.

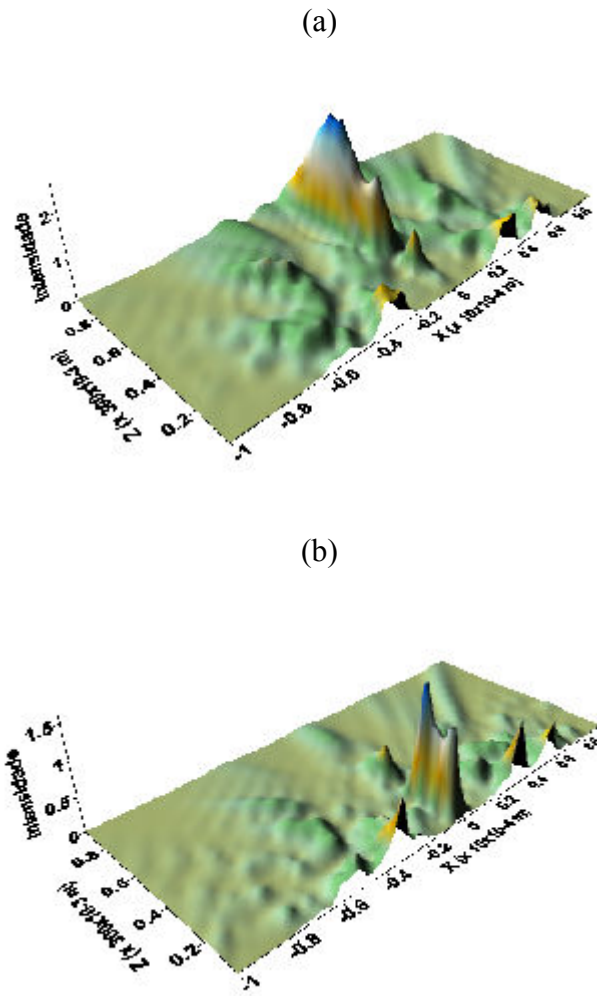


Figura 3.37. Intensidade do feixe durante a propagação ao longo da direção z de uma cadeia formada por (a) duas geratrizes de dez fendas elementares de raio $100 \times 10^{-6} m$ com raio da geratriz igual a $3,2 \times \text{raio da fenda elementar}$ e espaçamento entre as geratrizes de $2,5 \times \text{raio da fenda elementar}$ ajustada para que não haja espaço entre as fendas e (b) dez coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$ com mesmo raio da geratriz, medida de $z = 10 \times 10^{-3} m$ até $z = 300 \times 10^{-3} m$.

Para esta situação, de acordo com a Figura 3.38, o pico de intensidade máxima ocorre em $z = 10\text{cm}$ para as fendas e em $z = 12\text{cm}$ para as coroas, considerando o campo distante.

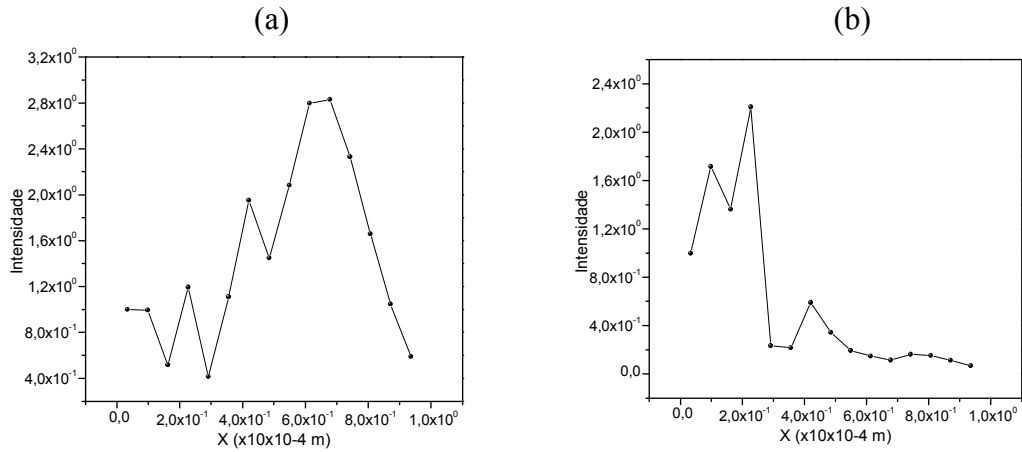


Figura 3.38. Intensidade de pico durante a propagação ao longo da direção z de uma cadeia formada por (a) duas geratrizes, uma de dez fendas elementares de raio $100 \times 10^{-6}\text{ m}$ e outra com 17 fendas, com raio da geratriz igual a $3,2 \times \text{raio da fenda elementar}$ e espaçamento entre as geratrizes de $2,5 \times \text{raio da fenda elementar}$ e (b) duas geratrizes, uma de dez coroas de raio externo $100 \times 10^{-6}\text{ m}$ e raio interno $80 \times 10^{-6}\text{ m}$ e outra com 17 coroas, com mesmo raio da geratriz, medida de $z = 10 \times 10^{-3}\text{ m}$ até $z = 300 \times 10^{-3}\text{ m}$.

Novamente, o comportamento do perfil de intensidade de intensidade durante a propagação é explicado com base na configuração da fase. Analisando a Figura 3.39 é possível identificar as regiões onde há pouca variação de fase e que, conseqüentemente, geram as regiões de alta intensidade.

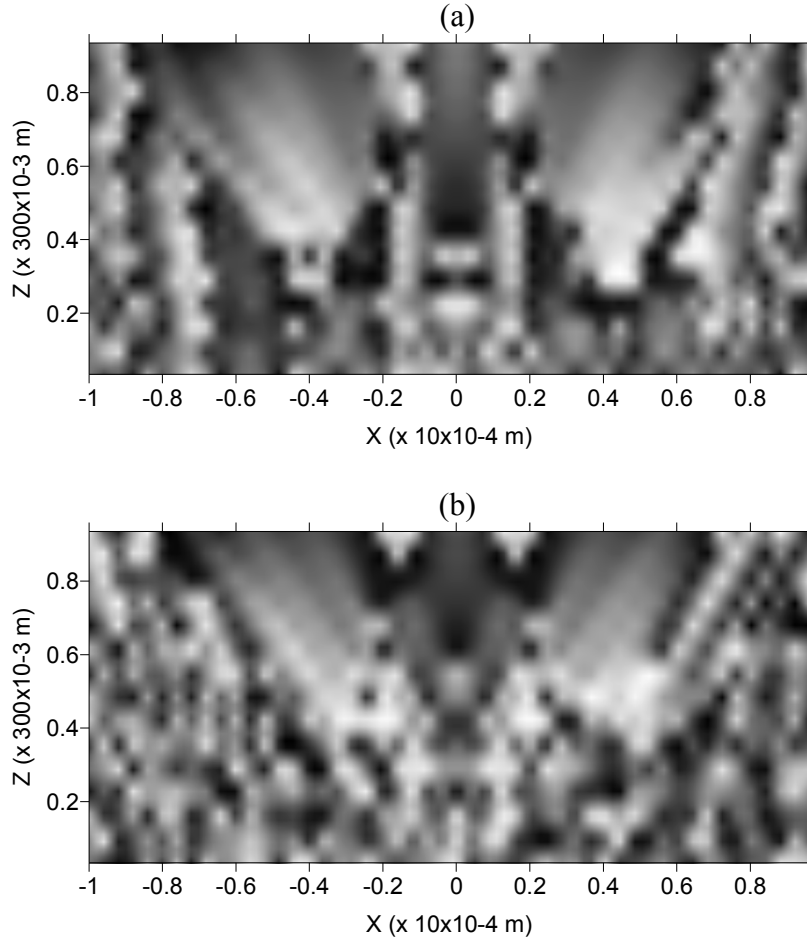


Figura 3.39. Configuração da fase no plano de propagação XZ, gerada por uma cadeia formada por (a) duas geratrizes, uma de dez fendas elementares de raio $100 \times 10^{-6} m$ e outra com 17 fendas, com raio da geratriz igual a $3,2 \times \text{raio da fenda elementar}$ e espaçamento entre as geratrizes de $2,5 \times \text{raio da fenda elementar}$ e (b) duas geratrizes, uma de dez coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$ e outra com 17 coroas, com mesmo raio da geratriz, medida de $z = 10 \times 10^{-3} m$ até $z = 300 \times 10^{-3} m$.

3.10 - Cadeias com três geratrizes.

A Figura 3.40 apresenta cadeias formadas por três geratrizes com centros coincidentes, e seu padrão de difração. Aqui, as geratrizes constituintes das cadeias possuem a mesma quantidade de elementos.

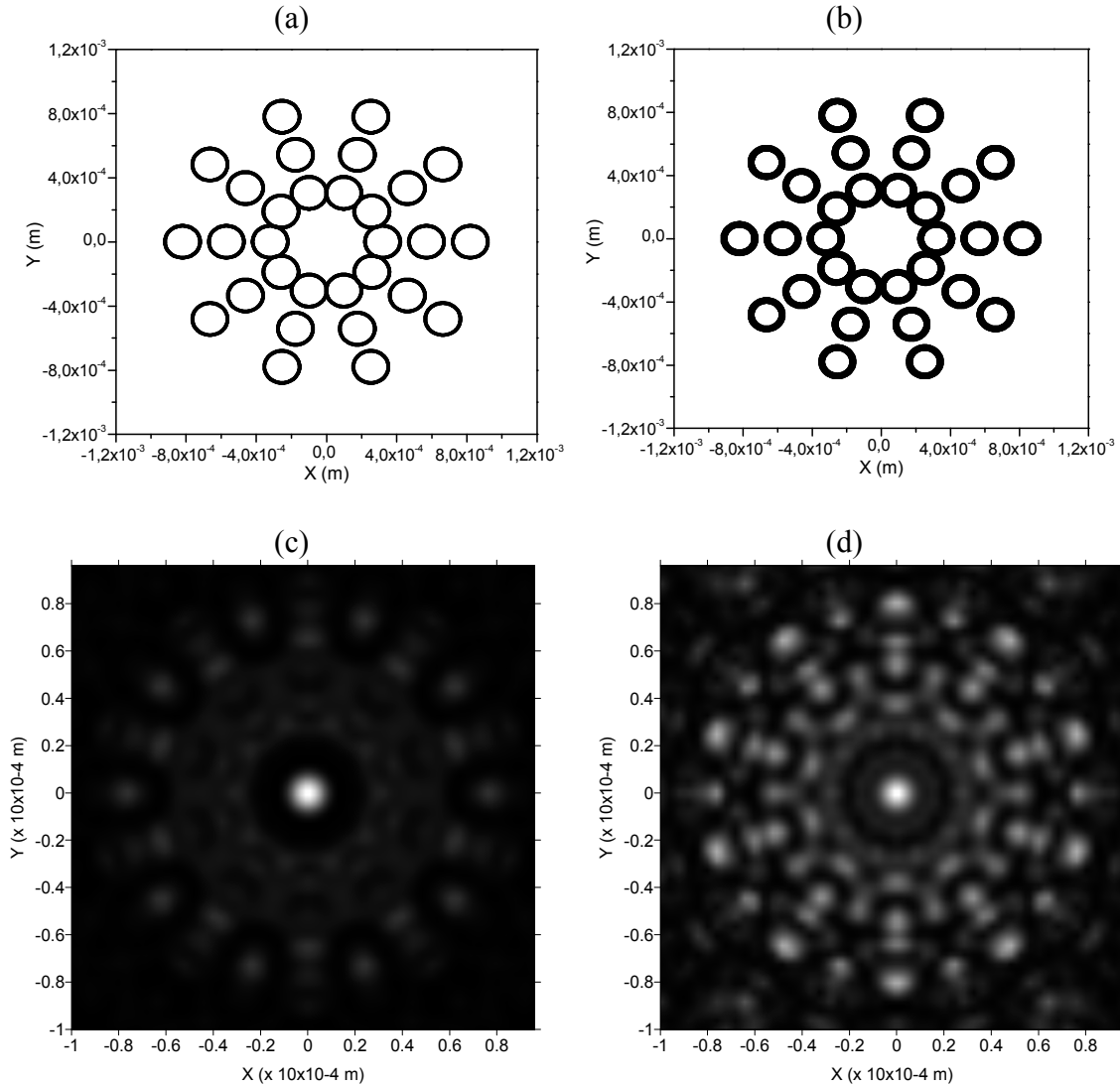
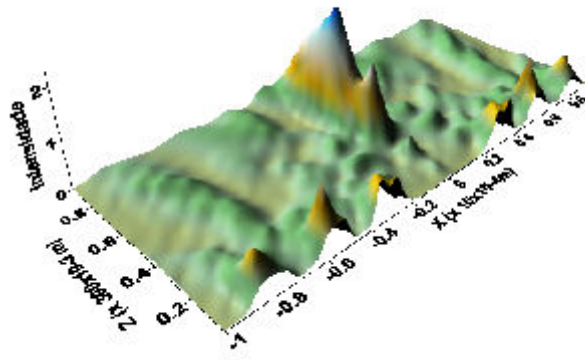


Figura 3.40. Cadeias formadas por três geratrizes, cada uma composta de 10 fendas de raio elemental $100 \times 10^{-6} m$ (a) e 10 coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e interno $80 \times 10^{-6} m$ (b), com raio da primeira geratriz sendo igual a $3,3 \times \text{raio da fenda elemental}$, e o espaçamento entre as geratrizes igual $2,5 \times \text{raio da fenda elemental}$. (c) Padrão de difração gerado pela cadeia de fendas e (d) pela cadeia de coroas medido em $z = 200 \times 10^{-3} m$.

O padrão de difração gerado pelas cadeias de três geratrizes se assemelha bastante àquele gerado por duas geratrizes, possuindo basicamente as mesmas características.

O perfil de intensidade durante a propagação sobre o eixo Z também não apresenta grandes alterações, exceto pelo fato de as cadeias com três geratrizes produzirem regiões de intensidade relativamente alta fora do eixo central de propagação.

(a)



(b)

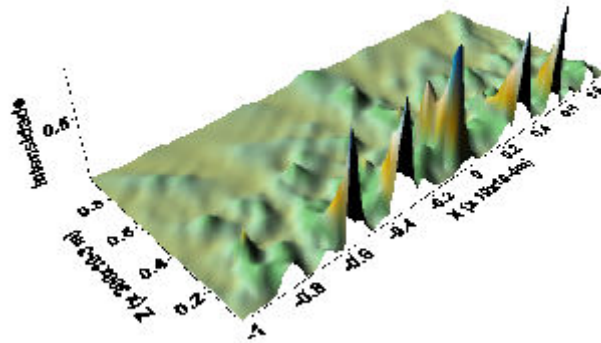


Figura 3.41. Intensidade do feixe durante a propagação ao longo da direção z de uma cadeia formada por (a) três geratrizes de dez fendas elementares de raio $100 \times 10^{-6} m$ com raio da primeira geratriz igual a $3,2 \times \text{raio da fenda elementar}$ e espaçamento entre as geratrizes de $2,5 \times \text{raio da fenda elementar}$ e (b) dez coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$ com mesmo raio da geratriz, medida de $z = 10 \times 10^{-3} m$ até $z = 300 \times 10^{-3} m$.

A Figura 3.42 apresenta a configuração da fase durante a propagação.

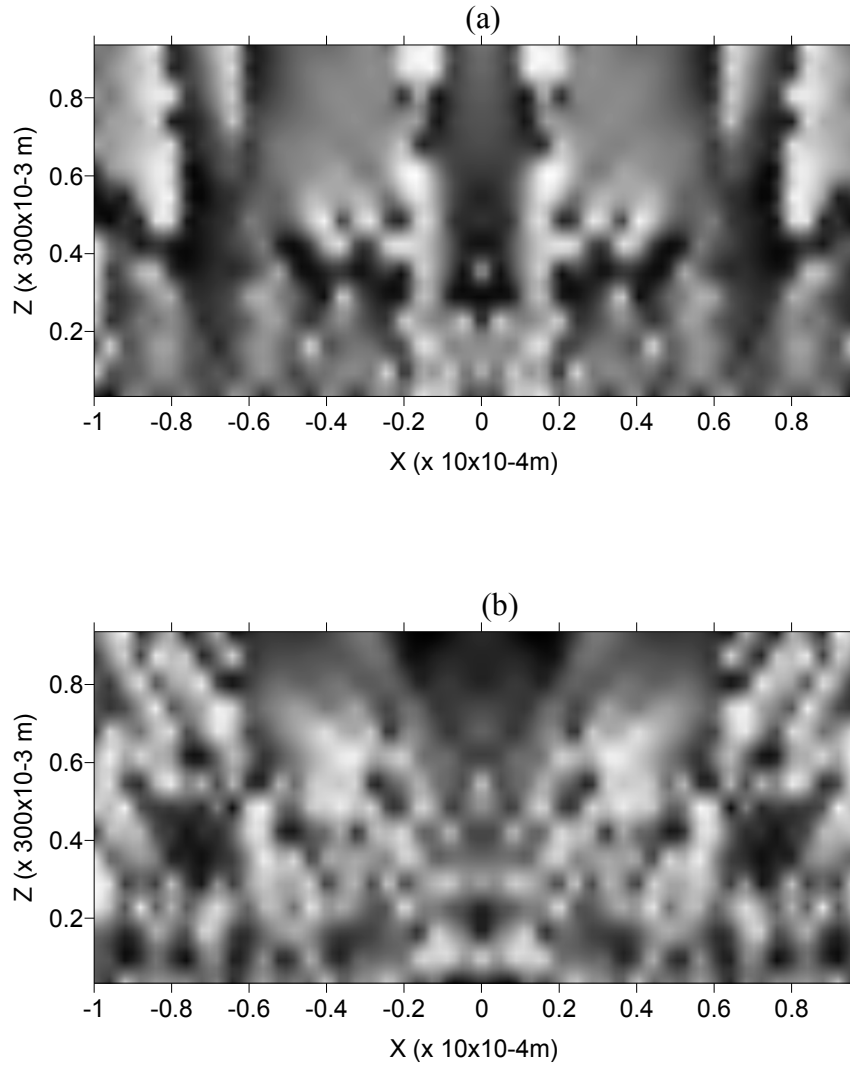


Figura 3.42. Configuração da fase no plano de propagação XZ, gerada uma cadeia formada por (a) três geratrizes de dez fendas elementares de raio $100 \times 10^{-6} m$ com raio da geratriz igual a $3,2 \times \text{raio da fenda elementar}$ e espaçamento entre as geratrizes de $2,5 \times \text{raio da fenda elementar}$ e (b) dez coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$ com mesmo raio da geratriz, medida de $z = 10 \times 10^{-3} m$ até $z = 300 \times 10^{-3} m$.

Agora, acrescentamos sete elementos a cada geratriz para eliminar os espaços entre os constituintes das cadeias, como é mostrado na Figura 3.43.

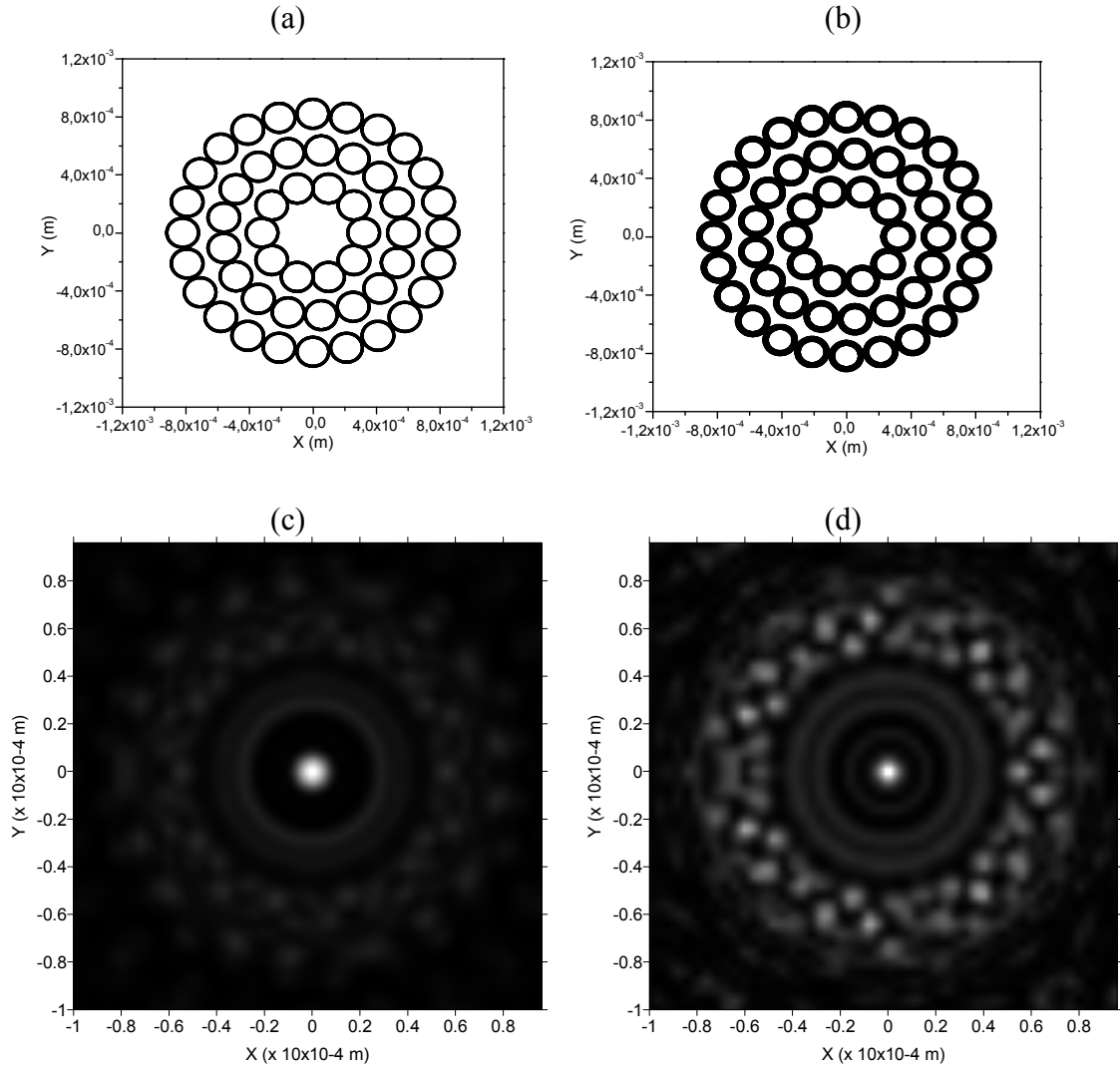
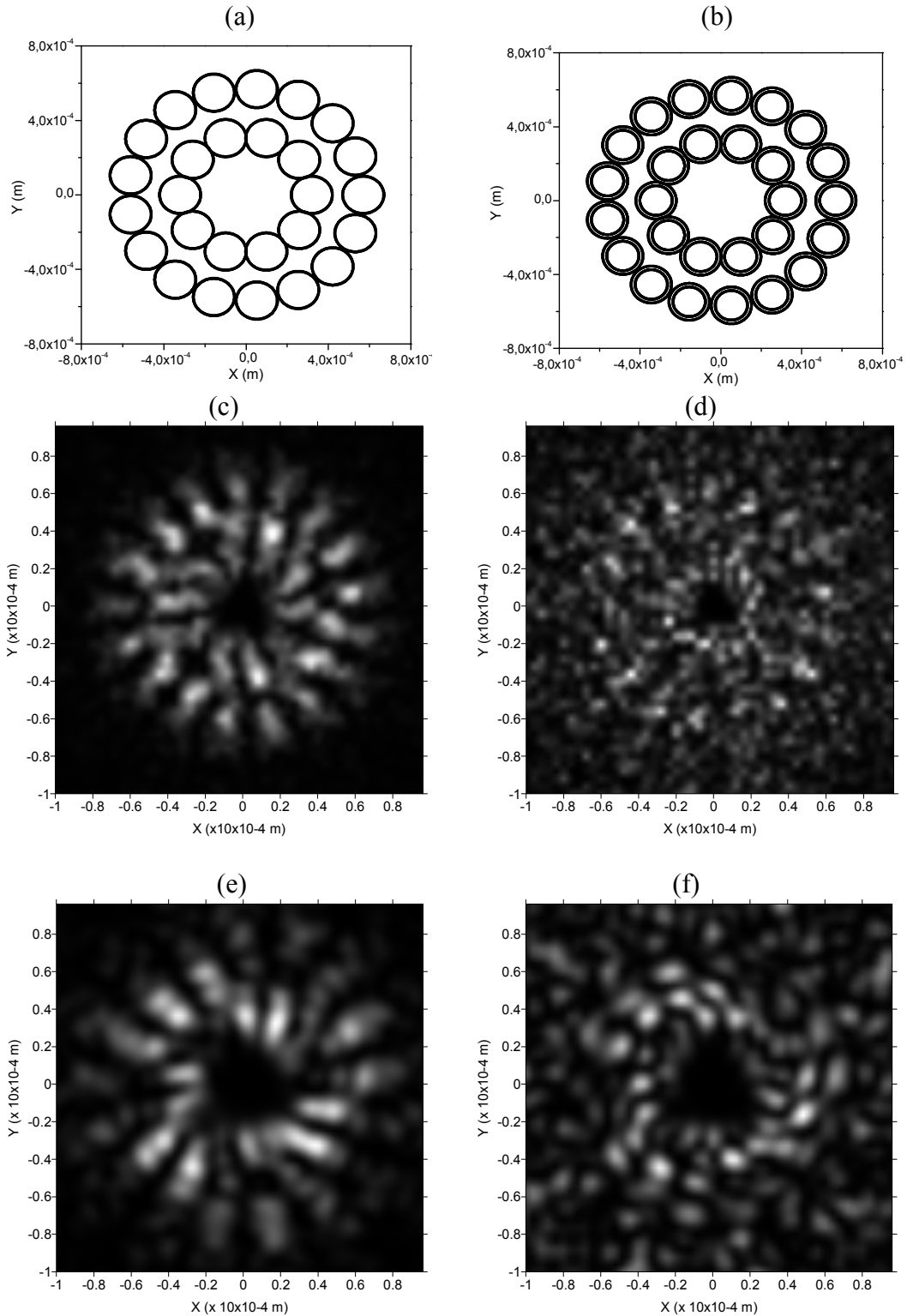


Figura 3.43. Cadeias formadas por três geratrizes, compostas de 10, 17 e 24 fendas de raio elemental $100 \times 10^{-6} m$ (a) e três geratrizes de 10, 17 e 24 coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e interno $80 \times 10^{-6} m$ (b), com raio da primeira geratriz sendo igual a $3,3 \times \text{raio da fenda elemental}$, e o espaçamento entre as geratrizes igual $2,5 \times \text{raio da fenda elemental}$. (c) Padrão de difração gerado pela cadeia de fendas e (d) pela cadeia de coroas medido em $z = 200 \times 10^{-3} m$.

Em todos os casos apresentados com mais de uma geratriz, o pico de intensidade máxima, sempre permaneceu no centro da figura de difração.

3.11 - Cadeias com duas e três geratrizes com alteração na fase.

Agora é feito um estudo sobre as cadeias com duas e três geratrizes, onde a onda plana incidente varia linearmente de $0,8\pi$ em cada fenda ao longo da cadeia.



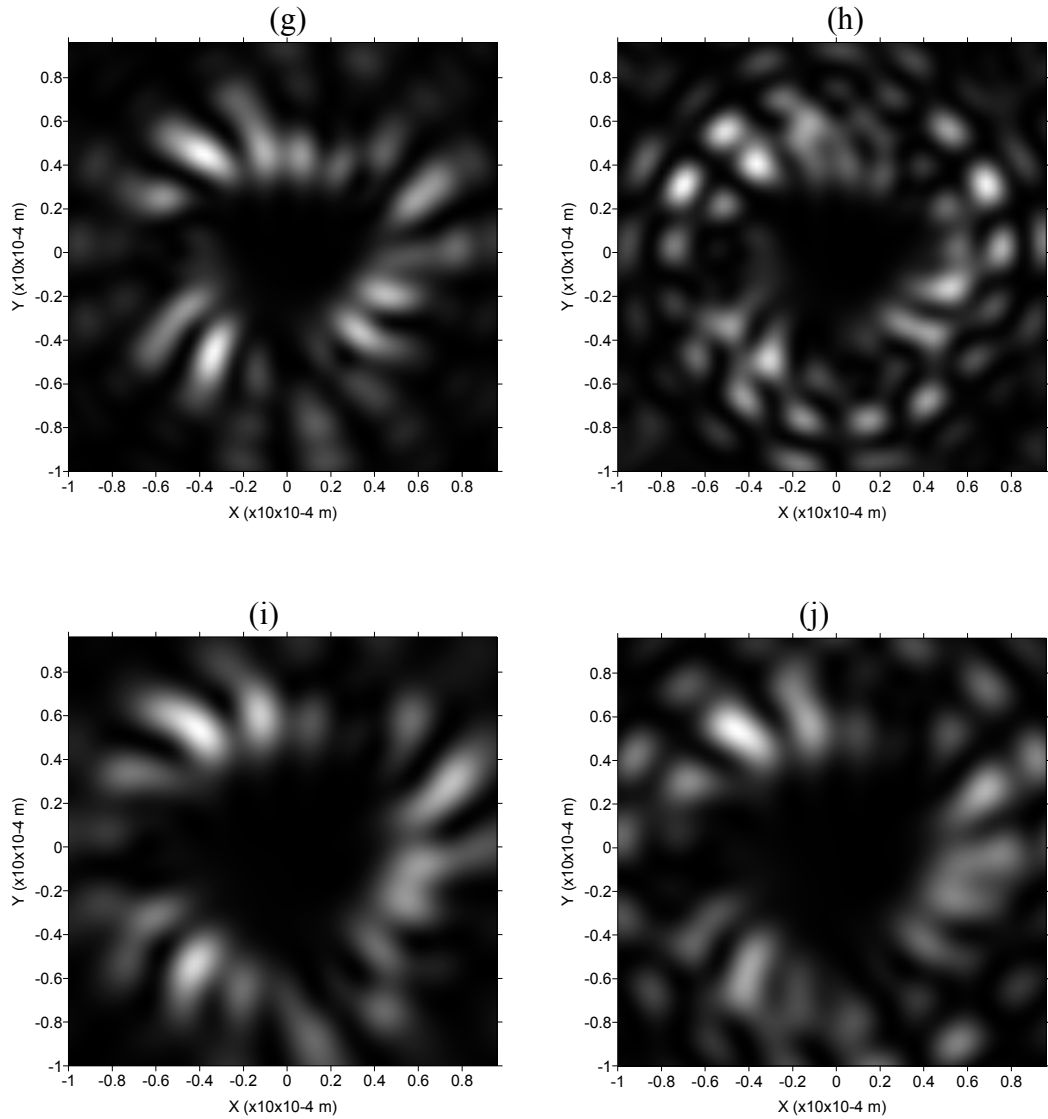
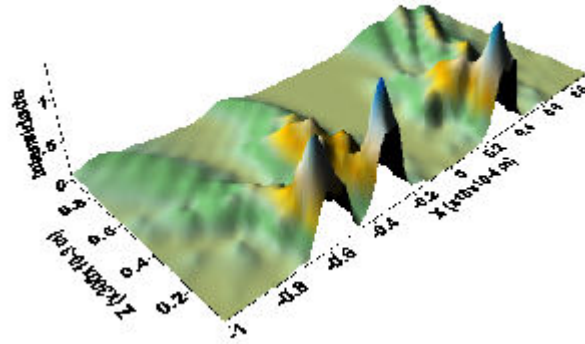


Figura 3.44. Cadeias formadas por duas geratrizes, uma composta de 10 fendas e outra de 17 fendas de raio elementar $100 \times 10^{-6} \text{ m}$ (a) e duas geratrizes de 10 e 17 coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} \text{ m}$ e interno $80 \times 10^{-6} \text{ m}$ (b), com raio da primeira geratriz sendo igual a $3,3 \times \text{raio da fenda elementar}$, e o espaçamento entre as geratrizes igual $2,5 \times \text{raio da fenda elementar}$. Padrão de difração gerado pela cadeia de fendas medido em $z = 100 \times 10^{-3} \text{ m}$ (c), $z = 200 \times 10^{-3} \text{ m}$ (e), $z = 300 \times 10^{-3} \text{ m}$ (g), $z = 400 \times 10^{-3} \text{ m}$ (i), e pela cadeia de coroas medido em $z = 100 \times 10^{-3} \text{ m}$ (d), $z = 200 \times 10^{-3} \text{ m}$ (f), $z = 300 \times 10^{-3} \text{ m}$ (h), $z = 400 \times 10^{-3} \text{ m}$ (j), com fase inicial da onda plana incidente igual a $0,8\pi$.

A alteração na fase inicial, de forma espiral, retira o pico de intensidade máxima do centro, deixando uma região de completa escuridão, e gerando padrões de difração totalmente desorganizados, em contradição com padrões tipo caleidoscópio, obtidos anteriormente. Pode-se perceber também que quanto mais se avança pelo eixo Z, o padrão gerado por cadeias de fendas e coroas ficam mais semelhantes.

E como era de se esperar, a propagação não possui mais o máximo de intensidade na região central.

(a)



(b)

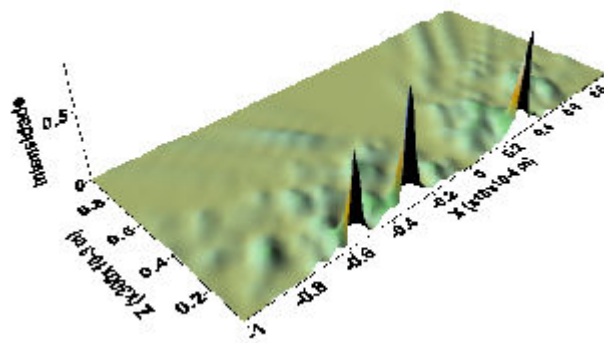
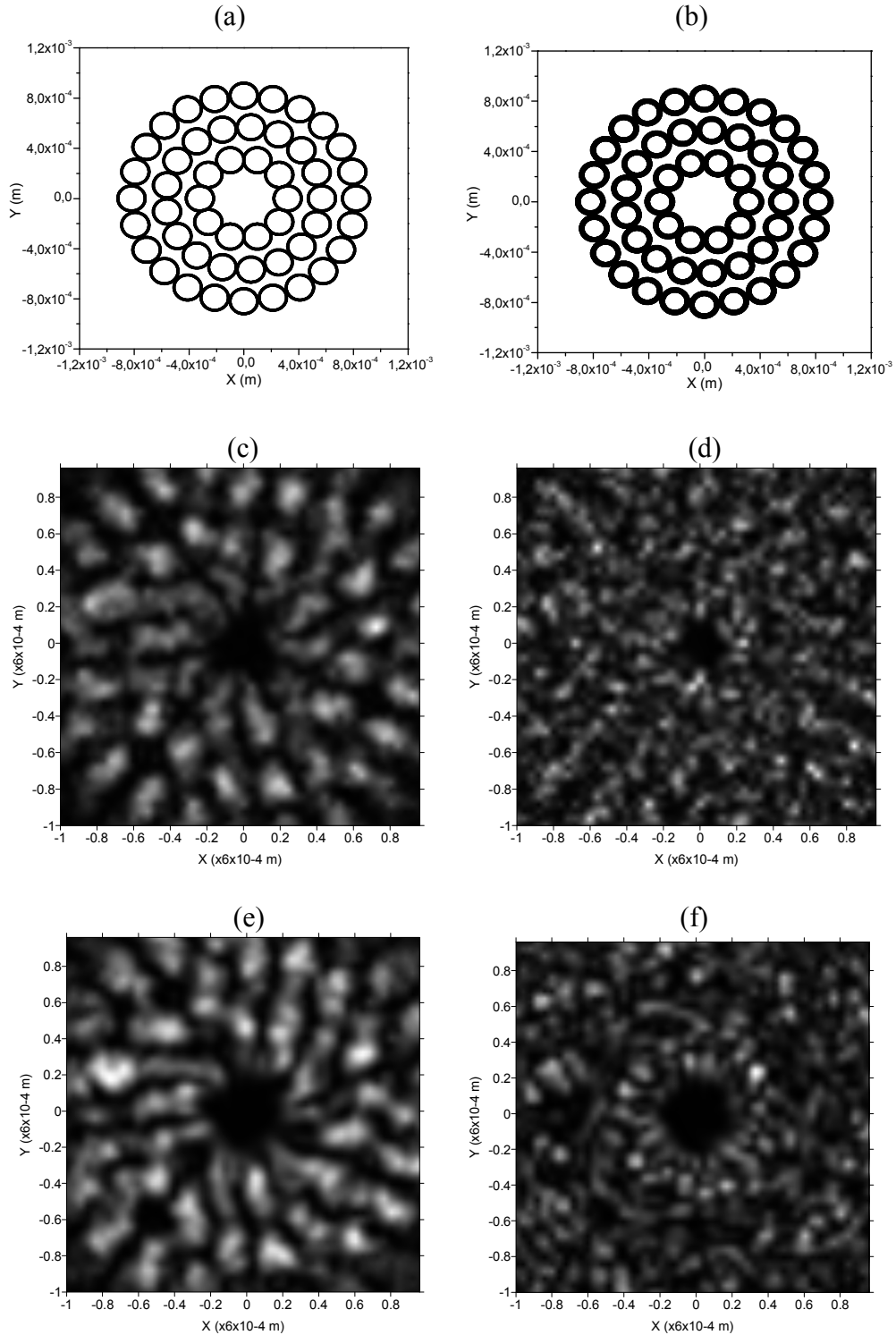


Figura 3.45. Intensidade do feixe durante a propagação ao longo da direção z de uma cadeia formada por (a) duas geratrizes, uma de dez outra de 17 fendas elementares de raio $100 \times 10^{-6} m$ com raio da geratriz igual a $3,2 \times \text{raio da fenda elementar}$ e espaçamento entre as geratrizes de $2,5 \times \text{raio da fenda elementar}$ e (b) duas geratrizes, uma de dez outra de 17 coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$ com mesmo raio da geratriz, medida de $z = 10 \times 10^{-3} m$ até $z = 300 \times 10^{-3} m$.

Utilizando-se os mesmos parâmetros para uma cadeia de três geratrizes, o resultado obtido através do padrão de difração é praticamente o mesmo. Região central escura, distribuição de intensidade bastante desorganizada e semelhança dos padrões à medida que se avança pelo eixo Z.



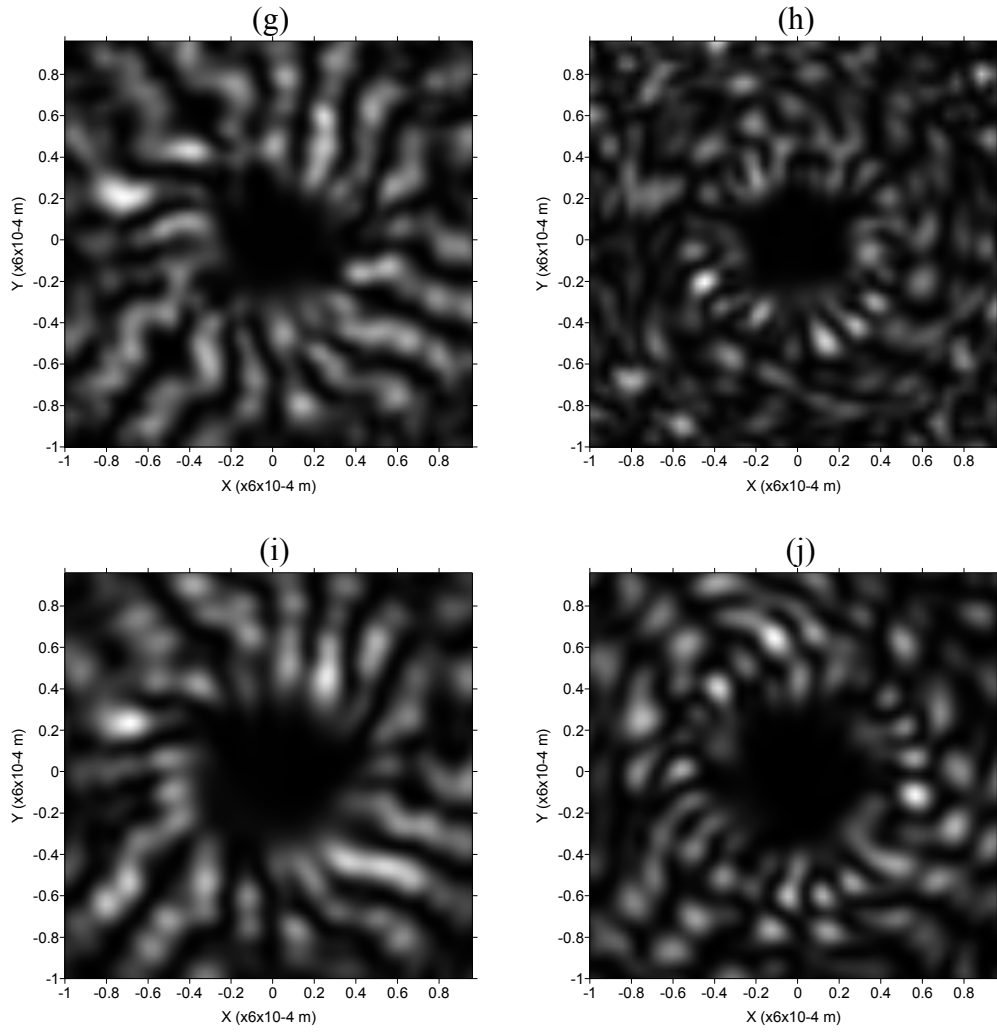
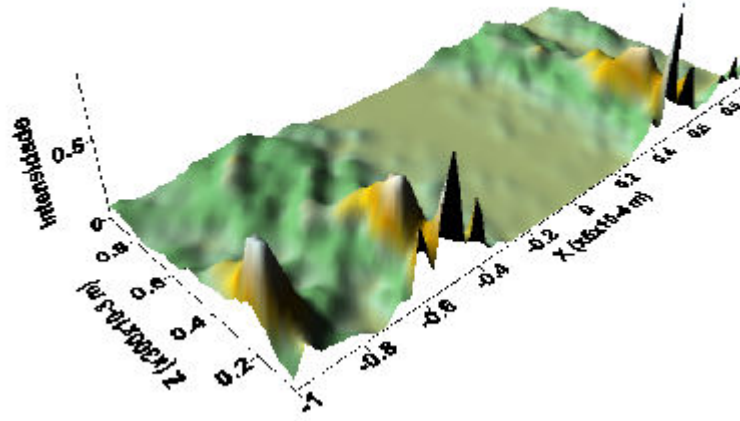


Figura 3.46. Cadeias formadas por três geratrizes, uma composta de 10, 17 e 24 fendas de raio elemental $100 \times 10^{-6} m$ (a) e três geratrizes de 10, 17 e 24 coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e interno $80 \times 10^{-6} m$ (b), com raio da primeira geratriz sendo igual a $3,3 \times \text{raio da fenda elemental}$, e o espaçamento entre as geratrizes igual $2,5 \times \text{raio da fenda elemental}$. Padrão de difração gerado pela cadeia de fendas medido em $z = 100 \times 10^{-3} m$ (c), $z = 200 \times 10^{-3} m$ (e), $z = 300 \times 10^{-3} m$ (g), $z = 400 \times 10^{-3} m$ (i), e pela cadeia de coroas medido em $z = 100 \times 10^{-3} m$ (d), $z = 200 \times 10^{-3} m$ (f), $z = 300 \times 10^{-3} m$ (h), $z = 400 \times 10^{-3} m$ (j), com fase inicial da onda plana incidente igual a $0,8\pi$.

A Figura 3.47 apresenta o padrão de difração durante a propagação ao longo do eixo Z.

(a)



(b)

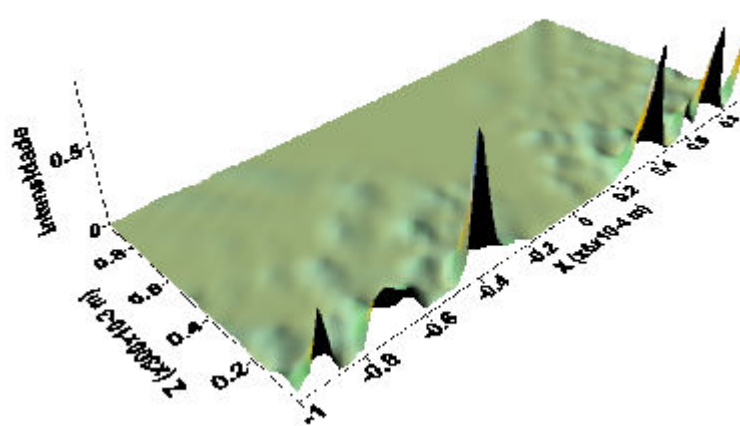


Figura 3.47. Intensidade do feixe durante a propagação ao longo da direção z de uma cadeia formada por (a) três geratrizes concêntricas de 10, 17 e 24 fendas elementares de raio $100 \times 10^{-6} m$ com raio da geratriz igual a $3,2 \times \text{raio da fenda elementar}$ e espaçamento entre as geratrizes de $2,5 \times \text{raio da fenda elementar}$ e (b) três geratrizes, de 10, 17 e 24 coroas de raio externo $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno $80 \times 10^{-6} m$ com mesmo raio da geratriz, medida de $z = 10 \times 10^{-3} m$ até $z = 300 \times 10^{-3} m$.

3.12 - Excentricidade das cadeias

É possível também controlar a excentricidade das coroas, ou seja, deslocar a circunferência interna em relação à externa. A Figura 3.48 mostra a máscara que produz tal efeito, tanto na direção x como y , e seu respectivo padrão de difração.

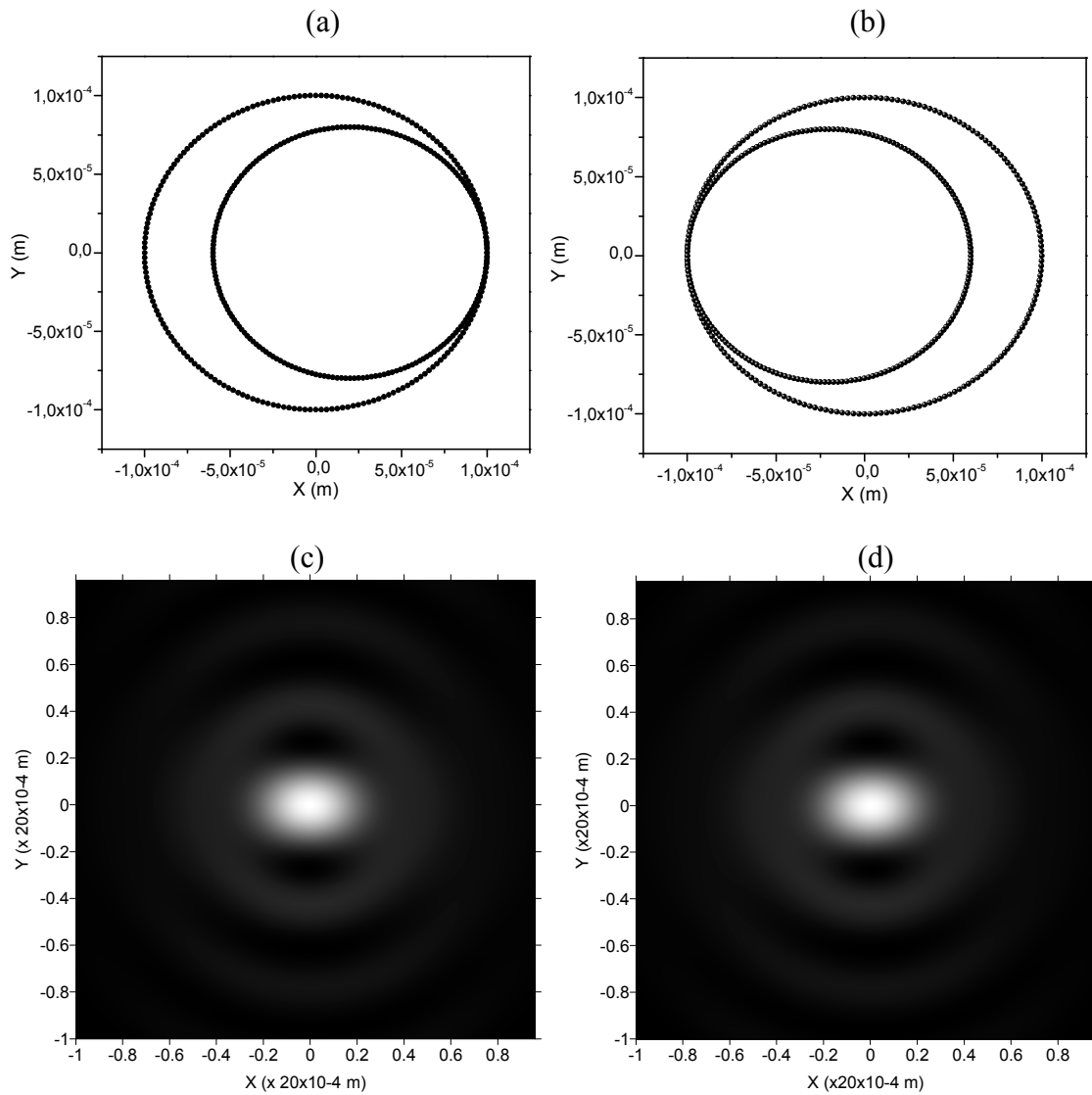


Figura 3.48. Deslocamento de $2,5 \times 10^{-1} \times \text{raio interno}$ do centro da circunferência interna em relação à externa numa coroa com raio externo de $100 \times 10^{-6} \text{ m}$ e raio interno de $80 \times 10^{-6} \text{ m}$ (a) e deslocamento de $-2,5 \times 10^{-1} \times \text{raio interno}$ (b), no eixo x . (c) Padrão de difração gerado pela fenda (a), e (d) padrão de difração gerado pela fenda (b) medidos em $z = 200 \times 10^{-3} \text{ m}$.

Observando as Figuras 3.48 e 3.49 pode-se perceber que o padrão de difração não permite que se saiba qual a direção do deslocamento da parte central da coroa, é possível perceber apenas a direção.

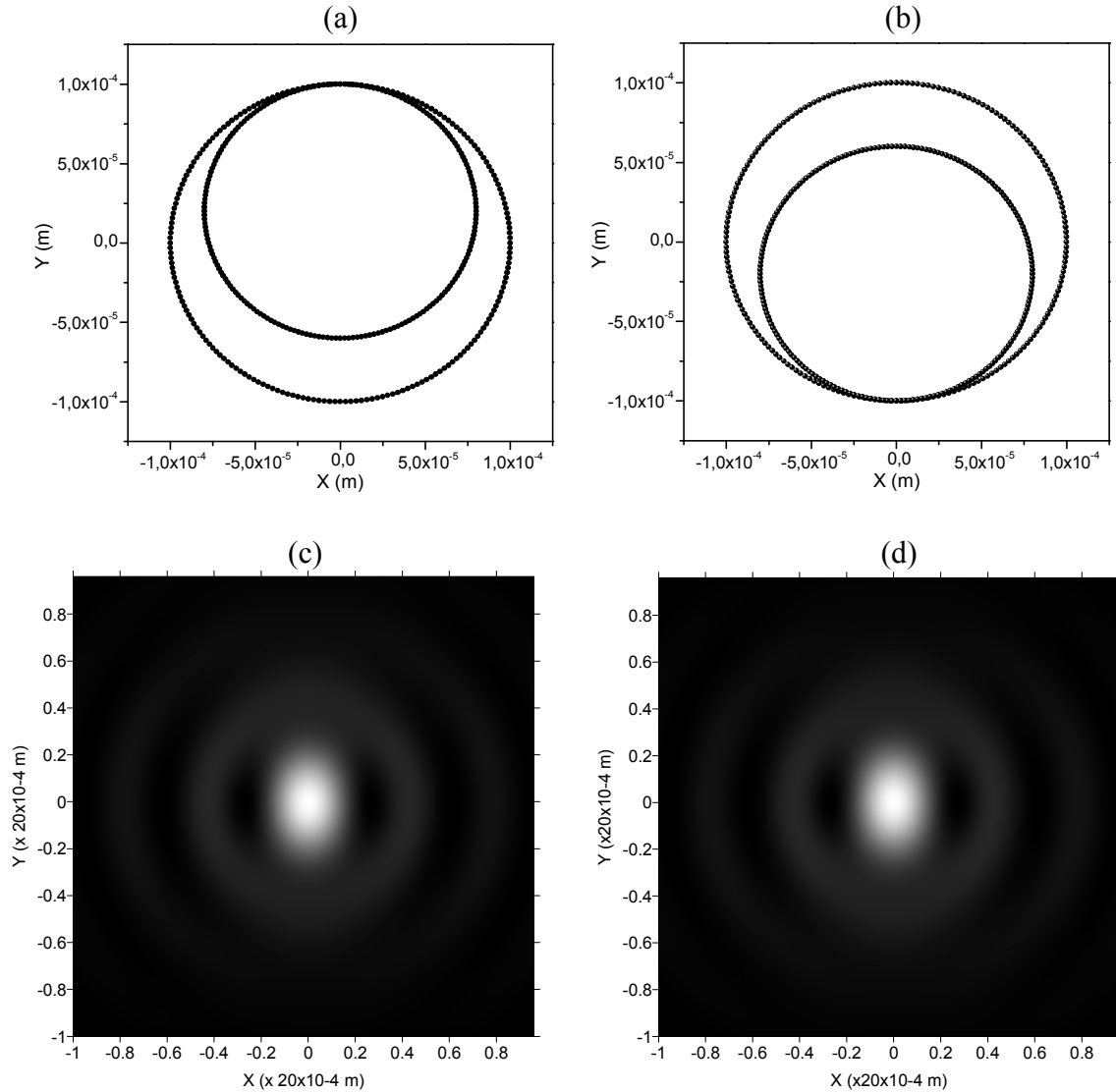


Figura 3.49. Deslocamento de $2,5 \times 10^{-1} \times \text{raio interno}$ do centro da circunferência interna em relação à externa numa coroa com raio externo de $100 \times 10^{-6} \text{ m}$ e raio interno de $80 \times 10^{-6} \text{ m}$ (a) e deslocamento de $-2,5 \times 10^{-1} \times \text{raio interno}$ (b), no eixo y. (c) Padrão de difração gerado pela fenda (a), e (d) padrão de difração gerado pela fenda (b) medidos em $z = 200 \times 10^{-3} \text{ m}$.

Pode-se também criar uma cadeia de coroas com a região central deslocada. Esses deslocamentos podem ser na direção x , y ou uma combinação dos dois. A Figura 3.50 apresenta uma dessas cadeias, formadas por 10 coroas deslocadas na direção y , com seu padrão de difração e o compara com uma cadeia normal.

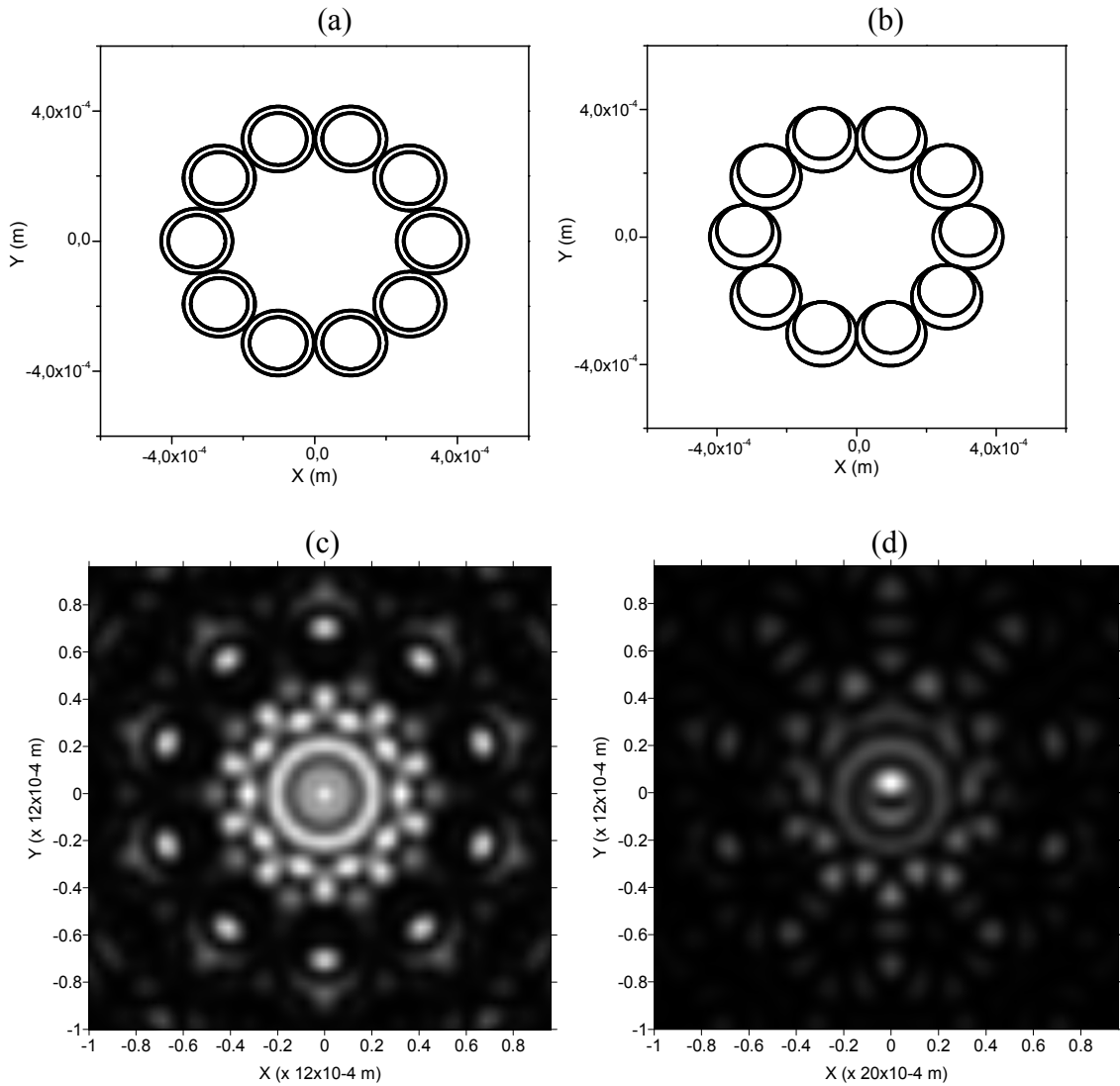


Figura 3.50. Deslocamento de $2,5 \times 10^{-1} \times \text{raio interno}$ do centro de cada circunferência interna em relação à externa numa cadeia de coroas com raio externo de $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno de $80 \times 10^{-6} m$ no eixo y , medidos em $z = 150 \times 10^{-3} m$.

Neste caso, já não há nenhuma preservação do padrão de difração original.

Além do deslocamento nas direções x e y , é possível produzir uma cadeia em que o deslocamento do centro das coroas varie em função do ângulo θ , que localiza a fenda elementar. A Figura 3.51 mostra um exemplo dessa situação.

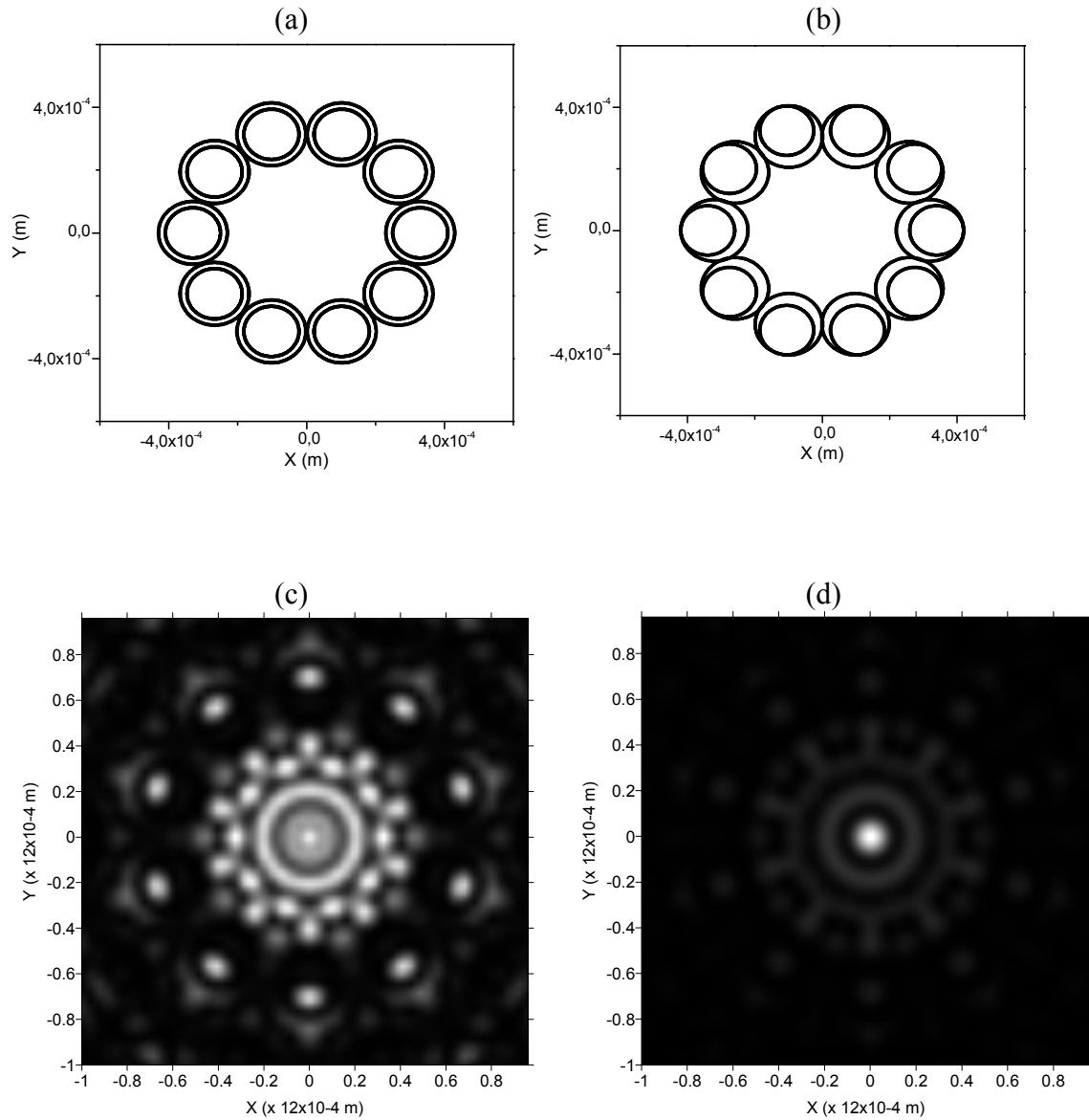


Figura 3.51. Cadeia de coroas com deslocamento de $2,5 \times 10^{-1} \times \text{raio interno}$ em função do ângulo do centro das fendas medido em $z = 150 \times 10^{-3} \text{ m}$.

A simetria no padrão de difração é preservada, porém não possui mais nenhuma semelhança com o padrão original.

3.13 - Duas geratrizes com centros não coincidentes.

Os exemplos apresentados anteriormente mostram que leves alterações na configuração das cadeias produzem fortes alterações no padrão de difração. E a cadeia com duas geratrizes em que a interna é deslocada em relação à externa, é mais um exemplo dessa tendência.

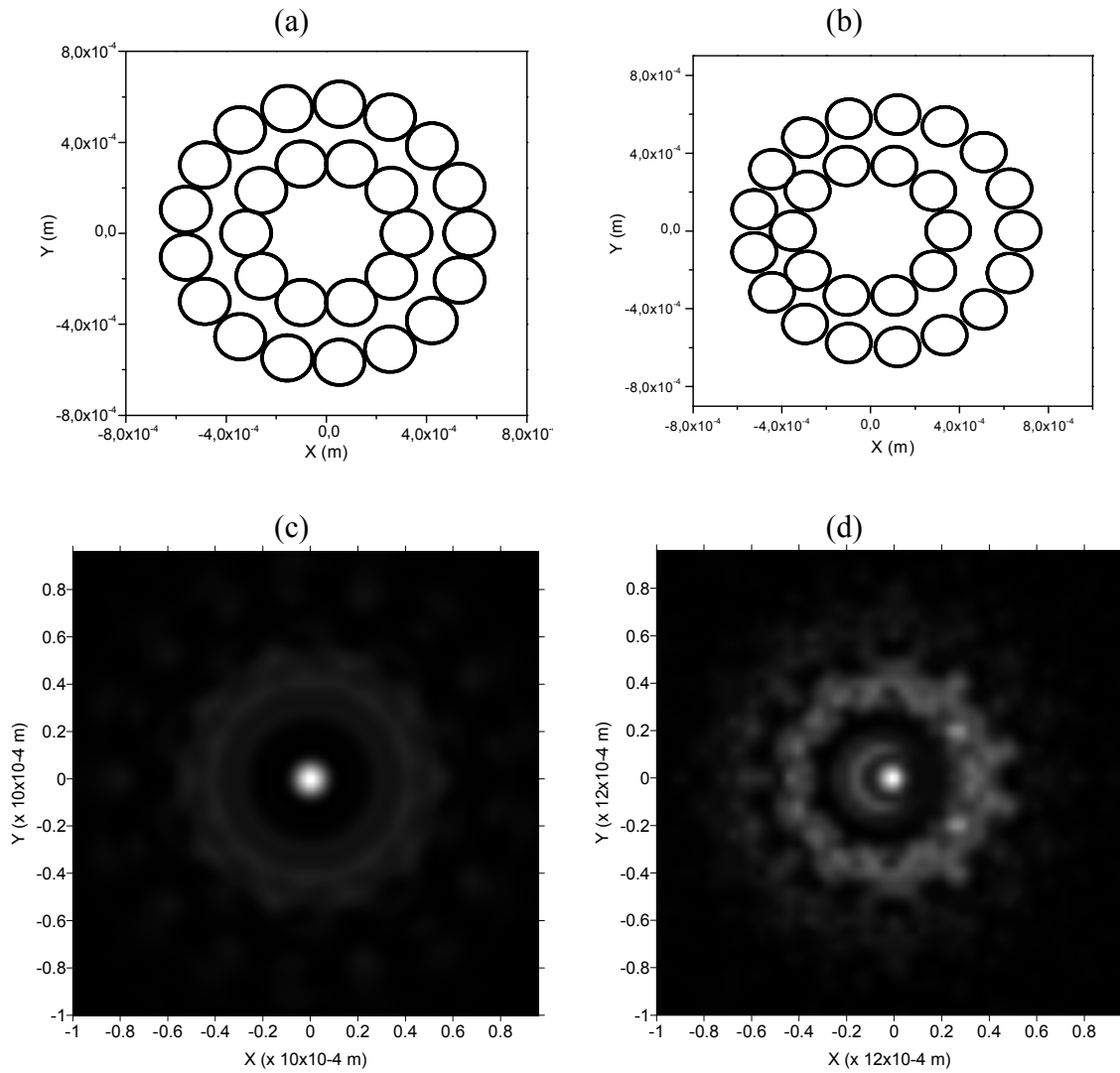


Figura 3.52. Comparação entre uma cadeia de fendas com duas geratrizes com centros das geratrizes coincidindo (a) e uma cadeia de fendas com raio de $100 \times 10^{-6} \text{ m}$ com duas geratrizes com deslocamento do centro da geratriz interna em relação à externa (b).

Para a cadeia de coroas, a situação não é diferente. Aqui, o pico de intensidade máxima permanece no centro, com um leve desvio, mas não o suficiente para tirá-lo completamente do centro.

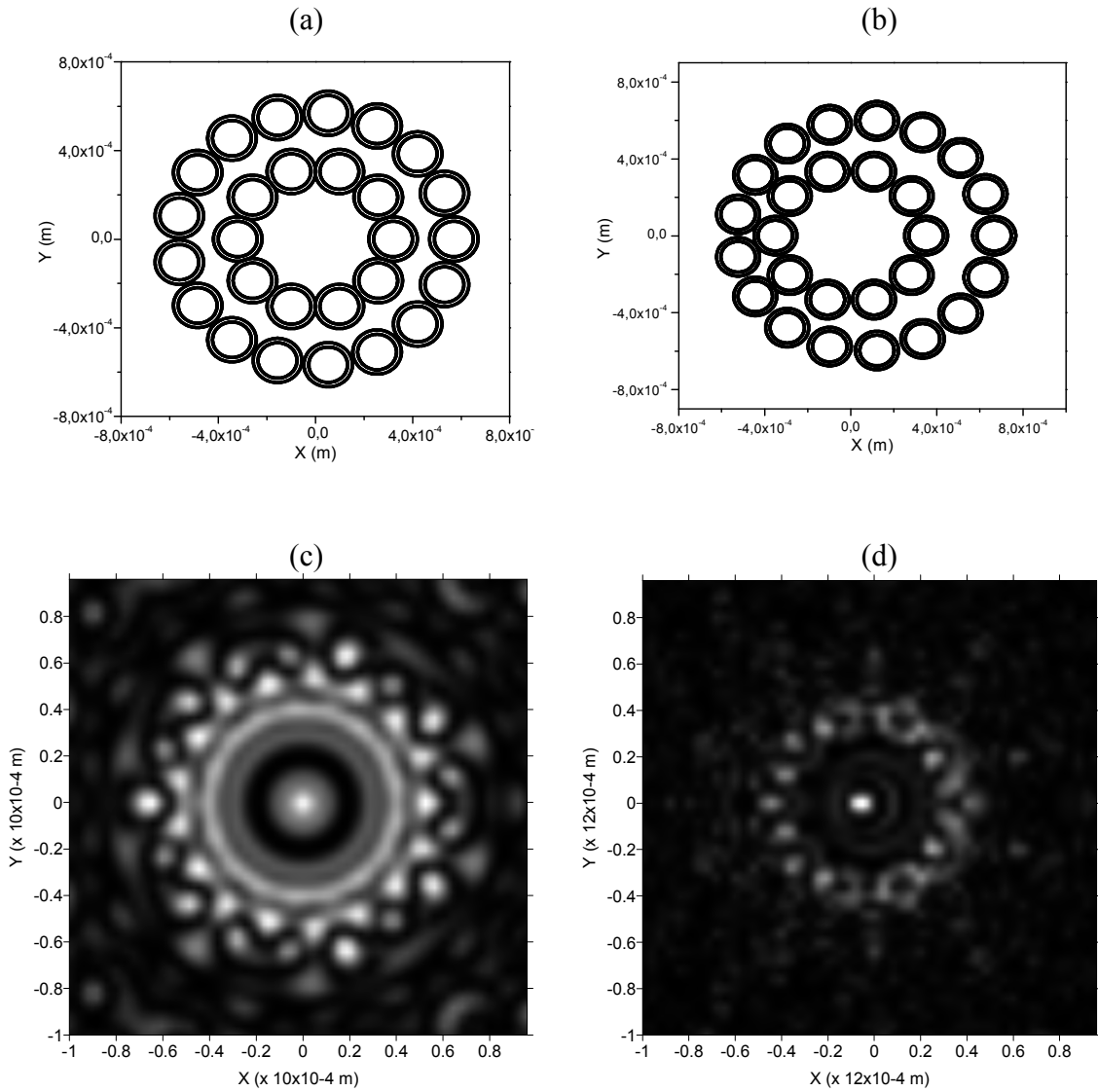


Figura 3.53. Comparação entre uma cadeia de coroas com duas geratrizes com centros das geratrizes coincidindo (a) e uma cadeia de coroas com raio externo de $100 \times 10^{-6} m$ e raio interno de $80 \times 10^{-6} m$ com duas geratrizes com deslocamento do centro da geratriz interna em relação à externa (b).

3.14 - Crescimento linear do raio externo da fenda elementar em função do raio da geratriz.

Aqui é feita a simulação do crescimento linear do raio externo da coroa elementar em função do raio da geratriz. Quanto mais externa a geratriz, maior o raio externo das coroas. A figura 3.54 mostra um exemplo com duas geratrizes.

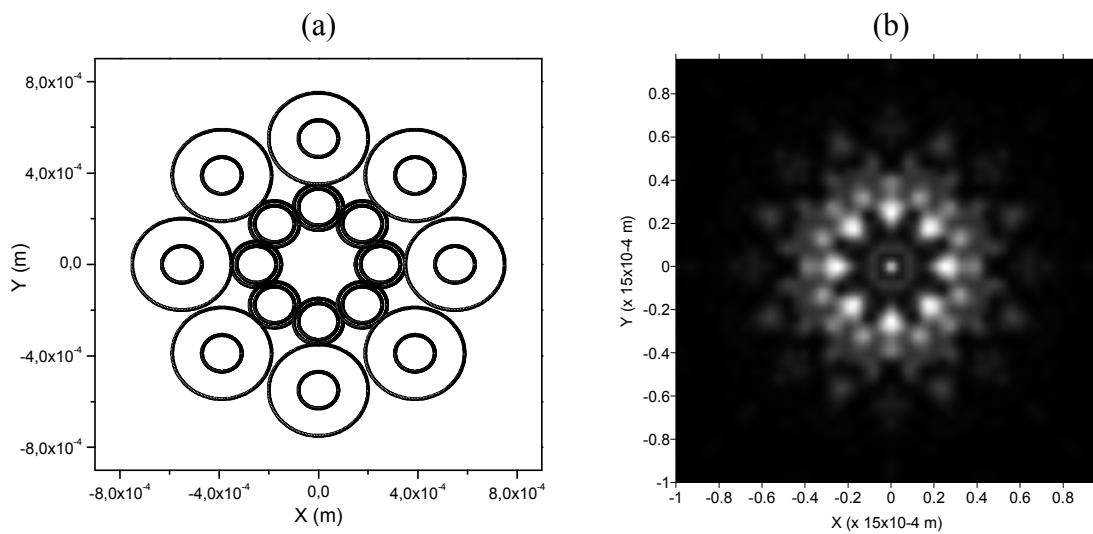


Figura 3.54. Cadeira com duas geratrizes de oito coroas. Geratriz interna com coroas de raio interno $80 \times 10^{-6} m$ e raio externo $100 \times 10^{-6} m$. E a geratriz externa com coroas de raio interno também de $80 \times 10^{-6} m$ e raio externo de $200 \times 10^{-6} m$, medido em $z = 200 \times 10^{-3} m$.

O padrão gerado apresenta, novamente, o pico de intensidade máxima no centro, cercado de oito picos de intensidade, e um pequeno anel de intensidade ao redor do pico central.

Conclusões

Neste trabalho realizamos a modelagem numérica de feixes ópticos gerados por cadeias de fendas circulares utilizando linguagem FORTRAN.

As simulações mostraram que a substituição de uma fenda por uma cadeia de fendas ou coroas, com raio da geratriz igual ao raio da fenda inicial provoca grandes alterações no padrão de difração, mostrando que esta discretização é fortemente repassada ao padrão de difração.

Também foi possível perceber que a inclusão de defeitos na configuração das fendas, como exclusão ou inclusão de fendas com raio diferente dos demais elementos da cadeia produz uma resposta bastante significativa no padrão de difração.

Para os casos em que se altera a posição da circunferência interna com relação à externa numa cadeia de coroas, ou seja, a excentricidade da cadeia, percebe-se que pequenas modificações nesse parâmetro provocam extremas alterações no padrão de difração, a ponto de não se ter nenhuma semelhança com o padrão original, e isto é válido tanto para uma cadeia de coroas em que se altera a excentricidade de cada elemento da cadeia, como para cadeias de duas geratrizes, onde o deslocamento é feito em relação à posição dos centros das geratrizes.

Mostramos ainda, que é possível realizar um controle da posição do pico de intensidade máxima através de alterações na máscara que modifica a fase da onda plana incidente no anteparo que contém as fendas.

Referências

- [1] H. M. Nussenzveig; **Curso de Física Básica Volume 4**. São Paulo: Ed. Edgard Blücher LTDA, 1998.
- [2] Disponível em <http://www.inova.unicamp.br/inventabrasil/eod.htm> acesso em 23/03/2009.
- [3] RIVERA, N.I.R., *Imagens por dupla difração com luz branca usando redes de difração e uma fenda*, Dissertação de Mestrado UNICAMP, 2006.
- [4] Medeiros, M. S., *Fabricação de elementos ópticos difrativos de modulação completa*, Dissertação de Mestrado, UNICAMP, 2007.
- [5] Medeiros M. S., Mansano R. D., Moreira, A.; *Revista Brasileira de Aplicações à Vácuo*, **26** (2007) 37-42.
- [6] Gallagher, N. C.; *Diffraction Optical Elements*, IEEE, p. 440-444, 1989
- [7] J. Durnin, J. J. Miceli, Jr; *Physical Review Letters* **58** (1987) 1499.
- [8] Z. Bouchal, *Czechoslovak Journal of Physics*, **55** (2005) 1223.

- [9] G. Whyte, G. Gibson, J. Leach, M. Padgett; *Optics Express* **14** (2006) 1249.
- [10] D. Grier, *Nature*, **424**, (2003) 810.
- [11] G. Molin-Terriza, L. Rebane, J. P. Torres, L. Torner, S. Carrasco; *Journal of the European Optical Society*, **2** (2007).
- [12] Disponível em
http://www.ifi.unicamp.br/~cescato/Disciplinas_arquivos/OpticaAplicada_a.pdf acesso em 15/07/2009.
- [13] M. Born, E. Wolf; **Principles of Optics**, Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- [14] A. N. Matveev, **Optics**, Moscou: Mir Publishers, 1988.
- [15] K. D. Machado, **Teoria do Eletromagnetismo**, Ponta Grossa: Editora UEPG, 2006.
- [16] Disponível em
http://www.wirelessbrasil.org/wirelessbr/colaboradores/marcio_rodrigues/propagacao/ppro_03.html acesso em 15/07/2009.

Apêndices

Apêndice A

Substituindo (2.8)

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{e^{ikR}}{4\pi R} \quad (\text{A.1})$$

em (2.6)

$$\Psi(\vec{r}) = \oint_s (\Psi \nabla G - G \nabla \Psi) \hat{n}' dA \quad (\text{A.2})$$

$$\Psi(\vec{r}) = \oint_s \left[\Psi \nabla \left(\frac{e^{ikR}}{4\pi R} \right) - \left(\frac{e^{ikR}}{4\pi R} \right) \nabla \Psi \right] \hat{n}' dA \quad (\text{A.3})$$

onde: $\nabla \left(\frac{e^{ikR}}{4\pi R} \right)$ pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} \nabla \left(\frac{e^{ikR}}{4\pi R} \right) &= \frac{ike^{ikR} 4\pi R - e^{ikR} 4\pi}{(4\pi R)^2} \\ &= \frac{ikR e^{ikR}}{4\pi R^2} - \frac{e^{ikR}}{4\pi R^2} \Rightarrow \frac{ik e^{ikR}}{4\pi R} - \frac{e^{ikR}}{4\pi R^2} \end{aligned}$$

$$\nabla \left(\frac{e^{ikR}}{4\pi R} \right) = ik \frac{e^{ikR}}{4\pi R} \left(1 - \frac{1}{ikR} \right) \hat{R} \quad (\text{A.4})$$

Substituindo (4) em (3):

$$\Psi(\vec{r}) = \oint_s \left[-\Psi ik \frac{e^{ikR}}{4\pi R} \left(1 - \frac{1}{ikR} \right) \hat{R} - \left(\frac{e^{ikR}}{4\pi R} \right) \nabla \Psi \right] \hat{n}' dA$$

O sinal negativo no primeiro termo do segundo membro surge devido ao fato de que

$R = |\vec{r} - \vec{r}'|$ e o operador ∇ age sobre as coordenadas com duas linhas.

Apêndice B

No caso de uma onda esférica que se propaga e atinge uma grande superfície com um pequeno orifício, temos para uma dada posição r'' , atrás da superfície:

$$\Psi(r'') = A \frac{e^{ikR'}}{R'} \quad (\text{B.1})$$

onde: $R' = |\vec{r}'' - \vec{r}'|$

Considerando o teorema integral de Helmholtz-Kirchhoff:

$$\Psi(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi} \oint_s \left[\Psi ik \frac{e^{ikR}}{R} \left(1 - \frac{1}{ikR} \right) \hat{R} - \left(\frac{e^{ikR}}{R} \right) \nabla \Psi \right] \hat{n}' dA \quad (\text{B.2})$$

Substituindo (1) em (2):

$$\Psi(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi} \oint_s \left[A \frac{e^{ikR'}}{R'} ik \frac{e^{ikR}}{R} \left(1 - \frac{1}{ikR} \right) \hat{R} - \left(\frac{e^{ikR}}{R} \right) \nabla \left(A \frac{e^{ikR'}}{R'} \right) \right] \hat{n}' dA \quad (\text{B.3})$$

Sabendo que: $\nabla \left(\frac{e^{ikR'}}{R'} \right) = ik \frac{e^{ikR'}}{R'} \left(1 - \frac{1}{ikR'} \right) \hat{R}$, temos:

$$\Psi(\vec{r}) = -\frac{A}{4\pi} \oint_s \frac{e^{ikR}}{R} \left[ik \frac{e^{ikR'}}{R'} \left(1 - \frac{1}{ikR} \right) \hat{R} + ik \frac{e^{ikR'}}{R'} \left(1 - \frac{1}{ikR'} \right) \hat{R}' \right] \hat{n}' dA$$

$$\Psi(\vec{r}) = -\frac{A}{4\pi} \oint_s ik \frac{e^{ikR}}{R} \frac{e^{ikR'}}{R'} \left[\left(1 - \frac{1}{ikR} \right) \hat{R} + \left(1 - \frac{1}{ikR'} \right) \hat{R}' \right] \hat{n}' dA$$

Como $k = 2\pi/\lambda$ e λ é da ordem de $10^{-9}m$, podemos ver que k tem um valor muito elevado, portanto podemos desprezar as parcelas entre parênteses que possuem k no denominador, e assim teremos:

$$\Psi(\vec{r}) = -\frac{A}{4\pi} \oint_s ik \frac{e^{ikR}}{R} \frac{e^{ikR'}}{R'} (\hat{R} + \hat{R}') \hat{n}' dA$$

Agora, considerando θ como sendo o ângulo entre $\hat{R}$ e $\hat{n}'$ e θ' como sendo o ângulo entre $\hat{R}'$ e $\hat{n}'$, a equação acima fica:

$$\Psi(\vec{r}) = -\frac{A}{4\pi} \oint_s ik \frac{e^{ikR}}{R} \frac{e^{ikR'}}{R'} (\cos \theta + \cos \theta') dA \quad (B.4)$$

Apêndice C

Partindo da equação: $\Psi(\vec{r}) = -\frac{Aike^{ikr}}{2\pi Z} \int_0^a \int_0^{2\pi} e^{-ik\rho'\phi\cos\theta'} \rho' d\rho' d\theta'$ (C.1)

Fazendo: $f(\rho, \theta) = e^{ik\rho\cos\theta}$, o cosseno pode ser escrito como: $\cos\theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$, logo

$$f(\rho, \theta) = e^{ik\rho\left(\frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}\right)}, \text{ fazendo } \frac{k\rho}{2} = t \text{ temos:}$$

$$f(\rho, \theta) = e^{it(e^{i\theta} + e^{-i\theta})}$$

Expandindo essa função em série de Taylor em torno de $\rho = 0$, temos:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{d^n f(x)}{dx^n} \Big|_{x_0} (x - x_0)^n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^n t^n}{n!} (e^{i\theta} + e^{-i\theta})^n \quad (C.2)$$

Considerando o binômio de Newton:

$$(a + b)^n = \sum_{j=1}^n \binom{n}{j} a^j b^{n-j}$$

$$(a + b)^n = \sum_{j=1}^n \frac{n!}{j!(n-j)!} a^j b^{n-j}, \text{ fazendo } l = n - j, \text{ temos:}$$

$$(a + b)^n = \sum_{\substack{j+l=n \\ j, l \leq n}} \frac{n!}{j!l!} a^j b^l, \text{ então a expressão (2) pode ser escrita como:}$$

$$e^{ik\rho\cos\theta} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^n t^n}{n!} \sum_{\substack{j+l=n \\ j, l \leq n}} \frac{n!}{j!l!} \left[(e^{i\theta})^j \cdot (e^{-i\theta})^l \right]$$

$$e^{ik\rho\cos\theta} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^n t^n}{n!} \sum_{\substack{j+l=n \\ j, l \leq n}} \frac{n!}{j!l!} e^{i\theta(j-l)}$$

$$e^{ik\rho\cos\theta} = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{i^{j+l} \cdot t^{j+l} \cdot e^{i\theta(j-l)}}{j!l!}$$

Agora, fazendo $m = j + l$, temos: $j = m + l$, então:

$$e^{ik\rho\cos\theta} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{i^{m+2l} \cdot t^{m+2l} \cdot e^{i\theta m}}{(m+l)!l!}$$

$$e^{ik\rho\cos\theta} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[i^m \left(\frac{k\rho}{2} \right)^m e^{im\theta} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{i^{2l}}{(m+l)!l!} \left(\frac{k\rho}{2} \right)^{2l} \right]$$

Lembrando que $\Gamma(n) = (n-1)!$, temos:

$$e^{ik\rho\cos\theta} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[i^m \left(\frac{k\rho}{2} \right)^m e^{im\theta} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{i^{2l}}{l!\Gamma(m+l+1)} \left(\frac{k\rho}{2} \right)^{2l} \right] \quad (C.3)$$

As funções de Bessel do primeiro tipo são escritas da forma:

$$J_m(x) = \left(\frac{x}{2} \right)^m \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!\Gamma(n+m+1)!} \left(\frac{x}{2} \right)^{2n}$$

Então, a equação (3) se torna:

$$e^{ik\rho\cos\theta} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m e^{im\theta} J_m(k\rho) \quad (C.4)$$

Multiplicando a expressão (4) por $e^{-im'\theta}$ e integrando em θ temos:

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} e^{ik\rho\cos\theta} \cdot e^{-im'\theta} \cdot d\theta &= \int_0^{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m \cdot e^{im\theta} \cdot J_m(k\rho) \cdot e^{-im'\theta} \cdot d\theta \\ \int_0^{2\pi} e^{ik\rho\cos\theta} \cdot e^{-im'\theta} \cdot d\theta &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m \cdot J_m(k\rho) \int_0^{2\pi} e^{i(m-m')\theta} \cdot d\theta \end{aligned} \quad (C.5)$$

Pela equação (4) podemos perceber que:

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m J_m(k\rho) = e^{ik\rho\cos\theta} \cdot e^{-im\theta} \quad (C.6)$$

Então substituindo (6) no segundo membro de (5) temos:

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m \cdot J_m(k\rho) \int_0^{2\pi} e^{i(m-m')\theta} \cdot d\theta = \int_0^{2\pi} e^{ik\rho \cos \theta} \cdot e^{-im'\theta} d\theta$$

A integral do lado esquerdo da equação acima resulta numa delta de Kronecker, logo:

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m \cdot J_m(k\rho) \cdot 2\pi \cdot \delta_{mm'} = \int_0^{2\pi} e^{ik\rho \cos \theta} \cdot e^{-im'\theta} d\theta$$

Efetuada a soma do lado esquerdo:

$$i^{m'} \cdot J_{m'}(k\rho) \cdot 2\pi = \int_0^{2\pi} e^{ik\rho \cos \theta} \cdot e^{-im'\theta} d\theta$$

$$J_{m'}(k\rho) = \frac{1}{2\pi i^{m'}} \int_0^{2\pi} e^{ik\rho \cos \theta} \cdot e^{-im'\theta} d\theta$$

Para $m' = 0$, temos:

$$J_0(k\rho) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ik\rho \cos \theta} d\theta$$

Como a função de Bessel é real, ela pode ser escrita da forma:

$$J_0(k\rho) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-ik\rho \cos \theta} d\theta$$

Comparando essa expressão com a expressão (1), podemos substituir a integral em θ , de forma que ficamos com:

$$\Psi(\vec{r}) = -\frac{Aike^{ikr}}{2\pi Z} \int_0^a J_0(k\rho'\phi) \rho' d\rho'$$

Apêndice D

Parâmetros de entrada para construção das cadeias:

GERAÇÃO DA CADEIA

```
!   CONSTRUIR APENAS AS MASCARAS (iQUER=1 [SIM], =0 [NÃO])
!   iQUER1=0
!   SE PRECISAR DAS MASCARAS DEPOIS DA PROPAGAÇÃO (iQUER2=1 [SIM], =0
!   [NÃO])
!   iQUER2=1
!
!   _____
!
!   CADEIA
!   NÚMERO DE FENDAS ELEMENTARES DA PRIMEIRA CIRCUNFERÊNCIA GERATRIZ
!   iNFENDA=6
!   TAXA DE CRESCIMENTO LINEAR DO NÚMERO DE FENDAS ELEMENTARES
!   iAUMENTO=0
!   NÚMERO TOTAL DE FENDAS ELEMENTARES POSSÍVEIS
!   iNFENDAT=100
!
!   GRADE DA FENDA ELEMENTAR
!   NUMERO DE PONTOS NOS EIXOS OX (iNXL) E OY (iNYL)
!   iNXL=70
!   iNYL=70
!
!   RAIO UNITÁRIO PARA A FENDA ELEMENTAR
!   RAIO EXTERNO
!   rRAIO1=100.0D-6
!   RAIO INTERNO (PARA O CASO EM A FENDA ELEMENTAR É UMA COROA CIRCULAR)
!   rDELTA=0.0D-0
!   rRAIO2=0.0D+0*(rRAIO1-rDELTA)
!   rRAIO2=00.0D-6
!
!   EXCENTRICIDADE DA COROA CIRCULAR
!   (DESLOCAMENTO DO CENTRO DA CIRCUNFERENCIA INTERNA EM RELAÇÃO À
!   EXTERNA)
!   rXEXCENTRICO=0.0D-1*rRAIO2
!   rYEXCENTRICO=0.0D-1*rRAIO2
!
!   EXCENTRICIDADE DAS COROAS EM FUNÇÃO DO ÂNGULO DOS CENTROS DAS
!   FENDAS
!   rCOROAEXCENTRICO=0.0D-1*rRAIO2
!
!   NÚMERO DE CIRCUNFERÊNCIAS GERATRIZES
!   iNCADEIA=1
!
!   RAIO DA PRIMEIRA CIRCUNFERÊNCIA GERATRIZ
!   rRAIOMENOR=(2.00D+0)*rRAIO1
!
!   ESPAÇAMENTO ENTRE AS CIRCUNFERÊNCIAS GERATRIZES (CRESCIMENTO LINEAR)
!   rRAIOPASSO=2.5D+0*rRAIO1
!
```

```

!   EXCENTRICIDADE DAS CIRCUNFERÊNCIAS GERATRIZES (CENTROS DISPOSTOS AO
!   LONGO DE UMA RETA)
!   ANGULO DA DIREÇÃO DE DISPOSIÇÃO DOS CENTROS
!   rANGULOEXCEN=0.0D+0*rPI/4.0D+0
!   TAXA DE CRESCIMENTO LINEAR DA EXCENTRICIDADE (FRAÇÃO DO RAO DA
!   PRIMEIRA GERATRIZ)
!   rMAGNITUDEEXCEN=0.00D+0
!
!   QUIRALIDADE DA CADEIA (A+B*RAIOCADEIA)*PI
!   rAQUIRAL=0.0D+0
!   rBQUIRAL=0.0D+0
!
!   CRESCIMENTO OU DECRESCIMENTO LINEAR DO RAO DA FENDA ELEMENTAR EM
!   FUNÇÃO
!   DO RAO DA CIRCUNFERÊNCIA GERATRIZ
!   CIRCUNFERÊNCIA EXTERNA (A+B*RAIOCADEIA)*rRAIO1
!   rARAIO1=1.0D+0
!   rBRAIO1=0.0D+0
!
!   CRESCIMENTO OU DECRESCIMENTO LINEAR DO RAO DA FENDA ELEMENTAR EM
!   FUNÇÃO DO ANGULO
!   NUMA MESMA CIRCUNFERÊNCIA GERATRIZ
!   CIRCUNFERÊNCIA EXTERNA (A+B*ANGULOFENDA)*rRAIO2
!   rARAIOFENDA1=1.0D+0
!   rBRAIOFENDA1=0.0D+0
!
!   CRESCIMENTO OU DECRESCIMENTO LINEAR DO RAO DA FENDA ELEMENTAR EM
!   FUNÇÃO DO RAO DA CIRCUNFERÊNCIA GERATRIZ
!   CIRCUNFERÊNCIA INTERNA (A+B*RAIOCADEIA)*rRAIO2
!   rARAIO2=1.0D+0
!   rBRAIO2=0.0D+0
!
!   CRESCIMENTO OU DECRESCIMENTO LINEAR DO RAO DA FENDA ELEMENTAR EM
!   FUNÇÃO DO ANGULO
!   NUMA MESMA CIRCUNFERÊNCIA GERATRIZ
!   CIRCUNFERÊNCIA INTERNA (A+B*ANGULOFENDA)*rRAIO2
!   rARAIOFENDA2=1.0D+0
!   rBRAIOFENDA2=0.0D+0
!
!   ALEATORIEDADES
!   iDUM=7
!   CENTROS DAS GERATRIZES
!   rALEATORIO1=0.0D+0*rRAIOMENOR
!   RAIOS DAS FENDAS ELEMENTARES
!   rALEATORIO2=0.0D+0*rRAIO1
!
!   FASE INICIAL DA ONDA PLANA INCIDENTE EM CADA FENDA ELEMENTAR
!   rFASEZERO=0.0D+0*rPI/2.0D+0
!   rAFASE1=0.80D+0*rPI/1.0D+0
!   rAFASE2=0.0D+0
!   rJANELA=10.0D+0
!
!   NÚMERO DE PONTOS NO GRÁFICO DA CADEIA (SUB-ROTINA MASCARA)
!   iNPONTOS=200
!
!   FATOR DE AUMENTO DO NÚMERO DE PONTOS NA GRADE XY PARA OS GRÁFICOS
!   DAS MASCARAS DE FASE E
!   INTENSIDADE

```

```

iMASCARA=2
!
! EXCLUSÃO DE FENDAS ELEMENTARES
! NÚMERO DE FENDAS EXCLUÍDAS (SE iNEXCLUI=0 NÃO SERÁ EXCLUÍDA NENHUMA
FENDA)
iNEXCLUI=0
IFENDAEXCLUI=1
ICADEIAEXCLUI=1
!
! INCLUSÃO DE FENDAS ELEMENTARES
! NÚMERO DE FENDAS INCLUÍDAS (SE iNINCLUI=0 NÃO SERÁ INCLUÍDA NENHUMA
FENDA)
iNINCLUI=0
IFENDAINCLUI=1
ICADEIAINCLUI=1
! NOVO RAIO DA FENDA (CIRCUNFERENCIA INTERNA E EXTERNA)
rRAIOINCLUIDO1=(1.5D+0)*rRAIO1
rRAIOINCLUIDO2=(1.5D+0)*rRAIO2
!
! PARAMETROS PARA PROPAGAÇÃO
iNZ=1
! DISTÂNCIA DO PLANO DAS FENDAS AO PLANO DE OBSERVAÇÃO (UM METRO)
rD=1.0D+0
rZZERO=2.00D-3
rZFINAL=200.00D-3
rLADOZ=rZFINAL
rPASOZ=(rZFINAL-rZZERO)/DBLE(iNZ)
!
! INTENSIDADES NOS PLANOS XZ E YZ
! GRIDE XZ
iGRIDEX=(iNX+2)/2
! GRIDE YZ
iGRIDEY=(iNY+2)/2
!
! GRIDE DE INTENSIDADE EM FUNÇÃO DE X OU Y PARA UM DADO VALOR DE Z
iGRIDEZX=iNZ
iGRIDEZY=iNZ

```