



UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**A inércia virtual como restrição operacional no despacho ótimo:
Uma abordagem com valoração implícita.**

HADRIEL REIS SANTOS

São Luís – MA, Brasil
Agosto, 2026

HADRIEL REIS SANTOS

**A inércia virtual como restrição operacional no despacho ótimo:
Uma abordagem com valoração implícita.**

Dissertação de Mestrado submetida à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Maranhão (UFMA) como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica na área de concentração de Sistemas de Energia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Vicente Leonardo Paucar Casas

São Luís – MA, Brasil

Agosto, 2026

Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Diretoria Integrada de Bibliotecas/UFMA

Reis Santos, Hadriel.

A inércia virtual como restrição operacional no despacho ótimo: Uma abordagem com valoração implícita / Hadriel Reis Santos. - 2026.
112 f.

Orientador(a): Vicente Leonardo Paucar Casas.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica/ccet, Universidade Federal do Maranhão, São Luís -ma, 2026.

1. Inércia Virtual. 2. Despacho Ótimo de Potência. 3. Preço Sombra. 4. Estabilidade de Frequência. 5. Sistemas Elétricos de Potência. I. Leonardo Paucar Casas, Vicente. II. Título.

**A inércia virtual como restrição operacional no despacho ótimo:
Uma abordagem com valoração implícita.**

HADRIEL REIS SANTOS

Dissertação aprovada em 25/08/2026.

Prof. Dr. Vicente Leonardo Paucar Casas, UFMA
(Orientador)

Prof. Dr. Bartolomeu Ferreira dos Santos Junior, UFPI
(Membro da Banca Examinadora)

Prof. Dr. João Viana da Fonseca Neto, UFMA
(Membro da Banca Examinadora)

Dedico este trabalho à minha família.

Agradecimentos

Inicialmente agradeço a Deus por concluir essa etapa em minha vida, principalmente por me capacitar e cuidar de mim durante esses anos, me possibilitando desta forma realizar um sonho pessoal e compartilhá-lo com toda a minha família.

Aos meus avós, José de Ribamar Silva Reis e Francisca da Silva Reis, por todo cuidado e apoio à minha educação durante toda a minha vida. Quero agradecer em especial a minha mãe, Rizelle da Silva Reis, por todo o apoio durante esses anos e todo o cuidado em sempre me incentivar nos meus estudos e me apoiar em todas as dificuldades.

E em especial à minha esposa, Larissa Pinheiro, que estava presente desde quando decidi cursar Engenharia Elétrica e desde então me apoiou em todas as minhas escolhas, sem você essa jornada teria sido muito mais difícil.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Leonardo Paucar, minha sincera gratidão pela orientação, paciência e apoio durante esta jornada. Seus conhecimentos e incentivo foram fundamentais para a conclusão desta dissertação.

“Se você quiser descobrir os segredos do Universo, pense em termos de energia, frequência e vibração.”

Nikola Tesla

Resumo

A crescente participação de recursos energéticos baseados em conversores eletrônicos, como sistemas fotovoltaicos, parques eólicos e sistemas de armazenamento de energia, tem reduzido significativamente a inércia eletromecânica dos sistemas elétricos de potência, comprometendo a estabilidade de frequência e impondo novos desafios à operação em tempo real. Nesse contexto, a inércia virtual surge como uma alternativa tecnológica capaz de emular o comportamento inercial das máquinas síncronas por meio de estratégias de controle implementadas em conversores de potência. Esta dissertação propõe uma abordagem para a valoração econômica implícita da inércia virtual por meio de sua incorporação como restrição operacional em um problema de despacho ótimo de potência. O valor econômico desse recurso é obtido a partir do preço sombra associado à restrição de inércia, permitindo quantificar seu benefício marginal para a operação do sistema. A metodologia é implementada em ambiente computacional e validada por meio de estudos de caso no sistema teste IEEE de 14 barras. Os resultados demonstram que a abordagem proposta permite estimar de forma consistente o valor econômico da inércia virtual, contribuindo para a integração entre estabilidade de frequência, otimização da operação e análise econômica em sistemas elétricos com elevada participação de recursos baseados em conversores.

Palavras-chave: Inércia virtual; Despacho ótimo de potência; Preço sombra; Estabilidade de frequência; Sistemas elétricos de potência.

Abstract

The increasing penetration of converter-based energy resources—such as photovoltaic systems, wind farms, and energy storage systems—has significantly reduced the electromechanical inertia of electric power systems, compromising frequency stability and imposing new challenges on real-time operation. In this context, virtual inertia emerges as a technological alternative capable of emulating the inertial behavior of synchronous machines through control strategies implemented in power converters. This dissertation proposes an approach for the implicit economic valuation of virtual inertia by incorporating it as an operational constraint within an optimal power dispatch problem. The economic value of this resource is derived from the shadow price associated with the inertia constraint, allowing for the quantification of its marginal benefit to system operation. The methodology is implemented in a computational environment and validated through case studies using the IEEE 14-bus test system. The results demonstrate that the proposed approach enables a consistent estimation of the economic value of virtual inertia, contributing to the integration of frequency stability, operational optimization, and economic analysis in power systems with high penetration of converter-based resources.

Keywords: Virtual inertia; Optimal power dispatch; Shadow price; Frequency stability; Electric power systems.

Lista de Figuras

FIGURA 2.1	DINÂMICA DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA APÓS UMA PERTURBAÇÃO EM UM SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA	11
FIGURA 2.2	AValiação DOS PRINCIPAIS INDICADORES DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA APÓS UMA PERTURBAÇÃO.....	14
FIGURA 2.3	EVOLUÇÃO DA ARQUITETURA DOS SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA, DESTACANDO A SUBSTITUIÇÃO PROGRESSIVA DA GERAÇÃO SÍNCRONA CONVENCIONAL POR RECURSOS ENERGÉTICOS CONECTADAS POR CONVERSORES ELETRÔNICOS.....	24
FIGURA 2.4	COMPARAÇÃO QUALITATIVA DA RESPOSTA DA FREQUÊNCIA EM SISTEMAS COM ELEVADA E REDUZIDA INÉRCIA APÓS UMA CONTINGÊNCIA	26
FIGURA 2.5	SÍNTESE DOS PRINCIPAIS DESAFIOS OPERACIONAIS DECORRENTES DA REDUÇÃO DA INÉRCIA EM SISTEMAS ELÉTRICOS MODERNOS	29
FIGURA 2.6	EVOLUÇÃO DAS PRINCIPAIS ESTRATÉGIAS DE IMPLEMENTAÇÃO DA INÉRCIA VIRTUAL EM SISTEMAS ELÉTRICOS MODERNOS	35
FIGURA 2.7	INSERÇÃO DA INÉRCIA VIRTUAL NO CONTEXTO DOS SERVIÇOS ANCILARES DE SISTEMAS ELÉTRICOS MODERNOS.....	38
FIGURA 2.8	PRINCIPAIS ABORDAGENS PARA A VALORAÇÃO ECONÔMICA DA INÉRCIA VIRTUAL EM SISTEMAS ELÉTRICOS MODERNOS	41
FIGURA 2.9	INTEGRAÇÃO ENTRE REQUISITOS DE ESTABILIDADE DE FREQUÊNCIA, DESPACHO ÓTIMO E VALORAÇÃO ECONÔMICA DA INÉRCIA VIRTUAL EM SISTEMAS ELÉTRICOS MODERNOS.....	41
FIGURA 2.10	DESAFIOS E PERSPECTIVAS PARA A INTEGRAÇÃO DA INÉRCIA VIRTUAL AOS PROCESSOS DE OPERAÇÃO E PLANEJAMENTO	44
FIGURA 3.1	FLUXOGRAMA DO ALGORITMO PROPOSTO	50
FIGURA 3.2	FLUXOGRAMA DO PROCEDIMENTO COMPUTACIONAL UTILIZADO PARA OBTENÇÃO DO DESPACHO ÓTIMO E DA VALORAÇÃO IMPLÍCITA DA INÉRCIA VIRTUAL	63
FIGURA 4.1	COMPOSIÇÃO DO DESPACHO ÓTIMO DAS UNIDADES GERADORAS PARA OS DIFERENTES CENÁRIOS.....	72
FIGURA 4.2	CUSTO ÓTIMO DE OPERAÇÃO EM FUNÇÃO DO REQUISITO MÍNIMO DE INÉRCIA ...	74

FIGURA 4.3	EVOLUÇÃO DO PREÇO SOMBRA ASSOCIADO À RESTRIÇÃO DE INÉRCIA EM FUNÇÃO DO REQUISITO MÍNIMO DE INÉRCIA	75
FIGURA 4.4	COMPOSIÇÃO DO DESPACHO ÓTIMO DAS UNIDADES GERADORAS PARA OS DIFERENTES CENÁRIOS DO SISTEMA IEEE DE 14 BARRAS	81
FIGURA 4.5	EVOLUÇÃO DO CUSTO ÓTIMO DE OPERAÇÃO EM FUNÇÃO DO REQUISITO MÍNIMO DE INÉRCIA PARA O SISTEMA IEEE DE 14 BARRAS	84
FIGURA 4.6	EVOLUÇÃO DO PREÇO SOMBRA ASSOCIADO À RESTRIÇÃO DE INÉRCIA EM FUNÇÃO DO REQUISITO MÍNIMO DE INÉRCIA PARA O SISTEMA DE 14 BARRAS.....	85

Lista de Tabelas

TABELA 2.1	COMPARAÇÃO ENTRE AS PRINCIPAIS ESTRATÉGIAS DE IMPLEMENTAÇÃO DA INÉRCIA VIRTUAL EM SISTEMAS ELÉTRICOS MODERNOS.....	35
TABELA 3.1	CONJUNTOS UTILIZADOS NA FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	48
TABELA 3.2	ÍNDICES UTILIZADOS NA FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	48
TABELA 3.3	PARÂMETROS DO MODELO.....	48
TABELA 3.4	VARIÁVEIS DE DECISÃO	49
TABELA 4.1	DADOS DO SISTEMA DIDÁTICO UTILIZADO NAS SIMULAÇÕES	68
TABELA 4.2	CENÁRIOS CONSIDERADOS NAS SIMULAÇÕES	69
TABELA 4.3	DESPACHO ÓTIMO DAS UNIDADES GERADORAS PARA OS CENÁRIOS ANALISADOS	71
TABELA 4.4	CENÁRIOS ECONÔMICOS OBTIDOS PARA OS DIFERENTES CENÁRIOS ANALISADOS	73
TABELA 4.5	DADOS DOS GERADORES UTILIZADOS NA VALIDAÇÃO DO SISTEMA IEEE DE 14 BARRAS.....	78
TABELA 4.6	CENÁRIOS DE VALIDAÇÃO CONSIDERADOS PARA O SISTEMA IEEE DE 14 BARRAS	78
TABELA 4.7	DESPACHO ÓTIMO DAS UNIDADES GERADORAS PARA OS CENÁRIOS ANALISADOS (SISTEMA IEEE DE 14 BARRAS).....	80
TABELA 4.8	RESULTADOS ECONÔMICOS OBTIDOS PARA OS CENÁRIOS UTILIZADOS.....	82

Lista de abreviaturas e siglas

AC-OPF - *Alternating Current Optimal Power Flow* (Fluxo Ótimo de Potência em Corrente Alternada)

BESS - *Battery Energy Storage System* (Sistema de Armazenamento de Energia em Baterias)

CIGRÉ - *Conseil International des Grands Réseaux Électriques* (Conselho Internacional de Grandes Redes Elétricas)

COI - *Center of Inertia* (Centro de Inércia)

DC - Corrente Contínua

DC-OPF - *Direct Current Optimal Power Flow* (Fluxo Ótimo de Potência em Corrente Contínua)

FFR - *Fast Frequency Response* (Resposta Rápida de Frequência)

GFL - *Grid-Following*

GFM - *Grid-Forming*

IEEE - *Institute of Electrical and Electronics Engineers*

MW - Megawatt

MW·s - Megawatt-segundo

OPF - *Optimal Power Flow* (Fluxo Ótimo de Potência)

PP - Pergunta de Pesquisa

RoCoF - *Rate of Change of Frequency* (Taxa de Variação da Frequência)

SEE - Sistema Elétrico de Energia

SEP - Sistema Elétrico de Potência

Sumário

Capítulo 1 – Introdução	1
1.1 Generalidades.....	1
1.2 Formulação do problema	3
1.3 Objetivos.....	3
1.3.1 Objetivo geral.....	3
1.3.2 Objetivos específicos	4
1.4 Justificativa	4
1.5 Metodologia.....	5
1.6 Estrutura do trabalho.....	6
Capítulo 2 - Inércia em sistemas elétricos	7
2.1 Estabilidade de frequência em sistemas elétricos de potência.....	7
2.1.1 Conceitos gerais de estabilidade	7
2.1.2 Estabilidade de frequência e dinâmica da frequência	9
2.1.3 Indicadores de estabilidade de frequência.....	11
2.2 Conceitos fundamentais de inércia	14
2.2.1 Constante de inércia	16
2.2.2 Equação de <i>swing</i>	18
2.2.3 Inércia equivalente do sistema	20
2.3 Redução da inércia em sistemas elétricos modernos	22
2.3.1 A Transição energética e a redução da inércia.....	22
2.3.2 Impactos operacionais da redução da inércia.....	25
2.3.3 Desafios para operação e planejamento	27
2.4 Provisão de inércia virtual e serviços ancilares em sistemas elétricos modernos ...	30
2.4.1 Conceitos fundamentais da inércia virtual	30
2.4.2 Estratégias de implementação da inércia virtual.....	32
2.4.3 Inércia virtual como serviço ancilar	36
2.4.4 Abordagens para a valoração econômica da inércia virtual.....	38
2.4.5 Desafios atuais e perspectivas para a incorporação da inércia virtual ao despacho ótimo	42

Capítulo 3 - Formulação matemática do problema de despacho ótimo com restrição de inércia virtual.....	45
3.1 Considerações iniciais.....	45
3.2 Formulação do problema de despacho ótimo	46
3.2.1 Hipóteses e definições do modelo.....	47
3.2.2 Função objetivo.....	49
3.2.3 Restrição de balanço de potência	51
3.2.4 Limites operacionais das unidades geradoras	52
3.3 Modelagem da restrição de inércia virtual.....	54
3.4 Valoração implícita da inércia virtual.....	56
3.5 Formulação Lagrangiana e interpretação do preço sombra	58
3.6 Procedimento computacional da metodologia proposta	60
3.7 Considerações finais	63
Capítulo 4 – Estudos de caso.....	66
4.1 Considerações iniciais.....	66
4.2 Descrição dos sistemas analisados.....	67
4.2.1 Sistema didático proposto	67
4.2.2 Sistema de referência da literatura	68
4.3 Definição dos cenários de Estudo	69
4.4 Análise dos cenários obtidos.....	70
4.4.1 Alterações no despacho ótimo	71
4.4.2 Análise econômica da restrição de inércia	73
4.5 Validação da metodologia no sistema IEEE de 14 barras	76
4.5.1 Análise do despacho ótimo no sistema de 14 barras.....	79
4.5.2 Análise econômica e valoração implícita da inércia virtual no sistema IEEE de 14 barras	82
4.6 Considerações finais do capítulo	86
Capítulo 5 – Conclusão	89
5.1 Conclusões	89
5.2 Trabalhos futuros	91
Referências	94

Capítulo 1 - Introdução

1.1 Generalidades

A transição energética em curso tem promovido profundas transformações na estrutura dos sistemas elétricos de potência em todo mundo. Motivada principalmente pelas metas de descarbonização, redução das emissões de gases de efeito estufa e ampliação da participação de fontes renováveis na matriz energética, essa transição tem resultado na substituição gradual de usinas convencionais baseadas em geradores síncronos por recursos energéticos conectados à rede por meio de conversores eletrônicos de potência. Entre esses recursos destacam-se os parques eólicos, sistemas fotovoltaicos e sistemas de armazenamento de energia, cuja participação na geração de eletricidade tem crescido significativamente nas últimas décadas [1], [2].

Embora essa transformação contribua para a sustentabilidade do setor elétrico, ela também impõe novos desafios operacionais aos sistemas de potência. Diferentemente dos geradores síncronos convencionais, os recursos conectados por eletrônica de potência não fornecem, de forma inerente, a inércia eletromecânica que historicamente auxiliou na manutenção da estabilidade de frequência do sistema. Como consequência, a crescente participação dessas tecnologias tem provocado uma redução progressiva dos níveis de inércia disponíveis na rede elétrica, alterando significativamente a dinâmica de resposta do sistema frente a perturbações [2], [3].

A inércia desempenha papel fundamental na estabilidade de frequência dos sistemas elétricos, atuando como a primeira linha de defesa após desequilíbrios entre geração e carga. Em sistemas com elevada inércia, as variações de frequência ocorrem de forma mais lenta, permitindo que os mecanismos de controle primário e os serviços de suporte restabeleçam o equilíbrio operacional de maneira adequada.

Entretanto, a crescente substituição de geradores síncronos por recursos baseados em conversores reduz a inércia disponível no sistema, elevando a taxa de variação da frequência (*Rate of Change of Frequency – RoCoF*), indicador que quantifica a rapidez com que a frequência varia imediatamente após uma perturbação, reduzindo a frequência de nadir, correspondente ao menor valor de frequência atingido durante o transitório, e tornando

o sistema mais suscetível à atuação de proteções e a restrições operativas relacionadas à estabilidade de frequência, especialmente após contingências de grande porte [4], [5].

Nesse contexto, diversos operadores de sistemas elétricos ao redor do mundo passaram a incorporar requisitos mínimos de inércia em seus processos operacionais, reconhecendo a necessidade de preservar níveis adequados de estabilidade de frequência em cenários de elevada penetração de fontes renováveis. Paralelamente, surgiram tecnologias capazes de reproduzir artificialmente parte dos efeitos da inércia eletromecânica tradicional, dando origem ao conceito de inércia virtual. Por meio de estratégias de controle implementadas em conversores eletrônicos, recursos como sistemas de armazenamento de energia, parques eólicos e unidades fotovoltaicas podem fornecer respostas rápidas às variações de frequência, contribuindo para a estabilidade do sistema mitigando os impactos decorrentes da redução da inércia síncrona [6], [7].

O avanço das tecnologias de inércia virtual tem ampliado as possibilidades de suporte à frequência em sistemas elétricos modernos. Contudo, diferentemente da inércia fornecida naturalmente pelos geradores síncronos, a provisão de inércia virtual requer investimentos em equipamentos, infraestrutura e estratégias de controle específicas. Dessa forma, a inércia passa gradativamente a ser reconhecida como um percurso operacional com valor econômico, cuja disponibilidade pode influenciar diretamente a segurança e o custo de operação dos sistemas elétricos [8], [9].

Em resposta a essa nova realidade, diferentes propostas têm sido desenvolvidas para incorporar a inércia aos mecanismos de operação e de mercado dos sistemas elétricos. Essas iniciativas incluem a criação de mercados específicos para serviços de inércia, mecanismos de remuneração para provedores de inércia virtual e formulações de despacho que consideram explicitamente requisitos mínimos de estabilidade de frequência. Apesar dos avanços observados na literatura, ainda permanecem desafios relacionados à representação adequada da inércia nos problemas de otimização e à determinação de sinais econômicos capazes de refletir seu valor para a operação do sistema [1], [2], [9].

Diante desse cenário, torna-se relevante investigar abordagens que permitam integrar requisitos de inércia virtual aos modelos de despacho ótimo, possibilitando não apenas a avaliação de seus impactos operacionais, mas também a obtenção de mecanismos economicamente consistentes para sua valoração. Essa perspectiva motiva o desenvolvimento da presente dissertação, que propõe a incorporação da inércia virtual como

restrição operacional em problemas de despacho ótimo e a análise de sua valoração econômica por meio dos sinais produzidos pelo próprio processo de otimização.

1.2 Formulação do problema

Embora alguns trabalhos proponham mecanismos de mercado e modelos de remuneração para provedores de inércia virtual, ainda existem desafios relacionados à sua representação nos problemas de despacho e à determinação de sinais econômicos que reflitam adequadamente seu valor para a operação do sistema.

Dessa forma, a presente dissertação busca responder a seguinte Pergunta de Pesquisa (PP):

PP1: Como incorporar a inércia virtual como uma restrição operacional em problemas de despacho ótimo e avaliar seu valor econômico para a operação do sistema?

Com o objetivo de responder à pergunta de pesquisa proposta, este trabalho desenvolve uma formulação de despacho ótimo considerando requisitos mínimos de inércia, avaliando os impactos da incorporação da inércia virtual sobre a operação do sistema elétrico e investigando mecanismos capazes de refletir seu valor econômico em ambientes com elevada participação de recursos baseados em eletrônica de potência.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

O objetivo geral desta dissertação é desenvolver uma metodologia para incorporar a inércia virtual como uma restrição operacional em problemas de despacho ótimo.

1.3.2 Objetivos Específicos

Para atingir o objetivo geral proposto, são definidos os seguintes objetivos específicos.

- Analisar os impactos da redução da inércia decorrente da crescente participação de recursos conectados por eletrônica de potência;
- Investigar tecnologias e mecanismos capazes de fornecer suporte inercial em sistemas de baixa inércia;

- Avaliar os impactos operacionais da inércia virtual no problema de despacho;
- Analisar a influência dos requisitos de inércia sobre os custos de operação do sistema elétrico.

1.4 Justificativa

A inércia virtual surge como uma alternativa promissora para complementar a capacidade de suporte inercial tradicionalmente fornecida pelos geradores síncronos. Tecnologias como sistemas de armazenamento de energia, conversores formadores de rede e parques eólicos com estratégias avançadas de controle são capazes de contribuir para a estabilidade de frequência, ampliando a flexibilidade operacional dos sistemas elétricos modernos.

Sob a perspectiva operacional, torna-se necessário desenvolver metodologias capazes de representar adequadamente os requisitos de inércia nos processos de despacho, permitindo que critérios associados à estabilidade de frequência sejam considerados juntamente com os objetivos econômicos da operação. A incorporação desses requisitos aos modelos de otimização contribui para uma avaliação mais realista dos desafios impostos pelos sistemas de baixa inércia.

Além da relevância técnica, existe também uma motivação econômica associada à crescente necessidade de reconhecer o valor dos recursos capazes de fornecer suporte inercial ao sistema. A determinação de sinais econômicos consistentes pode contribuir para a expansão e utilização eficiente dessas tecnologias, favorecendo a transição para sistemas elétricos com maior participação de fontes renováveis.

Do ponto de vista científico, observa-se que a maior parte dos estudos relacionados à inércia concentra-se no desenvolvimento de tecnologias de provisão de suporte inercial ou na proposição de mecanismos específicos de mercado para sua remuneração. Dessa forma, existe espaço para investigações que integrem aspectos de estabilidade de frequência e otimização da operação, permitindo avaliar os impactos da incorporação sobre os custos operacionais do sistema elétrico.

Diante desse cenário, justifica-se o desenvolvimento desta pesquisa, que busca contribuir para o avanço das metodologias de operação de sistemas elétricos em ambientes

com elevada participação de fontes renováveis, por meio da incorporação da inércia virtual como restrição operacional em problemas de despacho ótimo.

1.5 Metodologia

A metodologia adotada nesta dissertação é composta por etapas sequenciais que abrangem a fundamentação teórica do problema até à avaliação dos resultados obtidos por meio da formulação proposta.

Inicialmente, é realizada uma revisão bibliográfica sobre os conceitos relacionados à estabilidade de frequência em sistemas elétricos de potência, inércia síncrona, inércia virtual, serviços ancilares e mecanismos de mercado associados à provisão de suporte inercial. Essa etapa tem como objetivo identificar o estado da arte do tema e as principais lacunas existentes na literatura.

Na segunda etapa, é desenvolvida uma formulação de despacho ótimo incorporando requisitos mínimos de inércia como restrições operacionais do problema de otimização. A modelagem busca representar a influência da disponibilidade de inércia sobre a operação do sistema elétrico, permitindo avaliar sua interação com os critérios econômicos tradicionalmente considerados nos processos de despacho.

Posteriormente, a formulação proposta é implementada computacionalmente e aplicada a sistemas teste, possibilitando a realização de diferentes cenários operativos. Os estudos são conduzidos considerando distintas condições de disponibilidade de recursos provedores de inércia virtual e diferentes requisitos mínimos de inércia para o sistema.

Na etapa seguinte, os resultados obtidos são analisados sob aspectos operacional e econômico, avaliando-se os impactos da incorporação das restrições de inércia sobre a composição do despacho e sobre os custos de operação do sistema elétrico.

Por fim, são realizadas discussões acerca dos resultados obtidos, destacando as contribuições da metodologia proposta para a representação da inércia em problemas de despacho ótimo e para a avaliação de seu valor econômico em sistemas elétricos com elevada participação de fontes renováveis.

1.6 Estrutura do trabalho

Além deste capítulo introdutório, a presente dissertação está organizada em mais cinco capítulos. O Capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica e a bibliográfica relacionadas ao tema da pesquisa. Inicialmente, são abordados os conceitos de estabilidade de frequência, inércia síncrona e os impactos da redução dos níveis de inércia em sistemas elétricos modernos. Em seguida, são discutidos os conceitos de inércia virtual, as principais tecnologias capazes de fornecer suporte inercial e os mecanismos de mercado associados à provisão desse serviço. Por fim, é apresentada uma análise da literatura relacionada à representação e valoração da inércia em ambientes de operação e mercado.

O Capítulo 3 descreve a metodologia proposta neste trabalho. São apresentados os fundamentos do problema de despacho ótimo, a modelagem dos requisitos de inércia do sistema e a formulação matemática desenvolvida para incorporar a inércia virtual como uma restrição operacional do problema de otimização.

O Capítulo 4 apresenta os estudos de caso considerados na pesquisa, incluindo a descrição dos sistemas teste, dos cenários analisados e dos parâmetros adotados para a realização das simulações.

Por fim, o Capítulo 5 apresenta as conclusões da pesquisa, destacando as principais contribuições do trabalho e possíveis direções para trabalhos futuros.

Capítulo 2 - Inércia em sistemas elétricos

Esta seção apresenta os conceitos fundamentais relacionados à inércia em sistemas elétricos de potência e sua importância para a estabilidade de frequência. São discutidos os principais fenômenos associados à resposta dinâmica do sistema após perturbações, bem como os indicadores utilizados em sua análise. Esses conceitos servem de base para as discussões desenvolvidas nas seções seguintes.

2.1 Estabilidade de frequência em sistemas elétricos de potência

Este capítulo apresenta os fundamentos teóricos necessários à compreensão do papel da inércia na operação dos sistemas elétricos de potência. Inicialmente, são abordados os principais conceitos relacionados à estabilidade de frequência e os indicadores utilizados para avaliar o comportamento do sistema após perturbações. Em seguida, são discutidos os fundamentos físicos e matemáticos da inércia, os impactos decorrentes de sua redução nos sistemas elétricos modernos e os desafios associados à crescente participação de recursos conectados por conversores eletrônicos.

Por fim, são apresentadas as principais estratégias de implementação da inércia virtual, sua inserção no contexto dos serviços ancilares e as abordagens propostas para sua incorporação e valoração nos processos de operação dos sistemas elétricos.

2.1.1 Conceitos gerais de estabilidade

Os sistemas elétricos de potência são sistemas dinâmicos de grande porte compostos por diversos equipamentos de geração, transmissão, distribuição e consumo de energia elétrica interligados por extensas redes de transmissão. A operação adequada desses sistemas depende da manutenção contínua do equilíbrio entre suas variáveis elétricas e mecânicas, mesmo diante das constantes variações de carga e da ocorrência de perturbações de diferentes naturezas. Nesse contexto, a estabilidade constitui uma das propriedades fundamentais para garantir a operação segura e confiável dos sistemas elétricos modernos.

A preocupação com a estabilidade dos sistemas elétricos acompanha a evolução das redes de potência desde o início do século XX. À medida que os sistemas cresceram em tamanho, complexidade e nível de interconexão, novas formas de instabilidade passaram a

ser observadas, tornando necessária uma definição mais abrangente e uma classificação sistemática dos diferentes fenômenos envolvidos [10].

Segundo a definição proposta pelo grupo de trabalho conjunto IEEE/CIGRÉ, a estabilidade de um sistema elétrico pode ser definida como a capacidade de um sistema elétrico, para uma determinada condição inicial de operação, retornar a um estado aceitável de equilíbrio após ser submetido a uma perturbação física, mantendo a maior parte de suas variáveis dentro de limites operacionais adequados e preservando a integridade do sistema como um todo [10].

Devido à elevada complexidade dos fenômenos envolvidos, a estabilidade dos sistemas elétricos é tradicionalmente classificada em diferentes categorias. A classificação proposta por [10] organiza o problema da estabilidade em três grupos principais: estabilidade angular, estabilidade de tensão e estabilidade de frequência. Essa classificação permite analisar separadamente os mecanismos físicos predominantes em cada fenômeno, bem como utilizar metodologias adequadas para sua avaliação.

A estabilidade angular está relacionada à capacidade dos geradores síncronos permanecerem em sincronismo após a ocorrência de perturbações, sendo influenciada pelo equilíbrio entre os torques mecânicos e elétricos das máquinas. A estabilidade de tensão, por sua vez, refere-se à capacidade do sistema em manter níveis adequados de tensão em todas as barras da rede, estando frequentemente associada à disponibilidade de potência reativa e às características das cargas conectadas ao sistema. Já a estabilidade de frequência está associada à capacidade do sistema de manter o equilíbrio entre geração e consumo de potência ativa após perturbações significativas, preservando a frequência próxima ao seu valor nominal [10].

Embora essas categorias sejam apresentadas de forma independente, os fenômenos de estabilidade são fortemente interdependentes. Em sistemas reais, perturbações severas podem desencadear interações entre frequência, tensão e ângulo dos geradores, resultando em processos complexos de degradação das condições operativas. Dessa forma, a análise da estabilidade deve ser conduzida de forma integrada, considerando não apenas os mecanismos individuais associados a cada categoria, mas também suas interações com os demais componentes do sistema.

Nas últimas décadas, a estabilidade de frequência passou a receber atenção crescente por parte da comunidade científica e dos operadores de sistemas elétricos. Esse

interesse decorre principalmente das mudanças estruturais observadas na matriz elétrica mundial, caracterizadas pela substituição gradual de geradores síncronos convencionais por fontes renováveis conectadas à rede por meio de conversores eletrônicos de potência. Diferentemente das máquinas síncronas, esses recursos não contribuem naturalmente para a inércia do sistema, modificando significativamente sua resposta dinâmica frente a perturbações [11].

Além da redução da inércia disponível, a elevada participação de recursos renováveis tem aumentado a variabilidade operacional dos sistemas elétricos, tornando mais frequentes os desafios relacionados à manutenção da frequência dentro de limites aceitáveis. Estudos recentes indicam que sistemas com elevada penetração de fontes renováveis apresentam maior sensibilidade a desequilíbrios entre geração e carga, resultando em respostas mais rápidas da frequência e em maiores exigências sobre os mecanismos de controle e suporte operacional [11].

Adicionalmente, desvios significativos de frequência podem impactar diretamente o comportamento de diversos componentes da rede elétrica, incluindo cargas, linhas de transmissão e equipamentos de compensação de sistemas de controle. Conforme discutido em [10], variações expressivas da frequência afetam parâmetros elétricos do sistema e podem alterar sua dinâmica de longo prazo, evidenciando a importância da representação adequada desse fenômeno em estudos de viabilidade.

Diante desse cenário, a estabilidade de frequência tornou-se um dos principais desafios associados à operação dos sistemas elétricos modernos. A compreensão dos mecanismos responsáveis pelas variações de frequência, bem como dos fatores que influenciam sua dinâmica, constitui a etapa fundamental para o desenvolvimento de estratégias capazes de garantir a operação segura de sistemas com elevada participação de fontes renováveis. Dessa forma, a próxima subseção apresenta os fundamentos da estabilidade de frequência e os principais fenômenos associados à dinâmica da frequência em sistemas elétricos de potência.

2.1.2 Estabilidade de frequência e dinâmica da frequência

A estabilidade de frequência está diretamente relacionada à capacidade do sistema elétrico de manter o equilíbrio entre a potência ativa gerada e a potência consumida após a

ocorrência de uma perturbação. Sempre que ocorre um desequilíbrio entre geração e carga, a frequência do sistema se afasta de seu valor nominal, desencadeando uma série de mecanismos físicos e de controle responsáveis por restabelecer as condições adequadas de operação [10].

Em condições normais de operação, a potência mecânica fornecida pelos geradores é aproximadamente igual a potência elétrica demandada pelas cargas e perdas da rede. Nessa situação, os rotores das máquinas síncronas permanecem girando a uma velocidade praticamente constante, garantindo a manutenção da frequência nominal do sistema. Entretanto, a ocorrência de eventos como perda de geração, aumento repentino de carga ou desconexão de linhas de transmissão pode provocar desequilíbrios de potência que resultam em variações de frequência [13].

Quando a geração se torna inferior à demanda, a energia cinética armazenada nas massas rotativas dos geradores síncronos passa a ser utilizada para suprir temporariamente o déficit de potência. Como consequência, ocorre a desaceleração dos rotores das máquinas e a frequência do sistema começa a diminuir. De forma análoga, quando a geração excede a carga, a energia excedente provoca a aceleração dos rotores e o consequente aumento da frequência do sistema [14].

A dinâmica da frequência após uma perturbação pode ser dividida em diferentes estágios temporais. Segundo [15] e [16], a resposta de frequência é composta por quatro etapas principais: perturbação inicial, resposta inercial, controle primário de frequência e controle secundário de frequência. Cada uma dessas etapas atua em escalas de tempo distintas e possui papel fundamental na preservação da estabilidade do sistema.

Imediatamente após a ocorrência da perturbação, a primeira linha de defesa do sistema é a resposta inercial. Essa resposta ocorre de forma natural e instantânea devido à energia cinética armazenada nos rotores das máquinas síncronas. A inércia não elimina o desequilíbrio de potência existente, mas reduz a taxa de variação da frequência, fornecendo tempo adicional para a atuação dos demais mecanismos de controle [10], [15].

Após os primeiros instantes da perturbação, entram em operação os sistemas de controle primário de frequência. Esse mecanismo é realizado por meio dos reguladores de velocidade das unidades geradoras, que ajustam automaticamente a potência mecânica fornecida às máquinas em resposta às variações de frequência e conduzem o sistema a um novo ponto de equilíbrio operacional, ainda que diferente da frequência nominal.

Em uma escala de tempo mais longa, atua o controle secundário de frequência, normalmente implementado por sistemas automáticos de controle de geração. Esse mecanismo tem como objetivo restaurar a frequência ao seu valor nominal e corrigir eventuais desvios remanescentes após a atuação do controle primário. Além disso, o controle secundário contribui para restabelecer os intercâmbios programados de potência entre áreas interligadas do sistema elétrico [16]. A dinâmica temporal da resposta em frequência e a atuação coordenada desses mecanismos de controle são apresentadas na Figura 2.1.

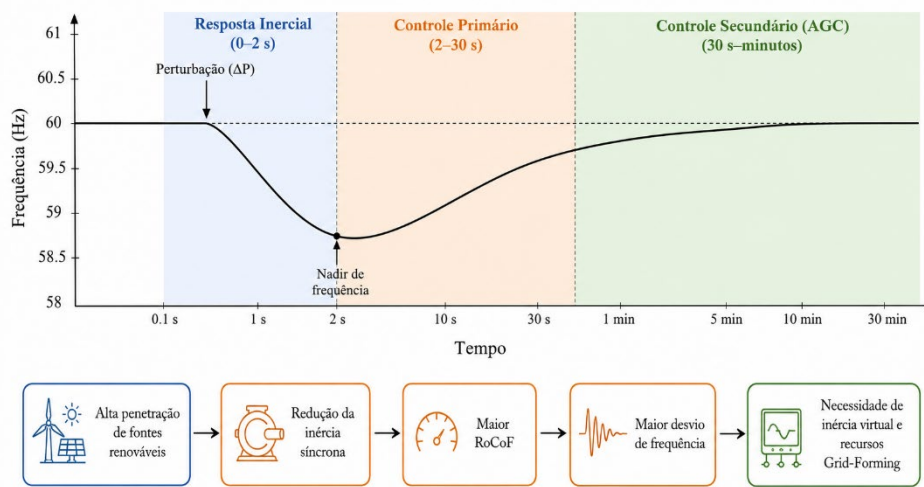


Figura 2.1 - Dinâmica da resposta em frequência após uma perturbação em um sistema elétrico de potência. Fonte: Autor.

Nos últimos anos, a crescente participação de fontes renováveis conectadas por conversores eletrônicos tem modificado significativamente essa dinâmica de resposta. Como esses recursos não fornecem inércia síncrona de forma natural, a frequência passa a variar mais rapidamente após perturbações, aumentando a importância dos mecanismos de resposta rápida e dos recursos capazes de fornecer suporte inercial ao sistema [16]. Essa tendência tem motivado diversos estudos voltados ao desenvolvimento de novas estratégias de controle e provisão de serviços ancilares destinados à manutenção da estabilidade de frequência.

2.1.3 Indicadores de estabilidade de frequência

A avaliação da estabilidade de frequência de sistemas elétricos de potência é normalmente realizada por meio de indicadores capazes de quantificar o comportamento dinâmico da frequência após a ocorrência de perturbações. Esses indicadores permitem

avaliar a capacidade do sistema em suportar desequilíbrios entre geração e carga, bem como verificar o atendimento aos critérios operativos estabelecidos pelos operadores dos sistemas elétricos [10].

Entre os principais indicadores utilizados na literatura destacam-se a taxa de variação de frequência (RoCoF), a frequência mínima atingida durante a perturbação (*Frequency Nadir*) e o desvio de frequência em regime permanente. Esses parâmetros são amplamente empregados em estudos de estabilidade de frequência, planejamento da operação e definição de requisitos mínimos de inércia para sistemas elétricos modernos [11], [15].

O RoCoF é um indicador particularmente importante em sistemas com baixos níveis de inércia, pois está diretamente relacionado à energia cinética disponível para resistir às variações de frequência. Quanto menor a inércia do sistema, maior tende a ser a magnitude do RoCoF para uma mesma perturbação [15].

Valores elevados de RoCoF podem provocar a atuação indevida de sistemas de proteção, desconexão de unidades geradoras e aumento do risco de instabilidade sistêmica. Por esse motivo, diversos operadores estabelecem limites máximos admissíveis para esse indicador, utilizando-o como um dos principais critérios para definição de requisitos mínimos de inércia do sistema [15].

A frequência nadir reflete o desempenho combinado da resposta inercial e dos mecanismos de controle primário de frequência, constituindo um dos principais parâmetros para avaliação da segurança operacional do sistema. Caso a frequência *nadir* atinja valores inferiores aos limites estabelecidos pelos critérios operativos, podem ser acionados esquemas automáticos de alívio de carga ou até mesmo ocorrer desligamentos em cascata. Dessa forma, a manutenção de níveis adequados de frequência nadir é considerada um requisito essencial para a operação segura de sistemas elétricos com elevada participação de fontes renováveis [11].

Além do comportamento transitório da frequência, também é importante avaliar o desvio de frequência em regime permanente. Esse indicador corresponde à diferença entre a frequência estabilizada após a atuação dos mecanismos de controle e o valor nominal do sistema. Embora normalmente seja corrigido pela atuação de controle secundário, o desvio de frequência fornece informações relevantes sobre a eficácia dos recursos de regulação

disponíveis e sobre a capacidade do sistema em restabelecer suas condições normais de operação [10].

Mais recentemente, estudos têm considerado também o tempo de recuperação da frequência como um indicador complementar de desempenho. Esse parâmetro representa o intervalo necessário para que a frequência retorne a uma faixa operacional aceitável após a ocorrência de uma perturbação. Sistemas com elevada disponibilidade de recursos de resposta rápida tendem a apresentar tempos de recuperação menores, contribuindo para o aumento da resiliência operacional [16].

A importância desses indicadores tem aumentado significativamente em sistemas elétricos com elevada participação de fontes renováveis. Nesses sistemas, a redução da inércia agregada resulta em maiores taxas de variação da frequência (RoCoF), menores valores de frequência de nadir e maior dificuldade na recuperação da frequência após perturbações. Dessa forma, a análise conjunta desses parâmetros torna-se fundamental para o planejamento e a operação segura dos sistemas elétricos contemporâneos [11].

Os indicadores apresentados nesta seção desempenham papel central na definição dos requisitos mínimos de inércia e na avaliação do desempenho de recursos capazes de fornecer suporte inercial ao sistema. Dessa forma, constituem elementos fundamentais para os estudos de inércia síncrona, inércia virtual e valoração econômica da inércia desenvolvidos nos capítulos subsequentes dessa dissertação.

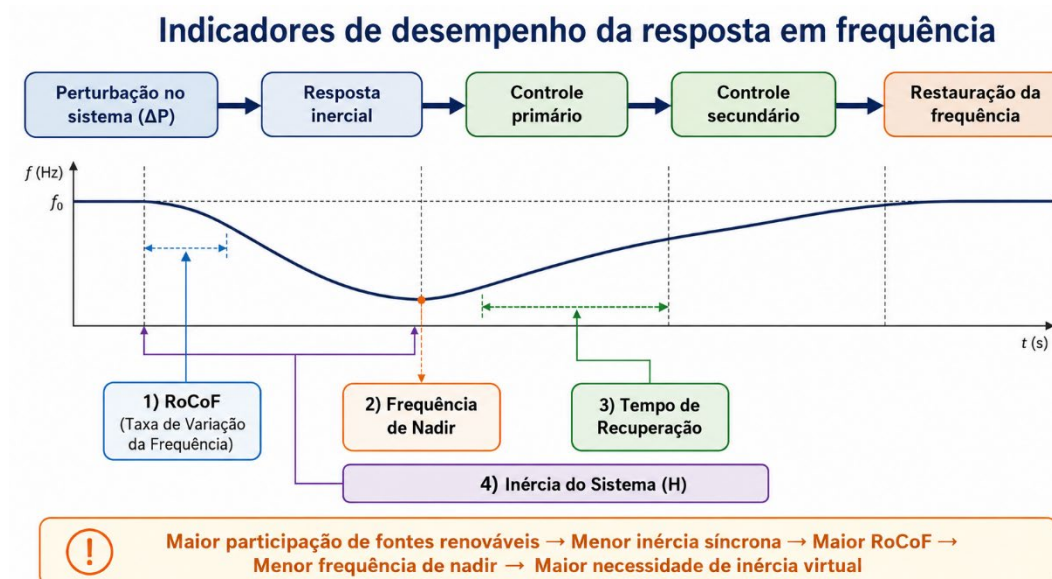


Figura 2.2 - Avaliação dos principais indicadores da resposta em frequência após uma perturbação. Fonte: Autor.

2.2 Conceitos Fundamentais de Inércia

A inércia é uma das propriedades físicas mais importantes para a estabilidade dinâmica dos sistemas elétricos de potência. Sua principal função consiste em fornecer uma resposta imediata às perturbações que provocam desequilíbrio entre geração e consumo de potência ativa, reduzindo a velocidade com que a frequência do sistema varia após a ocorrência de um distúrbio [17].

Do ponto de vista físico, a inércia representa a capacidade de um corpo resistir a alterações em seu estado de movimento. Em sistemas elétricos tradicionais, essa propriedade está associada às massas rotativas dos geradores síncronos, cujos rotores armazenam energia cinética durante a operação normal. Quando ocorre uma perturbação, essa energia pode ser liberada ou absorvida temporariamente, contribuindo para o restabelecimento do equilíbrio entre geração e carga [17].

Nos sistemas elétricos convencionais, a frequência da tensão gerada está diretamente relacionada à velocidade de rotação dos geradores síncronos. Dessa forma, qualquer desequilíbrio entre potência mecânica e potência elétrica resulta em aceleração ou desaceleração dos rotores, provocando variações na frequência do sistema. A energia cinética armazenada das massas rotativas atua como um mecanismo natural de

amortecimento, retardando essas variações e fornecendo tempo adicional para a atuação dos sistemas de controle de frequência [17].

A importância da inércia pode ser observada durante a ocorrência de contingências como a perda repentina de unidades geradoras ou o aumento abrupto da demanda. Nessas situações, a potência fornecida pelos geradores torna-se insuficiente para atender ao consumo instantâneo da rede. Como consequência, a energia cinética armazenada nos rotores é convertida em potência elétrica, reduzindo a velocidade de rotação das máquinas e provocando uma diminuição gradual da frequência. Esse fenômeno caracteriza a chamada resposta inercial do sistema [18].

A contribuição da inércia para a estabilidade de frequência é particularmente relevante nos primeiros segundos após uma perturbação. Nesse intervalo de tempo, os mecanismos convencionais de controle primário ainda não responderam completamente ao desequilíbrio de potência, tornando a energia cinética armazenada nos geradores a principal fonte de suporte à frequência. Quanto maior a inércia disponível do sistema, menor tende a ser a taxa de variação da frequência e maior o tempo disponível para a atuação dos controles subsequentes [17], [19].

Tradicionalmente, a maior parte da inércia presente nos sistemas elétricos é fornecida pelos geradores síncronos de usinas hidrelétricas, termelétricas e nucleares. Além desses equipamentos, determinadas cargas com componentes rotativos, como motores de indução de grande porte, também podem contribuir para a inércia agregada do sistema. Entretanto, diversos estudos indicam que a participação dessas cargas é significativamente inferior à contribuição fornecida pelos geradores síncronos, sendo frequentemente desconsiderada em análises de estabilidade de frequência [17].

Nas últimas décadas, a crescente integração de fontes renováveis conectadas à rede por meio de conversores eletrônicos tem alterado significativamente essa dinâmica. Diferentemente dos geradores síncronos, tecnologias como sistemas fotovoltaicos e parte dos aerogeradores modernos não possuem acoplamento eletromecânico direto com a frequência da rede, o que reduz sua contribuição natural para a inércia do sistema. Como consequência, observa-se uma redução progressiva dos níveis de inércia disponíveis, tornando os sistemas elétricos mais sensíveis a perturbações e aumentando os desafios associados à estabilidade de frequência [20].

A redução da inércia sistêmica tem sido apontada como uma das principais características dos futuros sistemas elétricos dominados por recursos renováveis. Eventos recentes observados em sistemas com elevada penetração de fontes não síncronas, como os registrados na Austrália e no Reino Unido, evidenciaram que menores níveis de inércia podem resultar em valores mais elevados de RoCoF e em maiores desvios de frequência após contingências severas [20].

Diante desse cenário, a compreensão dos mecanismos físicos associados à inércia tornou-se fundamental para o planejamento e a operação dos sistemas elétricos modernos. Além de constituir um elemento essencial para a estabilidade de frequência, a inércia passou a ser tratada como um recurso operacional estratégico, cuja quantificação e provisão têm recebido crescente atenção da comunidade científica, dos operadores de sistema e dos formuladores de mercado. Para compreender adequadamente esse recurso, torna-se necessário analisar como a inércia é quantificada e representada matematicamente, tema abordado na próxima subseção por meio da definição da constante de inércia.

2.2.1 Constante de inércia

A capacidade de um gerador síncrono fornecer suporte inercial ao sistema elétrico está diretamente relacionada à quantidade de energia cinética armazenada em suas partes rotativas. Essa energia é acumulada durante a operação normal da máquina e pode ser temporariamente liberada ou absorvida quando ocorrem desequilíbrios entre geração e carga, contribuindo para a estabilização da frequência do sistema [17].

A energia cinética armazenada no rotor de uma máquina síncrona pode ser expressa por:

$$E_k = \frac{1}{2} J \omega_m^2 \quad (2.1)$$

em que E_k representa a energia cinética armazenada, J é o momento de inércia do conjunto rotativo e ω_m corresponde à velocidade angular mecânica do rotor.

Embora a energia cinética forneça uma medida direta da capacidade de armazenamento energético de uma máquina, sua utilização isolada dificulta comparações entre geradores de diferentes potências nominais. Por esse motivo, a literatura de sistemas elétricos utiliza amplamente a chamada constante de inércia, normalmente representada por

H , como parâmetro padronizado para caracterizar a contribuição inercial dos geradores síncronos [10].

A constante de inércia é definida como a razão entre a energia cinética armazenada no rotor em velocidade nominal e a potência aparente nominal da máquina. Matematicamente, essa grandeza pode ser expressa por:

$$H = \frac{E_k}{S_{base}} \quad (2.2)$$

onde H é a constante de inércia, expressa em segundos, E_k corresponde à energia cinética armazenada e S_{base} representa a potência aparente nominal da máquina.

A interpretação física da constante de inércia é particularmente importante para a compreensão da dinâmica da frequência. O parâmetro H indica o tempo durante o qual a máquina seria capaz de fornecer sua potência nominal utilizando exclusivamente a energia cinética armazenada em suas massas rotativas. Dessa forma, valores mais elevados de H indicam maior capacidade de suporte inercial e, conseqüentemente, maior a resistência às variações de frequência provocadas por perturbações no sistema [18].

Os valores da constante de inércia variam de acordo com o tipo construtivo e a tecnologia empregada na geração. De forma geral, unidades hidrelétricas e nucleares podem apresentar constantes de inércia superiores. Essas diferenças refletem principalmente as características mecânicas dos rotores e a quantidade de massa rotativa associada a cada tecnologia de geração [17].

Em sistemas compostos predominantemente por geradores síncronos, a soma das contribuições individuais de inércia resulta em elevados níveis de energia cinética armazenada, proporcionando uma resposta naturalmente robusta às variações de frequência. Por outro lado, a substituição dessas unidades por recursos conectados por conversores eletrônicos reduz significativamente a energia cinética disponível, diminuindo a capacidade do sistema de resistir a perturbações e aumentando a sensibilidade da frequência às variações de potência ativa [19].

A importância da constante de inércia pode ser observada diretamente na taxa de variação de frequência após uma contingência. Para uma mesma perda de geração, sistemas com maiores níveis de inércia apresentam menores valores de RoCoF e menores desvios de frequência, enquanto sistemas com baixa inércia experimentaram respostas mais rápidas e severas. Essa relação tem motivado diversos estudos voltados à definição de requisitos

mínimos de inércia e ao desenvolvimento de tecnologias capazes de reproduzir artificialmente o comportamento inercial dos geradores síncronos [20].

Além de caracterizar individualmente as máquinas síncronas, a constante de inércia constitui a base para a modelagem agregada da dinâmica de frequência dos sistemas elétricos. A partir desse conceito é possível desenvolver modelos matemáticos capazes de representar o comportamento eletromecânico do sistema frente a perturbações, sendo a equação de oscilação (*swing equation*) o modelo mais amplamente utilizado para essa finalidade. Dessa forma, a próxima subseção apresenta a formulação da equação de *swing* e sua relação com a dinâmica da frequência em sistemas elétricos de potência.

2.2.2 Equação de *swing*

A análise dinâmica da frequência em sistemas elétricos de potência está fundamentada na relação entre o balanço de potência e o comportamento mecânico dos rotores das máquinas síncronas. Sempre que ocorre um desequilíbrio entre a potência mecânica fornecida pela fonte primária e a potência elétrica demandada pelo sistema, surge uma potência acelerante ou desacelerante que modifica a velocidade de rotação da máquina. Esse fenômeno constitui a base física da dinâmica eletromecânica dos sistemas elétricos e pode ser representado matematicamente pela Equação de *swing* [10].

A equação de *swing* descreve o movimento rotacional do rotor de uma máquina síncrona a partir da aplicação da segunda lei de Newton para sistemas rotativos. Em sua forma simplificada, a equação relaciona a variação da velocidade angular do rotor com o desequilíbrio instantâneo entre potência mecânica e potência elétrica, podendo ser expressa por:

$$\frac{2H}{\omega_0} \frac{d\omega}{dt} = P_m - P_e \quad (2.3)$$

Em que H representa a constante de inércia da máquina, ω_0 corresponde à velocidade angular nominal, P_m é a potência mecânica fornecida pela fonte primária e P_e representa a potência elétrica entregue ao sistema.

A interpretação física dessa equação é relativamente simples. Quando a potência mecânica é igual a potência elétrica, não existe potência acelerante e a velocidade do rotor permanece constante. Nessas condições, a frequência do sistema permanece próxima de seu

valor nominal. Entretanto, quando ocorre um desequilíbrio entre grandezas, a diferença de potência passa a acelerar ou desacelerar o rotor, provocando variações na frequência elétrica.

Considere, por exemplo, a perda repentina de uma unidade geradora. Imediatamente após a ocorrência da contingência, a potência elétrica demandada pelo sistema torna-se superior à potência mecânica disponível. Como consequência, a energia cinética armazenada nos rotores das máquinas síncronas passa a ser utilizada para suprir temporariamente parte desse déficit energético. Esse processo provoca a desaceleração dos rotores e consequentemente redução da frequência do sistema [17].

A equação de *swing* evidencia também a importância da constante de inércia na resposta dinâmica da frequência. Para uma mesma perturbação, sistemas com maiores valores de H apresentam menores variações de velocidade angular ao longo do tempo, resultando em uma resposta mais lenta da frequência. Em contrapartida, sistemas com baixos níveis de inércia tendem a apresentar respostas mais rápidas e pronunciadas, tornando-se mais suscetíveis à ocorrência de desvios severos de frequência [19].

A partir da equação de *swing* também é possível compreender a origem da taxa e variação de frequência, amplamente utilizada como indicador de estabilidade de frequência. Considerando pequenas variações em torno da frequência nominal e representando o desequilíbrio de potência por (ΔP) , obtém-se a seguinte relação:

$$\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f_0 \cdot \Delta P}{2H} \quad (2.4)$$

Em que f_0 representa a frequência nominal do sistema ΔP corresponde ao desequilíbrio de potência ativa provocado pela perturbação.

Essa expressão evidencia que o RoCoF é inversamente proporcional à inércia disponível. Assim, para uma mesma perda de geração, sistemas com baixa inércia apresentam maiores taxas de variação de frequência. Esse comportamento tem sido amplamente observado em sistemas com elevada participação de fontes renováveis conectadas por conversores eletrônicos, nos quais a redução da inércia agregada resulta em respostas de frequência significativamente mais rápidas após contingências [20].

Além da sua importância na análise da estabilidade de frequência, a equação de *swing* constitui a base para diversos modelos utilizados em estudos de planejamento de operação de sistemas elétricos. Formulações relacionadas à estimativa da inércia equivalente

do sistema, avaliação de limites de RoCoF e determinação de requisitos mínimos de inércia são diretamente derivadas dos princípios representados por essa equação.

Em sistemas elétricos modernos, caracterizados por elevados níveis de geração renovável e crescente participação de recursos conectados por eletrônica de potência, a compreensão da Equação de *swing* tornou-se ainda mais relevante. Isso ocorre por que a redução da inércia disponível altera diretamente os parâmetros responsáveis pela dinâmica da frequência exigindo novas estratégias de controle e novos mecanismos de provisão de suporte inercial.

Embora a equação de *swing* seja tradicionalmente aplicada à modelagem de máquinas síncronas individuais, em estudos de estabilidade de frequência de sistemas de grande porte é comum utilizar representações agregadas que permitem caracterizar o comportamento dinâmico do sistema como um todo. Nesse contexto, torna-se necessário definir o conceito de inércia equivalente do sistema.

2.2.3 Inércia equivalente do sistema

Embora a constante de inércia seja tradicionalmente definida para máquinas síncronas individuais, a análise de estabilidade de frequência em sistemas elétricos de potência exige frequentemente uma representação agregada da dinâmica do sistema. Em redes compostas por dezenas ou centenas de unidades geradoras, torna-se impraticável avaliar separadamente a contribuição inercial de cada equipamento durante estudos operacionais. Por esse motivo, utiliza-se o conceito de inércia equivalente do sistema, que permite representar a capacidade global de armazenamento de energia cinética disponível na rede [20].

A inércia equivalente pode ser entendida como uma medida agregada da energia cinética armazenada em todas as massas rotativas sincronizadas ao sistema elétrico. Essa grandeza fornece uma indicação direta da capacidade do sistema em resistir a variações de frequência após a ocorrência de perturbações, constituindo um dos principais parâmetros utilizados em estudos de estabilidade de frequência e planejamento da operação [19].

Em sistemas compostos por múltiplos geradores síncronos, a constante de inércia equivalente pode ser calculada por meio de uma média ponderada das constantes de inércia individuais em função de suas respectivas potências nominais. Dessa forma, obtém-se uma

representação única capaz de caracterizar a resposta inercial agregada do sistema. A expressão normalmente utilizada é dada por:

$$H_{sys} = \frac{\sum_{i=1}^N H_i S_i}{\sum_{i=1}^N S_i} \quad (2.5)$$

Em que H_i representa a constante de inércia da unidade geradora i , S_i corresponde à sua potência aparente nominal e N representa o número total de geradores considerados.

A interpretação física dessa expressão é intuitiva. Geradores de maior porte armazenam maiores quantidades de energia cinética e, conseqüentemente, exercem maior influência sobre a inércia agregada do sistema. Assim, a contribuição de cada unidade para a inércia equivalente não depende apenas do valor individual de H , mas também de sua capacidade instalada.

Em sistemas elétricos tradicionais, caracterizados por elevada participação de geração síncrona, os valores de inércia equivalente tendem a permanecer relativamente elevados. Nessas condições, a energia cinética armazenada nas máquinas é suficiente para limitar a velocidade das variações de frequência após contingências severas. Entretanto, à medida que unidades síncronas são substituídas por recursos renováveis conectados através de conversores eletrônicos, observa-se uma redução progressiva da inércia equivalente disponível no sistema [17].

Essa redução tem implicações diretas sobre a dinâmica da frequência. Conforme discutido anteriormente, menores níveis de inércia resultam em maiores valores de RoCoF e em desvios de frequência mais pronunciados após perturbações. Estudos recentes realizados em sistemas com elevada participação de fontes renováveis demonstram que a inércia equivalente se tornou um dos principais indicadores utilizados pelos operadores para avaliar a segurança operacional e definir limites de operação para recursos não síncronos [20].

Outro conceito amplamente utilizado em estudos de estabilidade é o chamado Centro de Inércia (*Center of inertia – COI*). Esse conceito representa uma referência dinâmica associada ao comportamento médio das máquinas síncronas presentes no sistema. a frequência do centro de inércia pode ser interpretada como uma frequência equivalente do sistema, obtida a partir da ponderação das velocidades angulares dos geradores por suas respectivas contribuições inerciais.

A utilização do *COI* permite representar de forma mais precisa o comportamento global da frequência em sistemas de grande porte, especialmente em análises envolvendo múltiplas áreas elétricas e diferentes tipos de recursos de geração. Diversos modelos agregados de frequência utilizados na literatura são formulados a partir dessa abordagem, possibilitando a simplificação da dinâmica eletromecânica sem perda significativa de precisão para estudos de estabilidade de frequência [19].

Nos últimos anos, a crescente preocupação com a redução da inércia sistêmica levou diversos operadores a estabelecer requisitos mínimos de inércia para a operação segura de seus sistemas. Em alguns casos, limites mínimos de inércia equivalente passaram a ser incorporados diretamente aos procedimentos operativos e aos modelos de planejamento da operação. O sistema elétrico da Irlanda, por exemplo, utiliza simultaneamente limites de RoCoF e requisitos mínimos de inércia para garantir a operação segura em cenários com elevada participação de geração não síncrona [20].

A crescente relevância da inércia equivalente evidencia que a inércia deixou de ser apenas uma característica física inerente aos geradores síncronos, passando a ser tratada como um recurso operacional estratégico. Em sistemas com elevada participação de fontes renováveis, a disponibilidade de inércia influencia diretamente os limites de operação, os requisitos de segurança e os custos associados ao despacho de geração.

Nesse contexto, a redução progressiva a inércia equivalente observada nos sistemas elétricos modernos tem motivado uma ampla discussão sobre os impactos operacionais da transição energética. Assim, antes de abordar as alternativas tecnológicas capazes de fornecer suporte inercial, torna-se necessário compreender os desafios impostos pelos chamados sistemas elétricos de baixa inércia, tema tratado na próxima seção.

2.3 Redução da inércia em sistemas elétricos modernos

Esta seção aborda a redução da inércia nos sistemas elétricos modernos, destacando sua relação com a crescente participação de recursos conectados por conversores eletrônicos. Também são analisados os principais impactos operacionais dessa transformação e os desafios associados à operação e ao planejamento de sistemas com baixa inércia.

2.3.1 A transição energética e a redução da inércia

Nas últimas décadas, os sistemas elétricos de potência vêm passando por uma profunda transformação estrutural impulsionada pela necessidade de redução das emissões

de gases de efeito estufa, pelo avanço tecnológico das fontes renováveis de energia e pela crescente busca por matrizes elétricas mais sustentáveis. Esse processo, conhecido como transição energética, tem promovido uma substituição gradual da geração convencional baseada em máquinas síncronas por recursos energéticos renováveis conectados à rede por meio de conversores eletrônicos de potência [17].

A expansão da geração eólica e fotovoltaica, aliada ao crescimento dos sistemas de armazenamento de energia e de outras tecnologias baseadas em eletrônica de potência, modificou significativamente a composição dos sistemas elétricos modernos. Diferentemente dos sistemas convencionais, nos quais a maior parte da geração era composta por máquinas síncronas diretamente acopladas à frequência da rede, os sistemas atuais apresentam uma participação cada vez maior de recursos cuja interface elétrica é realizada por conversores, alterando substancialmente sua resposta dinâmica frente a perturbações [20].

A principal consequência dessa transformação está relacionada à redução da inércia naturalmente disponível no sistema elétrico. Em geradores síncronos convencionais, a energia cinética armazenada nas massas rotativas é automaticamente disponibilizada durante desequilíbrios entre geração e demanda, contribuindo para limitar as variações de frequência. Em contraste, fontes renováveis conectadas por conversores eletrônicos permanecem desacopladas eletromecanicamente da rede, de modo que não fornecem, de forma inerente, a resposta inercial associada às máquinas síncronas, tornando sua contribuição para a estabilidade de frequência limitada ou inexistente sem estratégias adicionais de controle [21].

É importante destacar que a redução da inércia não está associada diretamente às fontes renováveis, mas sim à tecnologia utilizada para sua conexão ao sistema elétrico. Enquanto geradores síncronos – independentemente da fonte primária de energia – participam naturalmente da resposta inercial devido ao acoplamento físico entre rotor físico e rede elétrica, conversores eletrônicos desacoplam eletricamente a fonte geradora da frequência do sistema. Dessa forma, a perda de inércia decorre principalmente da substituição de máquinas síncronas por dispositivos eletronicamente acoplados, e não da natureza renovável da fonte de energia.

Essa distinção possui grande relevância para o entendimento dos desafios enfrentados pelos sistemas elétricos modernos. Em diversos países, o aumento da

participação de recursos baseados em conversores eletrônicos tem sido acompanhado pela redução progressiva da energia cinética agregada disponível, tornando a frequência mais sensível à ocorrência de contingências. Como consequência, fenômenos como elevadas taxas de variação de frequência, redução da frequência nadir e maiores exigências sobre mecanismos de controle passaram a ser observados com maior frequência [19], [22].

Além das alterações na dinâmica de frequência, a elevada penetração de recursos não síncronos também modifica diversos aspectos relacionados ao planejamento e à operação dos sistemas elétricos. Procedimentos operativos, critérios de segurança, esquemas de proteção e requisitos mínimos de estabilidade passam a ser continuamente revisados pelos operadores de sistemas de potência, refletindo a necessidade de adaptação às novas características dinâmicas impostas pela transição energética [20].

Esse cenário tem motivado intensa atividade de pesquisa em todo o mundo, direcionada não apenas à compreensão dos efeitos decorrentes da redução da inércia, mas também ao desenvolvimento de novas tecnologias e estratégias de controle capazes de preservar a estabilidade de frequência em sistemas com elevada participação de recursos renováveis. Antes, porém, de discutir essas soluções, torna-se necessário compreender de forma mais detalhada os impactos operacionais provocados pela redução da inércia sobre a resposta dinâmica dos sistemas elétricos de potência, ocasionado pela evolução da arquitetura dos sistemas elétricos de potência, conforme apresentado na Figura 2.3.

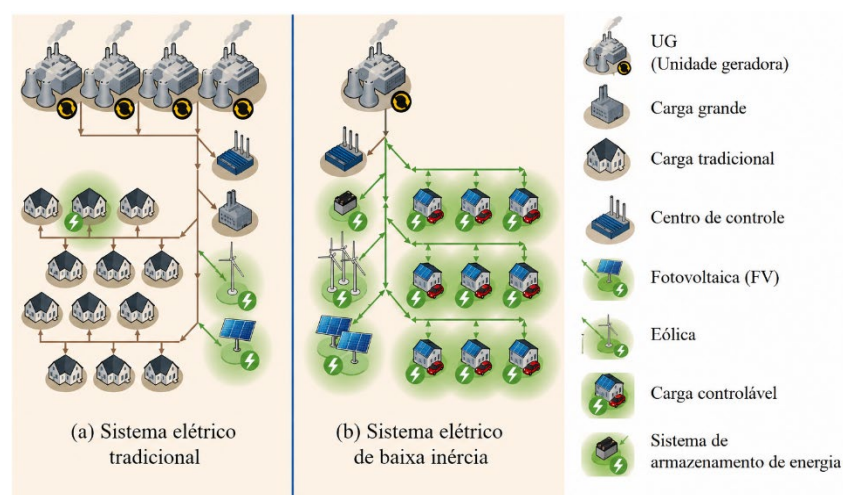


Figura 2.3 – Evolução da arquitetura dos sistemas elétricos de potência, destacando a substituição progressiva da geração síncrona convencional por recursos energéticos conectados por conversores eletrônicos. Fonte: Adaptado de [17].

2.3.2 Impactos operacionais da redução da inércia

A redução da inércia modifica significativamente a resposta dinâmica dos sistemas elétricos de potência após a ocorrência de perturbações. Enquanto sistemas convencionais apresentam uma resposta relativamente lenta devido à elevada energia cinética armazenada nas máquinas síncronas, sistemas com baixa inércia tendem a apresentar variações muito mais rápidas da frequência, reduzindo o tempo disponível para a atuação dos mecanismos convencionais de controle [17], conforme apresentado na Figura 2.4.

Sob condições normais de operação, pequenas variações entre geração e carga são continuamente compensadas pelos sistemas de controle primário e secundário de frequência. Entretanto, quando ocorre uma contingência de grande porte, como a perda repentina de uma unidade geradora ou de uma importante linha de transmissão, a resposta inicial do sistema depende quase exclusivamente da energia cinética armazenada nas massas rotativas. Em sistemas de baixa inércia, essa reserva natural de energia encontra-se reduzida, fazendo com que o desequilíbrio de potência resulte em uma queda mais rápida e acentuada da frequência [10].

A primeira consequência observada é o aumento da taxa de variação da frequência. Conforme discutido na seção 2.2, o RoCoF apresenta relação inversa com a inércia equivalente do sistema, de modo que reduções na energia cinética disponível provocam maiores taxas de desaceleração dos rotores após uma contingência. Valores elevados de RoCoF podem comprometer a atuação de sistemas de proteção, provocar desligamentos indevidos de unidades geradoras e reduzir significativamente a margem de segurança operacional [19], [22].

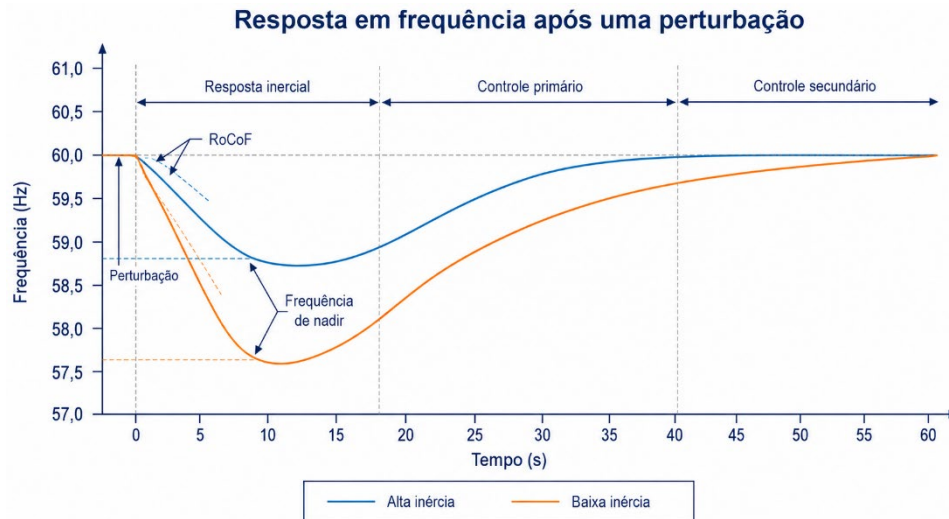


Figura 2.4 – Comparação da resposta em frequência de sistemas elétricos com elevada e reduzida inércia após uma perturbação. Fonte: Autor.

Além do aumento do RoCoF, a redução da inércia também influencia diretamente a frequência nadir. Em sistemas com menor capacidade de armazenamento de energia cinética, a frequência tende a atingir valores mínimos mais baixos, aumentando a probabilidade de atuação de esquemas automáticos de alívio de carga e até mesmo de colapso do sistema em situações mais severas [17].

Outro impacto importante está relacionado à redução do tempo disponível para a atuação dos mecanismos de controle de frequência. Em sistemas convencionais, a elevada inércia proporciona alguns segundos adicionais para que os reguladores de velocidade das máquinas síncronas iniciem sua resposta. Entretanto, em sistemas com baixa inércia, a frequência pode atingir valores críticos antes mesmo que o controle primário consiga fornecer potência adicional suficiente para restabelecer o equilíbrio entre geração e carga. Como consequência, cresce a necessidade de mecanismos de resposta rápida, como recursos baseados em eletrônica de potência, sistemas de armazenamento de energia e estratégias de resposta rápida de frequência (*Fast Frequency Response – FFR*) [18].

A redução da inércia também influencia diretamente os critérios de planejamento e operação dos sistemas elétricos. Estudos recentes demonstram que operadores passaram a monitorar continuamente indicadores como RoCoF, frequência nadir e energia cinética agregada para definir limites seguros de operação, especialmente em cenários caracterizados por elevada participação de geração renovável conectada por conversores eletrônicos [20].

Do ponto de vista operacional, observa-se ainda uma crescente interdependência entre estabilidade de frequência e despacho de geração. Em sistemas com elevada penetração de recursos não síncronos, decisões de despacho baseadas exclusivamente em critérios econômicos podem resultar em níveis insuficientes de inércia, comprometendo a segurança operativa.

Essa mudança de paradigma tem levado operadores e pesquisadores a investigar novas formas de garantir níveis adequados de suporte inercial sem comprometer os benefícios proporcionados pela expansão das fontes renováveis. Nesse contexto, além do desenvolvimento de tecnologias capazes de emular o comportamento das máquinas síncronas, diversos sistemas elétricos vêm incorporando requisitos mínimos de inércia, limites de participação de geração não síncrona e novos serviços ancilares destinados à manutenção da estabilidade de frequência.

2.3.3 Desafios para operação e planejamento

A crescente redução da inércia disponível tem imposto novos desafios ao planejamento e à operação dos sistemas elétricos de potência. Em sistemas tradicionalmente dominados por geradores síncronos, a elevada energia cinética armazenada nas massas rotativas fornecia uma margem natural de segurança frente a perturbações. Entretanto, à medida que a participação de recursos conectados por conversores eletrônicos aumenta, essa margem torna-se progressivamente menor, exigindo a adoção de novos critérios operacionais para garantir a estabilidade da frequência [20].

Uma das principais consequências dessa transformação é a necessidade de incorporar a estabilidade de frequência como elemento central no processo de tomada de decisão operacional. Enquanto anteriormente o despacho de geração era predominantemente orientado por critérios econômicos e de atendimento à demanda, atualmente torna-se indispensável considerar também a disponibilidade de recursos capazes de fornecer suporte à frequência durante os primeiros instantes após uma contingência.

Diversos operadores de sistemas elétricos passaram a revisar seus procedimentos operativos para acomodar cenários com elevada participação de geração renovável. Entre as medidas adotadas destacam-se a definição de limites máximos para a participação de geração não síncrona, a exigência de níveis mínimos de inércia equivalente, a revisão dos critérios

de proteção baseados em RoCoF e a ampliação dos mecanismos de resposta rápida à frequência [20].

A experiência internacional demonstra que esses desafios deixaram de ser uma preocupação apenas acadêmica e passaram a fazer parte da rotina operacional dos operadores de sistema. Na Irlanda, por exemplo, o aumento gradual do limite de participação de geração não síncrona (*System Non-Synchronous Penetration – SNSP*) somente foi possível mediante a implementação de novos requisitos de estabilidade, aperfeiçoamento dos sistemas de controle e monitoramento contínuo dos níveis de inércia disponíveis. Situação semelhante tem sido observada em sistemas como o da Austrália e do Reino Unido, onde eventos de frequência ocorridos nos últimos anos impulsionaram a revisão dos procedimentos operativos e das exigências relacionadas à estabilidade de frequência [17], [20].

A Figura 2.5 sintetiza os principais desafios enfrentados pelos operadores de sistemas elétricos modernos diante da redução progressiva da inércia. Observa-se que a transição energética promove a substituição da geração síncrona por recursos baseados em conversores eletrônicos, reduzindo a inércia do sistema e intensificando os impactos sobre a dinâmica da frequência. Como consequência, tornam-se necessários novos requisitos operacionais, incluindo limites mínimos de inércia, mecanismos de resposta rápida à frequência, monitoramento contínuo de indicadores dinâmicos e o desenvolvimento de novos serviços ancilares. Esse cenário evidencia a necessidade de tecnologias capazes de prover suporte inercial, entre as quais se destaca a inércia virtual, tema abordado na próxima seção.

Outro aspecto relevante refere-se à crescente utilização de indicadores dinâmicos durante a operação em tempo real. Além do monitoramento convencional da carga e da geração, os operadores passaram a acompanhar continuamente grandezas como a taxa de variação da frequência, a frequência de nadir, a energia cinética agregada e as reservas de resposta rápida. O acompanhamento desses indicadores permite uma avaliação mais precisa da capacidade do sistema em suportar contingências severas e auxilia na definição de estratégias operativas voltadas à manutenção da estabilidade de frequência.

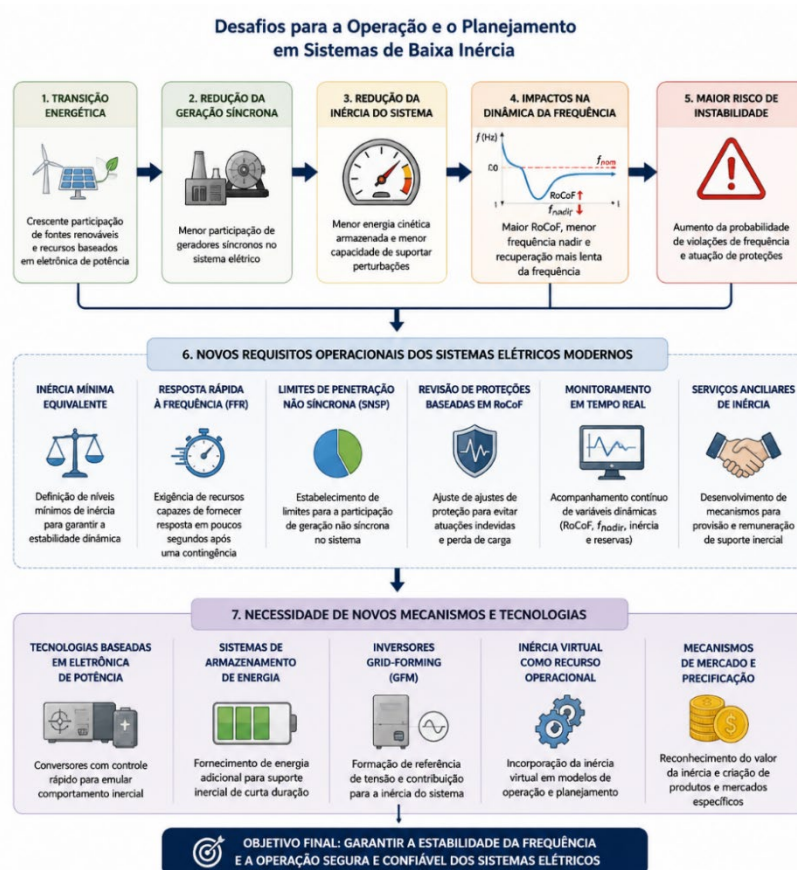


Figura 2.5 – Síntese dos principais desafios operacionais decorrentes da redução da inércia em sistemas elétricos modernos.
Fonte: Adaptado de [17] e [20].

Essas mudanças também repercutem diretamente no planejamento da expansão dos sistemas elétricos. A substituição de geração síncrona por recursos renováveis exige que aspectos relacionados à estabilidade de frequência sejam considerados desde as etapas iniciais de planejamento, incluindo estudos de localização de novos empreendimentos, definição de requisitos técnicos para conexão à rede e dimensionamento de recursos destinados ao suporte inercial.

Do ponto de vista econômico, observa-se uma mudança igualmente significativa. A inércia, anteriormente fornecida de forma inerente pelos geradores síncronos e sem remuneração específica, passa a ser reconhecida como um recurso operacional escasso em determinados cenários. Consequentemente, cresce o interesse pelo desenvolvimento de mecanismos capazes de incentivar sua provisão por meio de tecnologias alternativas, como sistemas de armazenamento de energia, conversores com controle formadores de rede e geradores síncronos virtuais.

Essa evolução evidencia que a manutenção da estabilidade de frequência em sistemas elétricos modernos não depende exclusivamente da expansão da infraestrutura de geração, mas também da capacidade de preservar ou substituir os serviços ancilares historicamente fornecidos pelas máquinas síncronas. Entre esses serviços, o suporte inercial destaca-se como um dos mais relevantes, motivando o desenvolvimento de estratégias capazes de reproduzir artificialmente o comportamento dinâmico das máquinas convencionais.

Diante desse cenário, diversas soluções tecnológicas vêm sendo propostas para suprir a redução da inércia natural dos sistemas elétricos. Entre elas, destaca-se a inércia virtual, implementada por meio de recursos baseados em eletrônica de potência capazes de emular o comportamento inercial das máquinas síncronas e contribuir para a estabilidade de frequência. Os fundamentos dessa tecnologia, suas principais estratégias de implementação e seus desafios são apresentados na próxima seção.

2.4 Provisão de inércia Virtual e Serviços Ancilares em Sistemas Elétricos Modernos

Esta seção apresenta os fundamentos da inércia virtual e as principais estratégias utilizadas para sua implementação em sistemas elétricos modernos. Também são discutidas sua atuação como serviço ancilar, as abordagens de valoração econômica e os desafios associados à sua incorporação aos processos de operação e despacho ótimo.

2.4.1 Conceitos Fundamentais da Inércia Virtual

A necessidade de preservar níveis adequados de estabilidade de frequência em sistemas com elevada penetração de fontes renováveis impulsionou o desenvolvimento de novas estratégias de suporte inercial. Entre essas estratégias, a inércia virtual tem se destacado como uma das abordagens mais promissoras, por possibilitar que recursos conectados por conversores eletrônicos contribuam para a resposta dinâmica do sistema de maneira análoga às máquinas síncronas.

Na literatura, esse conceito também é denominado *virtual inertia*, *synthetic inertia*, *inertia emulation* ou *virtual synchronous inertia*, conforme a estratégia de implementação adotada. De forma geral, a inércia virtual consiste na capacidade de dispositivos conectados à rede por meio de conversores eletrônicos de potência em fornecer uma resposta transitória

de potência ativa proporcional às variações da frequência do sistema, emulando o comportamento dinâmico das máquinas síncronas durante os instantes iniciais que sucedem uma perturbação [3], [22].

Diferentemente da inércia física, que decorre naturalmente da energia cinética armazenada nas massas rotativas dos geradores síncronos, a inércia virtual é obtida por meio de algoritmos de controle implementados nos conversores eletrônicos. Esses algoritmos monitoram continuamente a frequência da rede e sua taxa de variação, comandando a injeção ou absorção temporária de potência ativa por recursos como sistemas de armazenamento de energia, usinas fotovoltaicas, parques eólicos, usinas virtuais (*Virtual Power Plants – VPPs*) e outros recursos energéticos distribuídos capazes de responder rapidamente às solicitações do sistema [23].

Embora ambos os mecanismos tenham como objetivo reduzir a velocidade de variação da frequência após contingências, existem diferenças fundamentais entre a resposta inercial natural e a resposta proporcionada pela inércia virtual. Enquanto a energia fornecida pelas máquinas síncronas provém diretamente da desaceleração de suas massas rotativas, a inércia virtual depende da disponibilidade de uma fonte de energia controlável, como baterias, supercapacitores, reservas de geração renovável (*de-loading*) ou outras formas de armazenamento energético. Dessa forma, sua capacidade de atuação está diretamente relacionada às limitações físicas do recurso utilizado, incluindo potência disponível, estado de carga, restrições operacionais e estratégia de controle adotada [24], [25].

Outro aspecto importante refere-se ao fato de que a inércia virtual não constitui uma característica intrínseca do equipamento, mas sim uma funcionalidade implementada por software nos sistemas de controle dos conversores eletrônicos. Isso permite que seus parâmetros sejam ajustados conforme as necessidades operacionais do sistema elétrico, tornando possível modificar dinamicamente o nível de suporte inercial fornecido por determinado recurso. Essa flexibilidade representa uma das principais vantagens da inércia virtual em relação à inércia convencional, permitindo sua coordenação com outros serviços ancilares, como controle primário de frequência, resposta rápida de frequência e controle automático de geração (*Automatic Generation Control – AGC*) [26], [27].

A literatura recente também evidencia uma mudança de paradigma quanto ao papel da inércia virtual nos sistemas elétricos. Inicialmente concebida como uma estratégia de controle destinada exclusivamente à melhoria da estabilidade de frequência, a inércia virtual

passou gradativamente a ser considerada um recurso operacional capaz de prestar serviços ancilares ao sistema. essa evolução decorre da crescente participação de recursos baseados em conversores eletrônicos, da necessidade de garantir níveis mínimos de segurança dinâmica e do desenvolvimento de mecanismos capazes de remunerar a provisão de suporte inercial por diferentes agentes do sistema elétrico [28], [29].

Sob essa perspectiva, a inércia virtual deixa de ser apenas uma solução tecnológica para mitigação dos efeitos da baixa inércia e passa a integrar o conjunto de serviços operacionais necessários para garantir a segurança e a confiabilidade dos sistemas elétricos modernos. Essa mudança de enfoque tem motivado o desenvolvimento de novas estratégias de coordenação entre recursos energéticos distribuídos, mecanismos de mercado e modelos de otimização capazes de incorporar explicitamente a provisão de inércia nas decisões de despacho e planejamento da operação. Esse tema será aprofundado nas próximas subseções, nas quais são discutidas as principais estratégias de implementação da inércia virtual, sua utilização como serviço ancilar e os mecanismos de remuneração atualmente propostos pela literatura.

2.4.2 Estratégias de Implementação da Inércia Virtual

A implementação da inércia virtual pode ser realizada por diferentes estratégias de controle aplicadas aos conversores eletrônicos de potência. Embora todos tenham como objetivo comum fornecer suporte à estabilidade de frequência, as metodologias diferem quanto ao princípio de funcionamento, à forma de sincronização com a rede, aos requisitos de armazenamento de energia e ao nível de aproximação do comportamento das máquinas síncronas. Ao longo dos últimos anos, a literatura evoluiu de soluções baseadas exclusivamente na resposta à frequência para arquiteturas mais sofisticadas, capazes de reproduzir de forma mais fiel a dinâmica eletromecânica dos geradores convencionais [17], [23].

De maneira geral, essas estratégias podem ser agrupadas em duas grandes categorias. A primeira engloba os métodos de emulação de inércia (*Synthetic Inertia ou Inertia Emulation*), nos quais a potência ativa é injetada em resposta às variações da frequência ou de sua taxa de variação. A segunda compreende os métodos baseados em máquinas síncronas virtuais, nos quais o próprio conversor passa a reproduzir as equações

dinâmicas de uma máquina síncrona, proporcionando uma resposta mais completa durante transitórios de frequência e tensão [22].

A emulação de inércia constitui uma das primeiras estratégias propostas para compensar a redução da inércia física dos sistemas elétricos. Nesse método, o controlador monitora continuamente a frequência da rede e calcula sua taxa de variação. Sempre que ocorre uma perturbação, uma potência adicional é temporariamente injetada ou absorvida pelo recurso energético, sendo essa potência normalmente proporcional ao valor do RoCoF. Dessa forma, procura-se reduzir a velocidade de variação da frequência e elevar o valor da frequência nadir durante os primeiros instantes da contingência [26].

Apesar da simplicidade de implementação, a emulação de inércia apresenta algumas limitações importantes. Como sua atuação depende diretamente da derivada da frequência, erros de medição e ruídos podem provocar respostas inadequadas, exigindo técnicas de filtragem e algoritmos robustos para estimativa de RoCoF. Além disso, essa estratégia normalmente reproduz apenas parte da resposta dinâmica das máquinas síncronas, não contemplando de forma completa os efeitos associados ao amortecimento eletromecânico e à dinâmica do rotor [17].

Com o objetivo de superar essas limitações surgiram os controladores baseados em *Virtual Synchronous Machines* (VSM). Nessa abordagem, o conversor eletrônico passa a resolver internamente as equações que descrevem o comportamento de uma máquina síncrona convencional, simulando virtualmente parâmetros como momento de inércia, amortecimento, a potência mecânica e a velocidade angular. Como consequência, a interação entre o conversor e a rede ocorre de forma semelhante à observada em geradores síncronos reais, proporcionando uma resposta dinâmica mais estável e robusta durante perturbações [17].

Entre as implementações baseadas nesse princípio destaca-se o *Virtual Synchronous Generator* (VSG), atualmente considerado uma das estratégias mais difundidas para aplicações em sistemas elétricos com elevada participação de recursos baseados em conversores. No VSG, o conversor reproduz simultaneamente os efeitos de inércia virtual, amortecimento e controle primário de frequência, permitindo que baterias, usinas fotovoltaicas e outros recursos energéticos atuem de maneira semelhante aos geradores síncronos convencionais. Essa característica torna o VSG particularmente atrativo para

sistemas de baixa inércia, nos quais a estabilidade dinâmica depende cada vez mais da atuação coordenada dos recursos baseados em eletrônica de potência [24], [27].

Outra estratégia amplamente discutida na literatura corresponde aos conversores *Grid-Forming* (GFM). Diferentemente dos conversores *Grid-Following* (GFL), que necessitam sincronizar à tensão existente na rede por meio de um PLL, os conversores *Grid-Forming* são capazes de estabelecer autonomamente a tensão e a frequência do sistema, assumindo um comportamento semelhante ao de uma fonte de tensão ideal. Essa característica faz com que os conversores GFM sejam considerados atualmente uma das tecnologias mais promissoras para sistemas elétricos dominados por recursos baseados em inversores, especialmente em cenários de operação ilhada ou com reduzida presença de máquinas síncronas [27].

Nos últimos anos, diversos trabalhos também têm investigado arquiteturas híbridas capazes de alternar dinamicamente entre os modos *Grid-Following* e *Grid-Forming* conforme as condições operacionais da rede. Essa flexibilidade permite que os recursos energéticos desempenhem simultaneamente funções de geração, suporte inercial, controle de frequência e serviços ancilares, aumentando a eficiência operacional e reduzindo os custos associados à provisão de estabilidade dinâmica [27].

Independentemente da estratégia adotada, todas as técnicas de implementação da inércia virtual compartilham um mesmo princípio fundamental: a utilização da elevada velocidade de resposta dos conversores eletrônicos para fornecer potência ativa durante os primeiros instantes após uma perturbação. Entretanto, a forma como essa potência é calculada, a fonte energética utilizada e a complexidade do algoritmo de controle variam significativamente entre as diferentes arquiteturas, influenciando diretamente o desempenho dinâmico, a robustez e o custo de implementação de cada solução [17], [26].

A evolução dessas estratégias demonstra que a inércia virtual deixou de ser uma simples funcionalidade de controle para tornar-se um recurso multifuncional capaz de contribuir simultaneamente para a estabilidade de frequência, estabilidade de tensão, suporte dinâmico e provisão de serviços ancilares. Essa tendência explica o crescente interesse da literatura em integrar os parâmetros de controle dos conversores aos modelos de despacho ótimo e aos mecanismos de remuneração dos serviços de estabilidade, conforme apresentado na Figura 2.6 e Tabela 2.1, tema que será abordado nas próximas subseções.

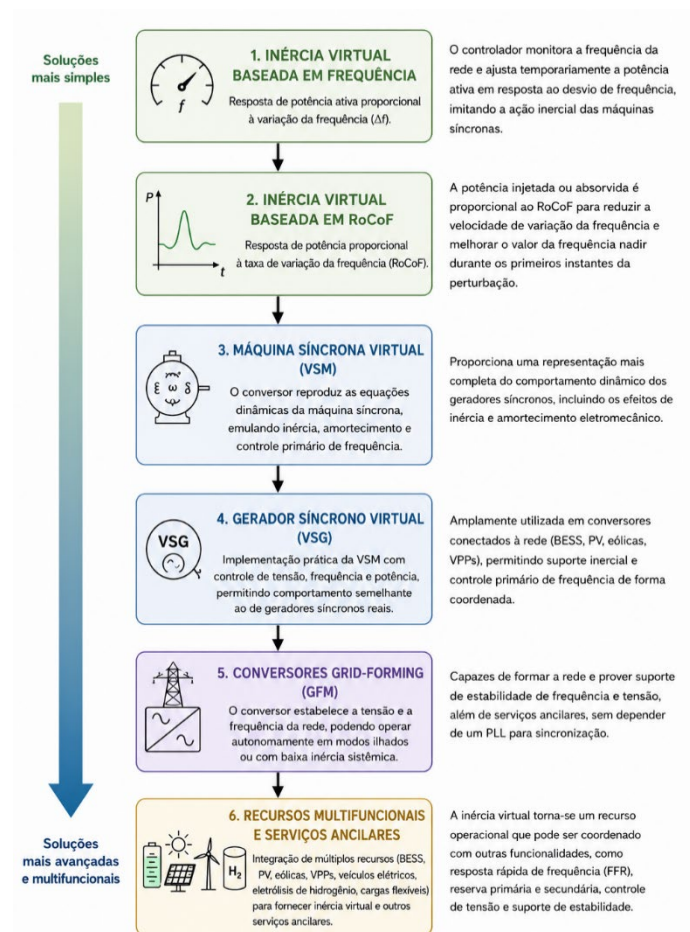


Figura 2.6 – Evolução das principais estratégias de implementação da inércia virtual em sistemas elétricos modernos. Fonte: Elaborado pelo autor, com base em [17], [26] e [27].

Tabela 2.1 – Comparação entre as principais estratégias de implementação da inércia virtual em sistemas elétricos modernos.

Estratégia	Princípio	Vantagens	Limitações	Aplicações
Inércia sintética	Resposta ao RoCoF	Simplicidade	Sensível a ruídos	Eólica, PV
VSM	Emula máquina síncrona	Maior estabilidade	Controle complexo	BESS
VSG	Emula máquina e regulador	Excelente desempenho	Maior processamento	BESS, VPP
GFM	Forma tensão e frequência	Ideal para baixa inércia	Ainda em consolidação	Sistemas ilhados

Fonte: Dados da Pesquisa (2026).

2.4.3 Inércia Virtual como serviço ancilar

A evolução das estratégias de implementação da inércia virtual modificou significativamente o papel desempenhado pelos recursos baseados em conversores eletrônicos nos sistemas elétricos modernos. Inicialmente concebida como uma funcionalidade destinada exclusivamente à melhoria da estabilidade de frequência, a inércia virtual passou gradativamente a ser reconhecida como um serviço ancilar, capaz de contribuir diretamente para a segurança operacional dos sistemas elétricos em cenários de elevada penetração de fontes renováveis. Essa mudança de paradigma decorre da crescente necessidade de substituir os serviços tradicionalmente fornecidos pelos geradores síncronos, cuja participação vem diminuindo em razão da transição energética [28].

Os serviços ancilares correspondem ao conjunto de funções operacionais necessárias para garantir a segurança, a confiabilidade e a qualidade do fornecimento de energia elétrica. Entre esses serviços destacam-se o controle primário e secundário de frequência, o controle de tensão, a reserva operativa, a resposta rápida de frequência, a partida autônoma e, mais recentemente, a provisão de suporte inercial por meio de recursos baseados em eletrônica de potência. Nesse contexto, a inércia virtual passou a integrar o conjunto de mecanismos utilizados para preservar a estabilidade dinâmica da frequência durante os instantes iniciais após contingências severas [30].

Diferentemente da inércia síncrona, fornecida de forma inerente pelas máquinas rotativas, a prestação do serviço de inércia virtual depende da coordenação entre algoritmos de controle, dispositivos eletrônicos de potência e recursos energéticos capazes de fornecer potência ativa em intervalos extremamente reduzidos de tempo. Dessa forma, diferentes tecnologias passaram a ser consideradas potenciais provedoras desse serviço, incluindo sistemas de armazenamento em baterias, parques eólicos, usinas fotovoltaicas, usinas virtuais, veículos elétricos, cargas controláveis e, mais recentemente, eletrolisadores de hidrogênio [24], [27], [31].

Entre essas tecnologias, os sistemas de armazenamento em baterias destacam-se por apresentarem elevada velocidade de resposta e grande flexibilidade operacional. Além da provisão de inércia virtual, esses sistemas podem desempenhar simultaneamente outras funções, como controle automático de frequência, regulação de tensão, compensação de potência reativa e resposta rápida de frequência. Essa multifuncionalidade amplia

significativamente seu valor operacional, permitindo que um mesmo recurso participe de diferentes mecanismos de suporte à rede conforme as necessidades do sistema [7], [23], [26].

A literatura recente também demonstra que recursos originalmente concebidos para outras finalidades podem contribuir para a provisão de serviços de inércia. Sistemas de armazenamento virtual, edifícios inteligentes, cargas flexíveis e veículos elétricos têm sido investigados como alternativas capazes de fornecer suporte temporário à frequência mediante estratégias avançadas de controle e gerenciamento energético. Essas abordagens ampliam significativamente o universo de agentes capazes de participar da prestação de serviços ancilares, reduzindo a dependência exclusiva de geradores convencionais e sistemas dedicados de armazenamento [24].

Embora a provisão de inércia virtual venha sendo reconhecida como um serviço ancilar, observa-se que sua utilização não se limita aos mecanismos tradicionais de contratação desses serviços, conforme mostrado na Figura 2.7. Estudos recentes têm ampliado essa abordagem ao incorporar requisitos mínimos de inércia diretamente aos modelos de despacho e planejamento da operação (Hu et al., 2026; Basnet e Fang, 2026), bem como ao desenvolver estratégias avançadas de controle para maximizar a contribuição inercial de recursos baseados em conversores (Xiao et al., 2026; Sivaprasad et al., 2026).

Essa evolução evidencia que a inércia virtual deixa de ser apenas um serviço contratado e passa a constituir um requisito operacional capaz de influenciar diretamente as decisões de despacho econômico. Em consequência, surgem diferentes abordagens para determinar seu valor econômico, tema discutido na próxima subseção.



Figura 2.7 – Inserção da inércia virtual no contexto dos serviços ancilares de sistemas elétricos modernos. Fonte: Autor.

2.4.4 Abordagens para a valoração econômica da inércia virtual

A consolidação da inércia virtual como recurso operacional tem motivado o desenvolvimento de diferentes abordagens para sua valoração econômica. Diferentemente da energia elétrica, cuja comercialização está associada diretamente à quantidade de potência gerada e consumida, a inércia está relacionada à capacidade do sistema de resistir a variações rápidas de frequência após perturbações. Por esse motivo, sua valoração exige metodologias capazes de relacionar desempenho dinâmico, segurança operacional e custo de operação.

Uma primeira linha de pesquisa trata a inércia virtual como um serviço ancilar a ser contratado por meio de mecanismos específicos de mercado. Nessa abordagem, os agentes capazes de fornecer suporte inercial, como sistemas de armazenamento, parques eólicos, usinas fotovoltaicas e usinas virtuais, ofertam sua capacidade de contribuição ao sistema, sendo remunerados de acordo com regras previamente estabelecidas. Trabalhos como [9], [26] e [28] propõem mecanismos voltados à criação de mercados específicos para inércia, buscando estabelecer sinais econômicos capazes de incentivar sua provisão.

Outra abordagem recorrente na literatura consiste na cootimização entre energia, reserva, resposta primária de frequência e inércia. Nesse caso, a inércia não é necessariamente tratada como um produto isolado, mas como um recurso coordenado com outros serviços necessários à segurança da operação. Essa formulação permite considerar

interações entre diferentes recursos de suporte à frequência, reconhecendo que inércia, resposta rápida e reserva primária podem apresentar relações de complementaridade ou substituição parcial em determinadas condições operacionais [29], [32].

Além das propostas baseadas em mercados explícitos, trabalhos recentes têm investigado a incorporação direta da inércia aos modelos de despacho ótimo (Poolla et al., 2020; Hu et al., 2026; Basnet e Fang, 2026). Nessas formulações, requisitos mínimos de inércia são representados como restrições operacionais do problema de otimização, em conjunto com as restrições clássicas de balanço de potência, limites de geração e capacidade operacional das unidades. Dessa forma, a inércia deixa de ser tratada exclusivamente como um produto comercializável e passa a ser considerada um requisito de viabilidade da operação do sistema.

Essa abordagem apresenta uma vantagem importante: o valor econômico da inércia pode emergir do próprio processo de otimização. Quando a restrição de inércia se torna ativa, ela modifica a solução ótima do despacho, podendo exigir a participação de unidades ou recursos com maior contribuição inercial, mesmo que associados a custos operacionais mais elevados. Assim, o impacto econômico da inércia é refletido no aumento do custo total de operação necessário para satisfazer o requisito mínimo de segurança dinâmica.

Nesse contexto, o preço sombra associado à restrição de inércia pode ser interpretado como uma medida do valor marginal desse recurso. Em termos práticos, esse valor indica quanto o custo ótimo de operação se altera diante de uma variação incremental no requisito mínimo de inércia. Essa interpretação permite relacionar diretamente um requisito técnico de estabilidade de frequência a um sinal econômico obtido a partir da própria solução do problema de despacho.

Essa linha de pesquisa tem ganhado relevância nos últimos anos, sendo explorada em modelos de *Unit Commitment* e fluxo de potência ótimo com restrições de frequência (Poolla et al., 2020; Hu et al., 2026; Basnet e Fang, 2026). Nesses modelos, requisitos de inércia, limites de RoCoF, frequência de nadir e reservas de resposta rápida são incorporados diretamente ao problema de otimização, permitindo que critérios de segurança dinâmica influenciem as decisões de despacho e o pré-despacho das unidades geradoras [33].

A abordagem adotada nesta dissertação está alinhada a essa perspectiva. Em vez de propor um mercado específico para a inércia virtual ou incorporar um custo previamente definido para sua provisão na função objetivo, a inércia é representada como uma restrição

operacional explícita do problema de despacho ótimo. Dessa forma, o modelo determina a configuração de geração de menor custo capaz de atender simultaneamente às restrições elétricas convencionais e ao requisito mínimo de inércia do sistema.

Essa interpretação é particularmente relevante para sistemas elétricos em transição, nos quais a criação de novos produtos de mercado pode exigir mudanças regulatórias complexas. Ao tratar a inércia virtual como requisito operacional, torna-se possível incorporá-la diretamente aos modelos de despacho já existentes, preservando a coerência física do problema e permitindo avaliar seu valor econômico sem a necessidade de definir previamente um mecanismo independente de remuneração.

A literatura apresenta diferentes abordagens para a valoração econômica da inércia virtual. Uma das mais difundidas consiste na criação de mercados explícitos de inércia, nos quais esse recurso é tratado como um serviço ancilar independente, sujeito a mecanismos específicos de contratação, precificação e remuneração (Poolla et al., 2020; Chen et al., 2025). Essa abordagem busca fornecer incentivos econômicos para que recursos capazes de prover suporte inercial disponibilizem esse serviço ao sistema elétrico.

Uma segunda linha de pesquisa propõe a valoração conjunta da energia e dos serviços ancilares, permitindo que a provisão de inércia seja considerada simultaneamente ao despacho energético. Nessa abordagem, modelos de cootimização procuram determinar, de forma integrada, a alocação ótima de energia e dos serviços de suporte à frequência, conciliando critérios econômicos e requisitos de segurança operacional (Poolla et al., 2020; Chen et al., 2025).

Mais recentemente, tem ganhado destaque uma terceira abordagem, na qual os requisitos mínimos de inércia são incorporados diretamente aos modelos de despacho e planejamento da operação como restrições do problema de otimização (Hu et al., 2026; Basnet e Fang, 2026). Nesses modelos, o valor econômico da inércia não é definido por um mecanismo explícito de mercado, mas emerge implicitamente da própria solução do problema de despacho, por meio do impacto da restrição de inércia sobre o custo ótimo de operação.

Portanto, as abordagens de valoração econômica da inércia virtual podem ser compreendidas em três grandes grupos: mercados explícitos de inércia, mecanismos de cootimização entre energia e serviços ancilares e formulações baseadas na incorporação da inércia como restrição operacional. É nesta terceira abordagem que se insere a presente

dissertação, ao propor que o valor da inércia virtual seja obtido implicitamente a partir do preço sombra associado à restrição de inércia no problema de despacho ótimo, conforme ilustrado nas Figuras 2.8 e 2.9.

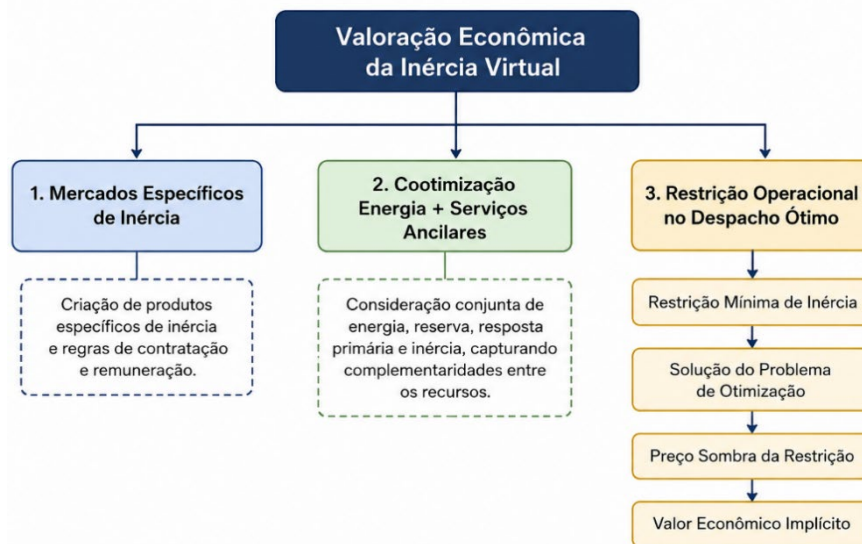


Figura 2.8 – Principais abordagens para a valoração económica da inércia virtual em sistemas elétricos modernos. Fonte: Autor.



Figura 2.9 – Integração entre requisitos de estabilidade de frequência, despacho ótimo e valoração econômica da inércia virtual em sistemas elétricos modernos. Fonte: Autor.

2.4.5 Desafios atuais e perspectivas para a incorporação da inércia virtual ao despacho ótimo

Apesar dos avanços observados no desenvolvimento de estratégias de controle e na provisão de serviços de inércia virtual, sua incorporação efetiva aos processos de planejamento e operação dos sistemas elétricos ainda representa um dos principais desafios da engenharia de sistemas de potência. Embora exista consenso quanto à importância desse recurso para a manutenção da estabilidade de frequência, permanecem questões relacionadas à sua modelagem, coordenação operacional, integração aos modelos de despacho e valoração econômica, evidenciando que a consolidação da inércia virtual depende da convergência entre aspectos físicos, computacionais e regulatórios [17], [26].

Sob a perspectiva da operação dos sistemas elétricos, observa-se que os modelos tradicionais de despacho foram desenvolvidos considerando que a estabilidade dinâmica era assegurada predominantemente pela inércia natural das máquinas síncronas. Nessas formulações, a otimização concentra-se no atendimento da demanda ao menor custo possível, respeitando restrições de geração, transmissão e segurança operacional. Entretanto, à medida que a participação de recursos baseados em conversores eletrônicos aumenta, torna-se necessário incorporar explicitamente requisitos relacionados à estabilidade de frequência ao próprio processo de otimização da operação.

Nesse contexto, modelos de *Inertia-Constrained Unit Commitment (ICUC)* e *Inertia-Constrained Optimal Power Flow (ICOPF)* vêm recebendo crescente atenção na literatura. Nessas formulações, parâmetros como inércia equivalente do sistema, taxa máxima de variação da frequência (RoCoF), frequência nadir e requisitos mínimos de resposta rápida passam a integrar diretamente o conjunto de restrições do problema de despacho. Como consequência, critérios de segurança dinâmica deixam de ser avaliados apenas em análises posteriores e passam a influenciar diretamente as decisões de pré-despacho de unidades geradoras, despacho de potência e utilização de sistemas de armazenamento [27], [29], [33].

Outro desafio importante refere-se à coordenação entre diferentes tecnologias capazes de fornecer suporte inercial. Sistemas de armazenamento em baterias, parques eólicos, usinas fotovoltaicas, usinas virtuais, cargas controláveis e veículos elétricos apresentam características distintas quanto à velocidade de resposta, capacidade energética e estratégias de controle. Dessa forma, a definição de metodologias capazes de coordenar

adequadamente esses recursos, explorando suas complementaridades e limitações operacionais, Figura 2.10, constitui um tema de pesquisa de grande relevância para os sistemas elétricos modernos [24], [25], [34].

Sob o ponto de vista econômico, permanece o desafio de determinar metodologias capazes de quantificar o benefício proporcionado pela inércia virtual ao sistema elétrico. Diferentemente da energia elétrica, cujo valor está diretamente associado à potência produzida, a contribuição da inércia manifesta-se na melhoria do comportamento dinâmico do sistema após perturbações, tornando sua valoração significativamente mais complexa. Essa característica explica a diversidade de abordagens encontradas na literatura, incluindo mercados específicos de inércia, mecanismos de cootimização e modelos baseados na incorporação da inércia como restrição operacional [28].

Entre essas abordagens, destaca-se a tendência de incorporar explicitamente requisitos mínimos de inércia aos modelos de despacho ótimo. Nessa perspectiva, a inércia deixa de ser tratada apenas como um serviço adicional e passa a constituir um requisito de segurança operacional, capaz de influenciar diretamente a solução ótima do problema de otimização. Como consequência, torna-se possível avaliar o impacto econômico da estabilidade de frequência sem a necessidade de estabelecer previamente mecanismos específicos de mercado, permitindo que a própria solução do modelo revele o custo associado ao atendimento dos requisitos mínimos de inércia.

Essa abordagem representa uma mudança importante na forma como a estabilidade de frequência é tratada nos sistemas elétricos modernos. Em vez de verificar posteriormente se determinada programação atende aos requisitos dinâmicos da rede, os critérios de segurança passam a integrar o processo de otimização desde sua formulação. Dessa forma, decisões relacionadas ao despacho de geração, pré-despacho de unidades e utilização de recursos energéticos passam a considerar simultaneamente eficiência econômica e requisitos mínimos de estabilidade dinâmica.

Observa-se, portanto, uma convergência crescente entre as áreas de estabilidade de frequência, otimização da operação e economia dos sistemas elétricos. Essa integração evidencia que a provisão de inércia virtual não deve ser analisada apenas sob a ótica do desenvolvimento de novas estratégias de controle, mas também como um elemento fundamental para a evolução dos modelos de planejamento e operação utilizados pelos operadores dos sistemas elétricos.

A revisão bibliográfica apresentada evidencia que a crescente participação de recursos baseados em conversores eletrônicos tem impulsionado o desenvolvimento de diferentes estratégias para provisão e valoração econômica da inércia virtual. Entre elas, destacam-se as abordagens baseadas em mercados explícitos, mecanismos de cootimização entre energia e serviços ancilares e formulações que incorporam a inércia como restrição operacional em problemas de despacho e planejamento da operação. A comparação dessas abordagens evidencia suas principais características, vantagens e limitações, fornecendo a fundamentação teórica para a metodologia desenvolvida nesta dissertação, apresentada no capítulo seguinte.

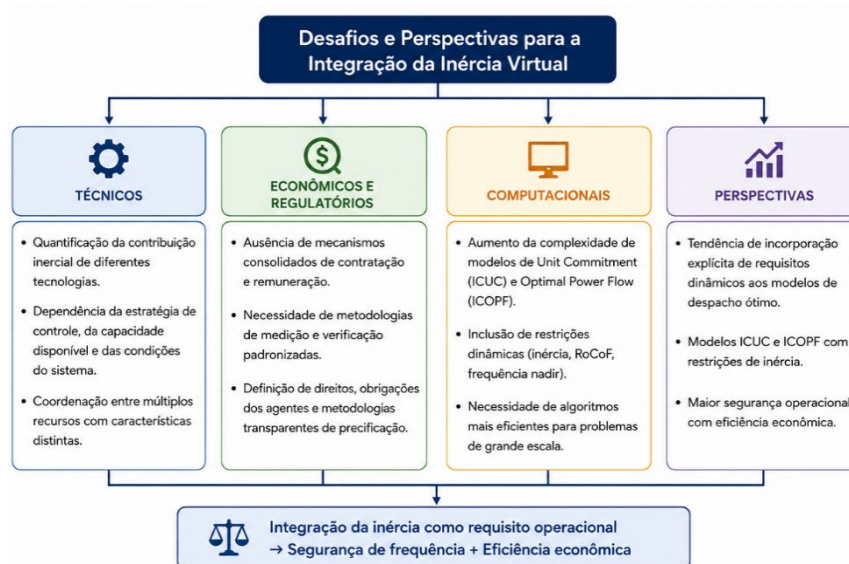


Figura 2.10 – Desafios e perspectivas para a integração da inércia virtual aos processos de operação e planejamento. Fonte: Elaborado pelo autor, com base em [17], [28].

Capítulo 3 - Formulação matemática do problema de despacho ótimo com restrição de inércia virtual

Esta seção apresenta a metodologia adotada para o desenvolvimento do trabalho, incluindo a modelagem do sistema e as premissas consideradas. São descritos os principais procedimentos utilizados para análise e simulação, bem como as ferramentas empregadas. O objetivo é estabelecer uma base consistente para a avaliação dos resultados obtidos.

3.1 Considerações iniciais

O capítulo anterior apresentou os principais conceitos relacionados à estabilidade de frequência, à redução da inércia em sistemas elétricos modernos e às diferentes abordagens propostas na literatura para a provisão e valoração da inércia virtual. Observou-se que, embora mecanismos de mercado e serviços ancilares constituam alternativas relevantes para incentivar a disponibilização desse recurso, estudos recentes têm direcionado esforços para sua incorporação direta aos modelos de otimização utilizados no planejamento e na operação dos sistemas elétricos. Essa abordagem permite considerar explicitamente requisitos mínimos de estabilidade de frequência durante o processo de despacho, conciliando critérios técnicos de segurança com os objetivos econômicos de operação [35].

Nesse contexto, este capítulo apresenta a formulação matemática da metodologia proposta nesta dissertação para incorporar a inércia virtual ao problema de despacho ótimo. A proposta consiste em representar a disponibilidade mínima de inércia como uma restrição operacional do modelo de otimização, de forma que sua influência seja considerada diretamente na determinação do despacho econômico das unidades geradoras. Diferentemente das abordagens fundamentais na criação de mercados específicos para a contratação de inércia, a metodologia desenvolvida busca obter a valoração econômica desse recurso de maneira implícita, a partir do impacto que a restrição exerce sobre a solução ótima do problema.

A formulação adotada baseia-se nos princípios clássicos do despacho econômico de geração, amplamente empregados em problemas de planejamento da operação de sistemas elétricos. Sobre essa estrutura são incorporadas restrições adicionais relacionadas à

estabilidade de frequência, em especial ao requisito mínimo de inércia equivalente do sistema. Dessa forma, a solução obtida passa a refletir simultaneamente os custos associados ao atendimento da demanda elétrica e às exigências mínimas de segurança dinâmica, aproximando o modelo das condições observadas em sistemas elétricos com elevada participação de recursos baseados em eletrônica de potência [35], [36].

O modelo de otimização foi implementado em um script desenvolvido no ambiente MATLAB®, utilizando a *Optimization Toolbox* para a modelagem e resolução do problema de otimização. Essa plataforma permite representar de forma estruturada a função objetivo, as variáveis de decisão e o conjunto de restrições operacionais consideradas. A solução do problema fornece o despacho ótimo das unidades geradoras e, simultaneamente, disponibiliza informações de sensibilidade associadas às restrições ativas, permitindo analisar o impacto econômico decorrente da imposição de requisitos mínimos de inércia.

Uma vez obtida a solução ótima, o preço sombra associado à restrição mínima de inércia é utilizado para determinar o valor marginal desse requisito operacional. Em termos econômicos, esse valor representa a sensibilidade do custo ótimo de operação em relação a pequenas variações no limite mínimo de inércia especificado para o sistema. Assim, a metodologia proposta estabelece uma relação direta entre requisitos de estabilidade de frequência e indicadores econômicos provenientes da própria solução do problema de otimização, sem a necessidade de definir mecanismos específicos de remuneração ou mercados dedicados à contratação de inércia. Essa interpretação está em consonância com a utilização de preços sombra para avaliar o valor marginal de restrições operacionais em problemas clássicos de despacho econômico e otimização de sistemas elétricos [37], [38], [39].

Por fim, este capítulo está organizado de modo a apresentar, inicialmente a formulação matemática do problema de despacho ótimo e das restrições operacionais consideradas. Em seguida, é desenvolvida a modelagem da restrição de inércia virtual e sua incorporação ao problema de otimização. Na sequência, é apresentada a metodologia utilizada para obtenção da valoração implícita da inércia virtual por meio de preço sombra associado à restrição de inércia. Finalmente, são descritos os procedimentos de implementação computacional adotados e as considerações finais do capítulo.

3.2 Formulação do problema de despacho ótimo

A metodologia proposta nesta dissertação fundamenta-se na formulação de um problema de despacho ótimo cujo objetivo consiste em determinar a programação de geração capaz de atender à demanda do sistema elétrico com menor custo operacional possível, respeitando simultaneamente as restrições físicas e operacionais impostas ao sistema. Diferentemente dos modelos clássicos de despacho econômico, nos quais os requisitos relacionados à estabilidade de frequência são frequentemente avaliados em etapas posteriores da operação, a abordagem adotada incorpora explicitamente tais requisitos ao próprio problema de otimização, permitindo que aspectos econômicos e critérios de segurança dinâmica sejam considerados de forma integrada [35], [36].

O modelo desenvolvido utiliza uma representação matemática baseada em programação de otimização, na qual a função objetivo minimiza o custo total de operação do sistema sujeito a um conjunto de restrições que representam o balanço de potência, os limites operacionais das unidades geradoras e os requisitos mínimos de inércia. Dessa forma, a solução obtida corresponde ao despacho economicamente ótimo que simultaneamente satisfaz as condições necessárias para a manutenção da estabilidade de frequência.

Antes da representação das equações que compõem o modelo, torna-se conveniente definir a nomenclatura empregada ao longo deste capítulo. A padronização dos símbolos utilizados facilita a compreensão das expressões matemáticas e evita ambiguidades na interpretação das variáveis, parâmetros e conjuntos considerados na formulação do problema.

3.2.1 Hipóteses e Definições do Modelo

Para a formulação matemática proposta, considera-se um sistema elétrico composto por um conjunto de unidades geradoras despacháveis responsáveis pelo atendimento da demanda total do sistema. Assume-se que todas as informações referentes às características técnicas das unidades, aos limites operacionais e aos parâmetros necessários ao cálculo da inércia equivalente são previamente conhecidas. Adicionalmente, considera-se que a demanda do sistema é determinística para cada intervalo de análise, permitindo que o problema seja formulado como um despacho ótimo estático para um horizonte de operação previamente definido.

Embora a formulação matemática seja apresentada para um horizonte de operação genérico, representado pelo conjunto T , os estudos de caso desenvolvidos nesta dissertação consideram apenas um único intervalo de operação ($T=1$). Essa simplificação foi adotada com o objetivo de concentrar a análise na influência do requisito mínimo de inércia sobre o despacho ótimo e sobre a valoração implícita da inércia virtual, sem considerar variações temporais da demanda, da geração ou das condições operacionais do sistema. A utilização de um horizonte genérico na formulação preserva a possibilidade de extensão da metodologia para problemas multiperíodo em trabalhos futuros.

Sob essas hipóteses, o problema de otimização é representado por uma função objetivo sujeita a um conjunto de restrições operacionais. A formulação contempla inicialmente apenas os elementos necessários para representar o despacho tradicional, sendo posteriormente incorporada a restrição de inércia virtual que constitui a principal contribuição desta dissertação. Essa estratégia permite evidenciar o impacto da inclusão da restrição de estabilidade sobre a solução ótima do problema e, consequentemente sobre a valoração econômica da inércia virtual. As Tabelas a seguir apresentam os conjuntos utilizados na formulação matemática do modelo.

Tabela 3.1 – Conjuntos utilizados na formulação matemática.

Símbolo	Descrição
G	Conjunto das unidades geradoras
T	Conjunto dos intervalos de tempo considerados na otimização (nesta dissertação, $T = 1$)

Fonte: Dados da Pesquisa (2026).

Tabela 3.2 – Índices utilizados na formulação matemática.

Símbolo	Descrição
i	Índice associado às unidades geradoras
t	Índice associado aos intervalos de tempo

Fonte: Dados da Pesquisa (2026).

Tabela 3.3 – Parâmetros do modelo.

Símbolo	Descrição	Unidade
D_t	Demanda do sistema no intervalo t	MW
P_i^{min}	Potência mínima da unidade i	MW
P_i^{max}	Potência máxima da unidade i	MW
H_i	Constante de inércia da unidade i	s
S_i	Potência aparente nominal da unidade i	MVA
H_{min}	Inércia mínima requerida para operação segura.	s
$C_i(\cdot)$	Função de custo da unidade geradora i .	$R\$/h$

Fonte: Dados da Pesquisa (2026).

Tabela 3.4 – Variáveis de decisão.

Símbolo	Descrição	Unidade
$P_{i,t}$	Potência gerada pela unidade i no intervalo t .	MW
H_{sys}	Inércia equivalente do sistema	s

Fonte: Dados da Pesquisa (2026).

3.2.2 Função Objetivo

Uma vez definidos os conjuntos, índices, parâmetros e variáveis utilizados na formulação matemática, passa-se à definição da função objetivo do problema de despacho ótimo. O objetivo consiste em determinar a programação de geração que minimize o custo total de operação do sistema elétrico durante o horizonte de análise, respeitando simultaneamente todas as restrições físicas e operacionais consideradas no modelo.

Na formulação clássica do despacho econômico, o custo total corresponde à soma dos custos individuais de geração das unidades despacháveis. Dessa forma, a solução ótima busca atender integralmente à demanda elétrica com o menor custo possível, preservando a viabilidade operacional do sistema. Essa abordagem constitui a base dos modelos tradicionais de *Economic Dispatch* e *Unit commitment*, amplamente empregados no planejamento da operação de sistemas elétricos [40].

Na metodologia proposta nesta dissertação, essa estrutura clássica é preservada. Entretanto, posteriormente serão incorporadas restrições adicionais relacionadas à disponibilidade mínima de inércia virtual, permitindo que critérios de estabilidade de frequência influenciem diretamente a solução do problema de otimização. Dessa forma, a função objetivo permanece voltada exclusivamente para a minimização do custo operacional, enquanto os requisitos de estabilidade são tratados por meio das restrições do modelo, preservando a interpretação econômica do problema e permitindo a obtenção da valoração implícita da inércia por meio do preço sombra associado à restrição correspondente, conforme ilustrado no fluxograma abaixo, Figura 3.1 [35], [36].

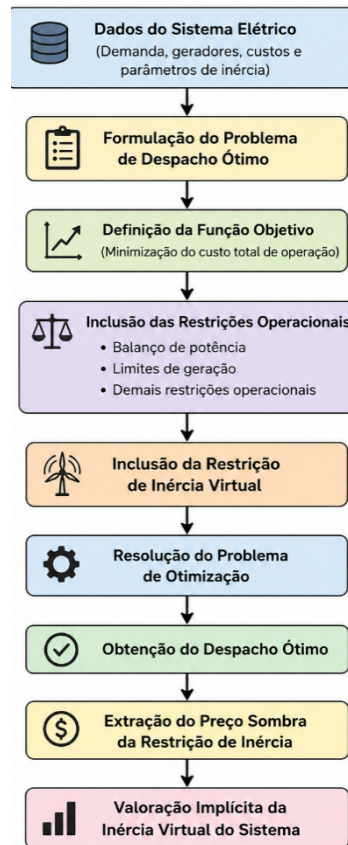


Figura 3.1 – Fluxograma do algoritmo proposto. Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

A função objetivo do problema pode ser expressa por:

$$\min Z = \sum_{t \in T} \sum_{i \in G} C_i(P_{i,t}) \quad (3.1)$$

em que:

- Z representa o custo total de operação do sistema;
- $C_i(P_{i,t})$ corresponde à função de custo da unidade geradora i ;
- $P_{i,t}$ representa a potência gerada pela unidade i no intervalo de tempo t ;
- G corresponde ao conjunto de unidades geradoras;
- T representa o conjunto de intervalos considerados na otimização.

Observa-se que a função objetivo não contempla explicitamente qualquer termo associado à inércia virtual. Essa escolha é intencional e constitui um dos fundamentos da metodologia desenvolvida nesta pesquisa. Em vez de atribuir um custo previamente definido à provisão de inércia, o modelo permite que sua importância econômica seja revelada naturalmente pelo processo de otimização, por meio da influência exercida pela restrição mínima de inércia sobre a solução ótima. Essa característica diferencia a abordagem proposta de modelos baseados em mecanismos explícitos de remuneração, nos quais o valor da inércia é previamente estabelecido como um parâmetro de mercado.

Na próxima subseção são apresentadas as restrições operacionais clássicas do problema de despacho ótimo, que constituem a base sobre a qual será incorporada a restrição de inércia virtual desenvolvida nesta dissertação.

3.2.3 Restrição de balanço de potência

Após a definição da função objetivo, torna-se necessário estabelecer as restrições responsáveis por garantir a viabilidade física da solução obtida. A primeira e mais importante delas corresponde ao balanço de potência, que assegura que a geração total programada seja suficiente para atender integralmente à demanda do sistema em cada intervalo de tempo considerado. Essa restrição representa um dos princípios fundamentais da operação de sistemas elétricos de potência e constitui a base de praticamente todos os modelos de despacho econômico e pré-despacho de unidades encontrados na literatura [40].

Do ponto de vista operacional, o balanço de potência expressa a condição de equilíbrio instantâneo entre geração e consumo. Como os sistemas elétricos operam com reduzida capacidade de armazenamento de energia, qualquer desequilíbrio entre potência

gerada e potência demandada resulta em variações de frequência do sistema. Dessa forma, a satisfação dessa restrição é indispensável para garantir a operação segura da rede e constitui o ponto de partida para incorporação das demais restrições operacionais desenvolvidas nesta dissertação.

Matematicamente, a restrição de balanço de potência é representada por:

$$\sum_{i \in G} P_{i,t} = D_t, \forall t \in T \quad (3.2)$$

Em que:

- $P_{i,t}$ representa a potência gerada pela unidade i no intervalo de tempo t ;
- D_t corresponde à demanda total do sistema no intervalo t ;
- G representa o conjunto de unidades geradoras;
- T corresponde ao conjunto dos intervalos de tempo considerados na otimização;

Essa equação impõe que, para cada período analisado, a soma das potências produzidas por todas as unidades geradoras seja exatamente igual à demanda total do sistema. Caso essa condição não seja satisfeita, a solução torna-se fisicamente inviável, uma vez que não haveria equilíbrio entre geração e consumo.

Além de representar uma condição física indispensável, a restrição de balanço de potência possui grande relevância econômica no contexto dos problemas de otimização. Em modelos clássicos de despacho econômico, o preço sombra associado a essa restrição corresponde ao custo marginal de atendimento da demanda, conceito amplamente empregado na formação dos preços nodais de energia elétrica e na avaliação econômica da operação dos sistemas elétricos [37], [39].

Uma vez garantindo o atendimento da demanda, torna-se necessário assegurar que cada unidade geradora opere dentro de seus limites físicos de capacidade. Dessa forma, a subseção seguinte apresenta as restrições de limites mínimo e máximo de geração consideradas na formulação matemática do modelo.

3.2.4 Limites Operacionais das Unidades Geradoras

Além da restrição de potência, o problema de despacho ótimo deve respeitar os limites físicos de operação de cada unidade geradora. Esses limites decorrem das características técnicas dos equipamentos e estabelecem a faixa admissível de potência ativa que cada gerador pode fornecer ao sistema elétrico. Dessa forma, a programação de geração obtida pelo processo de otimização deve garantir que nenhuma unidade opere acima de sua capacidade máxima ou abaixo de sua potência mínima de operação, preservando a segurança operacional e a integridade dos equipamentos [40].

A consideração desses limites é essencial para assegurar que a solução encontrada pelo modelo seja tecnicamente viável. Embora a função objetivo busque minimizar o custo total de operação, a otimização somente pode selecionar valores de geração compatíveis com as restrições físicas de cada unidade. Assim, mesmo que determinada unidade apresente menor custo de geração, sua participação no despacho permanece limitada por sua capacidade operacional.

Os limites mínimo e máximo de geração são representados matematicamente por:

$$\begin{aligned} P_i^{min} \leq P_{i,t} \leq P_i^{max}, \forall_i \\ \in G, \forall_t \in T \end{aligned} \quad (3.3)$$

Em que:

- $P_{i,t}$ representa a potência gerada pela unidade i no intervalo de tempo t ;
- P_i^{min} corresponde à potência mínima de operação da unidade geradora i ;
- P_i^{max} corresponde à potência máxima de operação da unidade geradora i ;
- G representa o conjunto das unidades geradoras;
- T corresponde ao conjunto dos intervalos de tempo considerados no problema de otimização.

As restrições apresentadas nesta seção, juntamente com o balanço de potência, constituem a base do modelo clássico de despacho econômico. Entretanto, conforme discutido no Capítulo 2, a crescente participação de recursos baseados em conversores eletrônicos tornou-se insuficiente a consideração exclusiva dessas restrições para garantir a segurança dinâmica do sistema elétrico. Em cenários de baixa inércia, torna-se necessário incorporar requisitos adicionais relacionados à estabilidade de frequência, permitindo que a otimização considere não apenas aspectos econômicos, mas também critérios mínimos de segurança operacional.

Nesse contexto, a próxima seção apresenta a modelagem da restrição de inércia virtual, principal contribuição desta dissertação. Nessa etapa, o requisito mínimo de inércia equivalente passa a integrar explicitamente o problema de despacho ótimo como uma restrição operacional, em conjunto com as restrições clássicas de balanço de potência, limites de geração e capacidade operacional das unidades. Dessa forma, a solução obtida passa a atender simultaneamente aos requisitos elétricos convencionais e aos requisitos mínimos de estabilidade de frequência, permitindo que a influência da inércia sobre o custo de operação e seu valor econômico implícito sejam obtidos diretamente a partir da solução do modelo de otimização.

3.3 Modelagem da Restrição de Inércia Virtual

Nos modelos tradicionais de despacho econômico, admite-se implicitamente que a estabilidade de frequência será assegurada pelas características naturais do sistema elétrico, sem que exista qualquer restrição explícita relacionada à disponibilidade mínima de inércia. Entretanto, essa hipótese deixa de ser válida em sistemas com elevada participação de recursos baseados em conversores eletrônicos de potência, nos quais a redução da inércia mecânica torna necessária sua consideração direta durante o processo de otimização.

A formulação dessa restrição exige, inicialmente, a definição da inércia equivalente do sistema elétrico. Essa grandeza representa a contribuição conjunta de todas as unidades sincronizadas à rede e corresponde à média ponderada as constantes de inércia individuais em função de suas respectivas potências nominais. Assim, unidades com maior capacidade instalada exercem maior influência sobre a inércia global do sistema, refletindo de maneira mais significativa sua capacidade de armazenar energia cinética e contribuir para a contenção das variações de frequência após perturbações [40].

Matematicamente, a inércia equivalente do sistema é expressa por:

$$H_{sys} = \frac{\sum_{i \in G} H_i P_{i,t}}{\sum_{i \in G} P_{i,t}} \quad (3.4)$$

Em que:

- H_{sys} corresponde à constante de inércia equivalente do sistema;
- H_i representa a constante de inércia da unidade geradora i , expressa em segundos;
- $P_{i,t}$ representa a potência ativa despachada da unidade geradora i no intervalo de tempo t , expressa em megawatts (MW);
- G representa o conjunto das unidades geradoras consideradas na otimização.

Observa-se que a Equação (3.4) calcula a inércia equivalente do sistema como uma média ponderada das constantes de inércia das unidades geradoras em função de suas potências ativas despachadas. Dessa forma, qualquer alteração na solução do problema de despacho modifica diretamente o valor de H_{sys} , permitindo que a restrição de inércia influencie a programação ótima das unidades geradoras.

A partir da determinação da inércia equivalente, estabelece-se o requisito mínimo de segurança adotado nesta dissertação. Esse requisito impõe que o nível de inércia disponível seja igual ou superior a um valor previamente especificado pelo operador do sistema, garantindo que a operação ocorra dentro de condições adequadas de estabilidade de frequência. Dessa forma, a restrição de inércia é representada por:

$$H_{sys} \geq H_{min}, \forall t \in T \quad (3.5)$$

Em que:

- H_{min} representa o valor mínimo de inércia requerido para operação segura do sistema;
- H_{sys} corresponde à inércia equivalente calculada para o intervalo considerado.

O parâmetro H_{min} representa o requisito mínimo de inércia imposto ao sistema e é definido previamente à resolução do problema de otimização. Nesta dissertação, seu valor não é determinado pelo modelo, sendo adotado como um parâmetro de entrada e variado de forma progressiva nos diferentes cenários analisados. Essa abordagem permite avaliar a sensibilidade do despacho ótimo e do custo de operação frente a diferentes níveis de exigência de inércia. Em aplicações práticas, o valor de H_{min} pode ser estabelecido pelo operador do sistema com base em critérios de segurança da frequência, considerando aspectos como limites admissíveis de taxa de variação da frequência, contingências de referência e estudos dinâmicos do sistema elétrico.

A incorporação dessa desigualdade ao problema de despacho ótimo constitui a principal contribuição metodológica desta dissertação. Diferentemente das abordagens que tratam a inércia virtual como um produto negociado em mercados específicos ou como um termo adicional da função objetivo, o modelo desenvolvido considera a disponibilidade mínima de inércia como uma condição obrigatória para a operação segura do sistema.

Sob essa perspectiva, a restrição de inércia influencia diretamente a solução ótima do problema sempre que se torna ativa. Nessas condições, o modelo pode exigir a permanência em operação de unidades com maior contribuição inercial, ainda que apresentem custos de geração superiores aos de outras alternativas disponíveis. Como consequência, observa-se uma alteração no custo ótimo de operação, cuja magnitude passa a refletir o impacto econômico associado ao atendimento do requisito mínimo de inércia.

Essa característica constitui o fundamento da metodologia proposta nesta pesquisa. Uma vez resolvido o problema de otimização, o preço sombra associado à restrição de inércia passa a representar a sensibilidade do custo ótimo em relação a pequenas variações no requisito mínimo de inércia estabelecido. A interpretação econômica desse parâmetro será desenvolvida na Seção 3.4, na qual será apresentada a metodologia utilizada para obtenção da valoração implícita da inércia virtual.

3.4 Valoração implícita da Inércia Virtual

A incorporação da restrição mínima de inércia ao problema de despacho ótimo permite garantir que a solução obtida atenda simultaneamente aos critérios econômicos e aos requisitos mínimos de estabilidade de frequência. Entretanto, além de modificar a programação ótima das unidades geradoras, essa restrição fornece uma informação adicional de grande interesse para o planejamento e a operação dos sistemas elétricos: a possibilidade de quantificar economicamente o impacto da disponibilidade de inércia sobre o custo de operação do sistema.

Em problemas de otimização, toda restrição pode influenciar o valor da função objetivo. Quando determinada restrição se torna ativa na solução ótima, qualquer alteração em seu limite modifica, ainda que de forma infinitesimal, o valor mínimo da função objetivo. Essa sensibilidade é representada pelo preço sombra associado à restrição, conceito amplamente empregado em problemas de despacho econômico, planejamento da expansão e fluxo de potência ótimo para avaliar o valor marginal de recursos como capacidade de transmissão, reservas operativas e balanço de potência [37], [39].

Na metodologia proposta nesta dissertação, esse mesmo princípio é aplicado à restrição mínima de inércia. Após a resolução do problema de despacho ótimo, o solver fornece o preço sombra associado à restrição de inércia apresentada na Seção 3.3. Essa restrição estabelece que a inércia equivalente do sistema deve permanecer igual ou superior ao valor mínimo especificado para garantir condições adequadas de estabilidade de frequência.

O preço sombra associado a essa restrição representa a sensibilidade do custo ótimo de operação em relação ao requisito mínimo de inércia imposto ao sistema. Em outras palavras, ele indica quanto o custo ótimo de operação tende a variar quando o operador modifica, ainda que de forma infinitesimal, o valor mínimo de inércia exigido para a operação segura da rede.

Como o valor do preço sombra foi obtido por meio da análise de sensibilidade do problema de despacho, sua estimativa foi realizada utilizando a aproximação por diferenças finitas, dada por:

$$\lambda_H = \frac{\partial Z^*}{\partial H_{min}} \quad (3.6)$$

Em que:

- λ_H representa o preço sombra associado à restrição mínima de inércia;
- Z^* corresponde ao valor ótimo da função objetivo após a resolução do problema de despacho;
- H_{min} representa o requisito mínimo de inércia estabelecido para o sistema.

Essa aproximação corresponde ao coeficiente angular entre soluções consecutivas obtidas na análise de sensibilidade, representando a variação do custo ótimo de operação em função de pequenas variações no requisito mínimo de inércia. Dessa forma, o preço sombra é interpretado como uma estimativa do custo marginal associado ao aumento da exigência de inércia do sistema.

É importante destacar que o preço sombra não constitui um parâmetro previamente definido pelo operador do sistema nem um valor arbitrariamente atribuído à inércia virtual. Ao contrário, trata-se de uma informação calculada automaticamente durante a resolução do problema de otimização, refletindo diretamente as condições operacionais do sistema elétrico analisado. Dessa forma, alterações na demanda, na disponibilidade das unidades geradoras, na participação de recursos baseados em conversores ou no próprio requisito mínimo de inércia podem modificar o valor obtido para λ_H .

Essa característica diferencia a metodologia proposta das abordagens baseadas em mecanismos explícitos de mercado. Em mercados específicos de inércia, a remuneração normalmente decorre de regras comerciais, ofertas dos agentes ou mecanismos próprios de formação de preços. Na abordagem desenvolvida nesta dissertação, entretanto, o valor econômico da inércia emerge diretamente da necessidade operacional de satisfazer a restrição de estabilidade, sendo determinado pelo próprio processo de otimização.

Sob essa perspectiva, o preço sombra pode ser interpretado como o valor marginal associado à restrição de inércia, quantificando economicamente o impacto da disponibilidade desse recurso sobre o custo de operação do sistema. Quanto maior o valor de λ_H , maior é o benefício econômico potencial proporcionado por recursos capazes de aumentar a inércia disponível, como geradores síncronos, sistemas de armazenamento de energia e inversores com capacidade de prover inércia virtual.

Consequentemente, a metodologia proposta permite obter a valoração implícita da inércia virtual sem a necessidade de estabelecer previamente mecanismos específicos de remuneração ou mercados dedicados à contratação desse serviço. A própria solução do problema de despacho ótimo fornece o indicador econômico necessário para avaliar a importância da inércia em diferentes cenários operacionais, estabelecendo uma conexão direta entre requisitos de estabilidade de frequência e eficiência econômica da operação.

Os procedimentos computacionais adotados para implementação da metodologia proposta e para obtenção desses indicadores econômicos são apresentados na seção seguinte.

3.5 Formulação Lagrangiana e interpretação do preço sombra

Embora a Seção 3.4 tenha apresentado a interpretação econômica do preço sombra associado à restrição mínima de inércia, torna-se importante explicitar sua fundamentação matemática. Em problemas de otimização restrita, os multiplicadores de Lagrange constituem um mecanismo para quantificar a sensibilidade da função objetivo em relação às restrições impostas ao problema. Dessa forma, além de permitir a obtenção da solução ótima, a formulação lagrangiana fornece informações sobre o impacto marginal de cada restrição ativa no valor ótimo da função objetivo.

Considerando a formulação apresentada nas seções anteriores, o problema de despacho ótimo consiste em minimizar o custo total de operação do sistema, representado pela Equação 3.1, sujeito às restrições de balanço de potência (3.2), limites operacionais das unidades geradoras (3.3) e requisito mínimo de inércia equivalente (3.5). A partir dessas equações, a função Lagrangiana do problema pode ser descrita como:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \sum_{t \in T} \sum_{i \in G} C_i(P_{i,t}) + \sum_{t \in T} \lambda_t \left(D_t - \sum_{i \in G} (P_{i,t}) \right) \\ & + \sum_{t \in T} \sum_{i \in G} \mu_{i,t}^{min} (P_i^{min} - P_{i,t}) + \sum_{t \in T} \sum_{i \in G} \mu_{i,t}^{max} (P_{i,t} - P_i^{max}) \\ & + \sum_{t \in T} \lambda_H (H_{min} - H_{sys}) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Em que λ_t representa o multiplicador associado ao balanço de potência, $\mu_{i,t}^{min}$ e $\mu_{i,t}^{max}$ correspondem aos multiplicadores associados aos limites mínimo e máximo de geração, respectivamente, e λ_H representa o multiplicador associado à restrição mínima de inércia.

Na solução ótima do problema, cada multiplicador de Lagrange expressa a sensibilidade do custo ótimo em relação à restrição correspondente. Em particular, quando a restrição mínima de inércia torna-se ativa, o multiplicador λ_H passa a representar a variação marginal do custo ótimo de operação provocada por pequenas alterações no requisito mínimo de inércia imposto ao sistema. Essa interpretação fundamenta a Equação (3.6).

Do ponto de vista físico, essa relação indica que, quanto maior for o valor de λ_H , maior será impacto econômico decorrente do aumento do requisito mínimo de inércia. Por outro lado, quando a restrição não é vinculante, o multiplicador assume valor nulo, indicando que pequenas alterações em H_{min} não modificam o custo ótimo de operação.

Entretanto, na implementação computacional desenvolvida nesta dissertação, o valor de λ_H não foi obtido por diferenciação analítica da função objetivo. A estimativa do preço sombra foi realizada por meio de uma análise de sensibilidade, resolvendo sucessivamente o problema de despacho para diferentes valores de H_{min} . Nessa situação, a derivada apresentada na Equação (3.6) é aproximada numericamente por diferenças finitas, conforme

$$\lambda_H \approx \frac{\Delta Z^*}{\Delta H_{min}} \quad (3.8)$$

ou, de forma equivalente,

$$\lambda_H \approx \frac{Z^*(H_{min} + \Delta H) - Z^*(H_{min})}{\Delta H} \quad (3.9)$$

em que ΔH representa o incremento aplicado ao requisito mínimo de inércia durante a análise de sensibilidade.

Essa aproximação corresponde ao coeficiente angular da curva que relaciona o custo ótimo de operação ao requisito mínimo de inércia, permitindo estimar numericamente o valor marginal da restrição. A comparação entre os valores obtidos pelo solucionador de

otimização e aqueles estimados por diferenças finitas será apresentada no Capítulo 4, constituindo uma etapa adicional de validação da metodologia proposta.

Assim, a utilização da formulação Lagrangiana fornece a fundamentação teórica para a interpretação do preço sombra, enquanto a aproximação por diferenças finitas estabelece sua implementação prática no ambiente computacional adotado nesta dissertação. Essa combinação permite relacionar diretamente os requisitos de estabilidade de frequência ao custo ótimo de operação, justificando a utilização do preço sombra como indicador da valoração implícita da inércia virtual.

3.6 Procedimento computacional da metodologia proposta

Após a definição da formulação matemática do problema de despacho ótimo e da incorporação da restrição mínima de inércia, torna-se necessário descrever o procedimento computacional utilizado para obtenção da solução ótima e da valoração implícita da inércia virtual. Essa etapa corresponde à implementação prática da metodologia desenvolvida nesta dissertação, estabelecendo a sequência de operações realizadas desde a entrada dos dados do sistema até a obtenção dos indicadores econômicos utilizados nas análises apresentadas no Capítulo 4.

A implementação foi desenvolvida em ambiente MATLAB, plataforma amplamente empregada em pesquisas envolvendo otimização aplicada a sistemas elétricos de potência. O modelo matemático foi estruturado de forma modular, permitindo representar separadamente os dados de entrada, a formulação do problema de despacho, as restrições operacionais e os procedimentos responsáveis pela obtenção das variáveis de interesse. Essa organização facilita futuras modificações no modelo e possibilita sua aplicação a diferentes sistemas elétricos mediante a atualização dos parâmetros de entrada.

Inicialmente, são fornecidos ao modelo os dados necessários à representação do sistema elétrico, incluindo a demanda prevista para o horizonte de análise, os custos de geração, os limites mínimo e máximo de operação das unidades geradoras, suas respectivas constantes de inércia e as potências nominais utilizadas no cálculo da inércia equivalente do sistema. Esses dados constituem a base para a construção da função objetivo e das restrições operacionais apresentadas nas seções anteriores.

Na sequência, é realizada a formulação completa do problema de otimização, composta pela função objetivo de minimização do custo total de operação, pela restrição de

balanço de potência, pelos limites operacionais das unidades geradoras e pela restrição mínima de inércia equivalente proposta nesta dissertação. Uma vez concluída essa etapa, o problema é resolvido por meio do solver de otimização integrado ao ambiente computacional, obtendo-se simultaneamente o despacho ótimo das unidades geradoras e as informações de sensibilidade associadas às restrições ativas do modelo.

Além da programação ótima de geração, a solução do problema fornece o preço sombra associado à restrição mínima de inércia. Conforme discutido na Seção 3.4, esse parâmetro representa a sensibilidade do custo ótimo de operação em relação ao requisito mínimo de inércia estabelecido para o sistema, constituindo a base para a obtenção da valoração implícita da inércia virtual. Dessa forma, o procedimento computacional desenvolvido não se limita à determinação do despacho econômico, permitindo também quantificar economicamente o impacto da disponibilidade de inércia sobre a operação do sistema elétrico.

Por fim, os resultados produzidos pelo modelo são organizados para posterior análise, contemplando a programação ótima das unidades geradoras, o custo total de operação, a inércia equivalente obtida em cada cenário e o correspondente preço sombra associado à restrição de inércia. Esses indicadores serão utilizados no Capítulo 4 para avaliar o comportamento da metodologia proposta sob diferentes condições operacionais, permitindo discutir a influência da restrição de inércia sobre o despacho ótimo e sua respectiva valoração econômica, o fluxograma do sistema desenvolvido pode ser visualizado na Figura 3.2



Figura 3.2 – Fluxograma do procedimento computacional utilizado para obtenção do despacho ótimo e da valoração implícita da inércia virtual. Fonte: Autor.

3.7 Considerações Finais

Neste capítulo foi apresentada a formulação matemática da metodologia proposta para obtenção da valoração implícita da inércia virtual em problemas de despacho ótimo. Inicialmente, foram definidos os conjuntos, parâmetros e variáveis utilizados na modelagem, bem como a função objetivo responsável pela minimização do custo total de operação do sistema elétrico. Em seguida, foram apresentadas as principais restrições operacionais do modelo, compreendendo o balanço de potência, os limites operacionais das unidades

geradoras e a restrição mínima de inércia equivalente incorporada ao problema de otimização.

A inclusão explícita da restrição de inércia representa a principal contribuição metodológica desta dissertação, permitindo que requisitos de estabilidade de frequência sejam considerados diretamente durante o processo de despacho ótimo. Diferentemente das abordagens baseadas em mecanismos específicos de mercado, a metodologia desenvolvida trata a disponibilidade mínima de inércia como uma condição operacional do sistema, possibilitando que sua influência econômica seja determinada a partir da própria solução do problema de otimização.

Na sequência, foi apresentada a fundamentação para obtenção da valoração implícita da inércia virtual por meio do preço sombra associado à restrição de inércia. Demonstrou-se que esse parâmetro representa a sensibilidade do custo ótimo de operação em relação ao requisito mínimo de inércia estabelecido para o sistema, permitindo interpretar economicamente a importância desse recurso sem a necessidade de definir previamente mecanismos específicos de remuneração. Dessa forma, estabelece-se uma conexão direta entre requisitos de estabilidade de frequência e indicadores econômicos de operação, preservando a estrutura clássica dos modelos de despacho ótimo.

Por fim, foi descrito o procedimento computacional adotado para implementação da metodologia proposta, desde a definição dos dados de entrada até a obtenção do despacho ótimo, da inércia equivalente e do correspondente preço sombra associado à restrição de inércia. Essa estrutura estabelece uma metodologia reproduzível e fornece a base necessária para a realização dos estudos de caso.

Em sistemas elétricos modernos, outras tecnologias, como condensadores síncronos, sistemas de armazenamento de energia, recursos baseados em conversores com controle *grid-forming* e demais dispositivos capazes de fornecer inércia virtual, também podem atender a esse requisito sem, necessariamente, alterar o despacho das unidades geradoras. Dessa forma, a abordagem desenvolvida nesta dissertação está restrita ao contexto do despacho ótimo convencional, constituindo uma base para futuras extensões que incorporem diferentes provedores de suporte inercial ao problema de otimização.

No capítulo seguinte, a metodologia desenvolvida será aplicada a diferentes cenários operacionais com o objetivo de avaliar o impacto da restrição mínima de inércia

sobre o despacho ótimo e analisar o comportamento da valoração implícita da inércia virtual em função das condições de operação do sistema elétrico.

Capítulo 4 - Estudos de caso

Esta seção apresenta os resultados obtidos a partir das simulações realizadas, com foco na análise do comportamento dinâmico do sistema. São discutidos os principais impactos observados e sua relação com os parâmetros adotados. A interpretação dos resultados permite avaliar o desempenho das estratégias consideradas.

4.1 Considerações Iniciais

Inicialmente, é apresentado um sistema teste desenvolvido especificamente para esta pesquisa, composto por um conjunto reduzido de unidades geradoras com diferentes custos de operação e constantes de inércia. A utilização desse sistema permite evidenciar, de forma didática, o impacto da inclusão da restrição de inércia sobre a solução do problema de despacho ótimo, facilitando a interpretação dos resultados obtidos.

Em seguida, a metodologia é aplicada a um sistema de referência da literatura, possibilitando verificar a consistência da abordagem proposta em um sistema elétrico padronizado e amplamente utilizado em estudos acadêmicos. A utilização de dois sistemas distintos permite avaliar tanto o comportamento conceitual da metodologia quanto sua aplicabilidade em cenários mais próximos de sistemas reais de potência.

Para ambos os sistemas são considerados diferentes cenários operacionais, variando-se o requisito mínimo de inércia estabelecido para o despacho ótimo. Essa estratégia permite identificar as condições em que a restrição de inércia se torna ativa, bem como analisar sua influência sobre o custo de operação, a composição do despacho das unidades geradoras e o valor marginal associado à disponibilidade de inércia virtual.

Além da programação ótima de geração, são avaliados indicadores relacionados ao custo total de operação, à inércia equivalente obtida em cada cenário e ao preço sombra associado à restrição mínima de inércia. Esses resultados permitirão verificar se a metodologia proposta é capaz de representar adequadamente a influência da estabilidade de frequência sobre o despacho econômico e fornecer um indicador consistente para a valoração implícita da inércia virtual.

Por fim, os resultados obtidos para os diferentes cenários serão comparados entre si, permitindo discutir o comportamento do preço sombra frente às variações do requisito

mínimo de inércia e identificar situações em que a disponibilidade de recursos capazes de fornecer suporte inercial apresenta maior relevância econômica. Dessa forma, busca-se demonstrar a viabilidade da metodologia proposta e evidenciar seu potencial como ferramenta de apoio à operação e ao planejamento de sistemas elétricos com elevada participação de recursos baseados em conversores eletrônicos.

4.2 Descrição dos sistemas analisados

A utilização desses dois sistemas permite avaliar a metodologia sob perspectivas complementares. Enquanto o sistema didático facilita a interpretação dos mecanismos responsáveis pela alteração do despacho e pela formação do preço sombra associado à restrição de inércia, o sistema de referência demonstra que a abordagem proposta pode ser aplicada a modelos mais representativos de sistemas reais.

4.2.1 Sistema didático proposto

Para facilitar a análise da metodologia proposta, foi desenvolvido um sistema didático simplificado composto por cinco unidades geradoras com diferentes características operacionais. Cada unidade geradora é caracterizada por seus limites mínimo e máximo de geração, função de custo quadrática e capacidade máxima de provisão de inércia virtual. Esses parâmetros foram definidos de forma a representar um sistema hipotético, porém coerente com situações operacionais encontradas em sistemas elétricos modernos.

Embora a função objetivo utilizada apresente a forma quadrática clássica empregada em problemas de despacho econômico, os coeficientes adotados nesta dissertação não representam exclusivamente custos de combustível. Para os diferentes recursos considerados, tais coeficientes correspondem a custos operacionais equivalentes, permitindo representar, de forma simplificada, aspectos como custos de operação, perdas, degradação de equipamentos e custos de oportunidade. Essa modelagem possibilita comparar diferentes tecnologias dentro de uma mesma estrutura de otimização, preservando o foco da pesquisa na análise da valoração implícita da inércia virtual. Os dados utilizados no sistema didático são apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Dados do sistema didático utilizado nas simulações.

Unidade	Tipo de recurso	Potência mínima (MW)	Potência Máxima (MW)	Função de custo operacional equivalente	Capacidade máxima de inércia virtual (MW · s)
G1	Gerador síncrono	40	180	$0,004P^2 + 28P + 400$	250
G2	Gerador síncrono	30	160	$0,005P^2 + 34P + 350$	450
G3	BESS	20	140	$0,0065P^2 + 42P + 300$	850
G4	Inversor Grid-Forming	0	120	$0,008P^2 + 50P + 200$	1250
G5	Recurso renovável	0	100	$0,010P^2 + 62P + 150$	1500

Fonte: Dados da Pesquisa (2026).

O sistema foi modelado considerando uma demanda total de 700 MW, valor adotado como cenário base para os estudos apresentados neste capítulo. Além disso, foi considerada uma contribuição fixa de inércia proveniente das máquinas síncronas remanescentes equivalentes a 1200 MW·s, enquanto a parcela adicional de inércia é fornecida pelos recursos capazes de prover inércia virtual.

O sistema proposto foi desenvolvido para permitir a realização de diferentes cenários operacionais, variando-se o requisito mínimo de inércia imposto ao problema de despacho ótimo. Dessa forma, torna-se possível identificar as condições em que a restrição de inércia passa a influenciar a solução ótima, modificando a programação das unidades geradoras e produzindo um preço sombra positivo associado à restrição.

4.2.2 Sistema de referência da literatura

Além do sistema didático, a metodologia proposta é posteriormente avaliada utilizando o sistema teste IEEE de 14 barras, amplamente empregado em estudos relacionados ao despacho ótimo e à operação de sistemas elétricos de potência. A utilização

desse sistema tem como objetivo verificar se o comportamento observado no sistema desenvolvido para esta pesquisa permanece consistente quando aplicado a uma configuração padronizada da literatura.

O sistema IEEE de 14 barras é composto por barras de carga, barras de geração e linhas de transmissão cujos parâmetros elétricos são amplamente documentados na literatura técnica. Nesta dissertação, esse sistema é adaptado para incorporar a restrição mínima de inércia desenvolvida no Capítulo 3, permitindo comparar os resultados obtidos com aqueles observados no sistema didático.

A implementação do sistema IEEE será apresentada após a validação inicial da metodologia no sistema simplificado, possibilitando verificar a escalabilidade da abordagem proposta e sua aplicabilidade em sistemas elétricos de maior complexidade.

4.3 Definição dos cenários de estudo

Com o objetivo de avaliar o comportamento da metodologia proposta sob diferentes condições operacionais, foram definidos cenários de estudo que representam níveis crescentes de exigência de inércia para o sistema elétrico. Em todos os casos, foram mantidas inalteradas as características técnicas das unidades geradoras, variando-se apenas o requisito mínimo de inércia imposto ao problema de despacho ótimo.

A definição de cenários progressivos permite identificar o instante em que a restrição de inércia passa a influenciar a solução ótima, modificando a programação das unidades geradoras e alterando o custo mínimo de operação do sistema. Além disso, essa estratégia possibilita analisar o comportamento do preço sombra associado à restrição de inércia em diferentes condições de operação, evidenciando sua relação com a disponibilidade de recursos capazes de fornecer suporte inercial.

Os cenários considerados nesta pesquisa são apresentados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Cenários considerados nas simulações.

Cenário	Descrição	Objetivo
C1	Sem requisito mínimo de inércia	Determinar o despacho econômico de referência.
C2	Requisito mínimo baixo	Verificar o início da influência da restrição de inércia.
C3	Requisito intermediário	Avaliar alterações no despacho ótimo.
C4	Requisito elevado	Verificar o aumento do custo operacional.
C5	Requisito severo	Analisar a formação do preço sombra em situações críticas.

Fonte: Dados da Pesquisa (2026).

Observa-se que todos os cenários utilizam exatamente o mesmo sistema elétrico apresentado na Seção 4.2. Dessa forma, qualquer alteração observada na solução do problema decorre exclusivamente da variação do requisito mínimo de inércia, permitindo isolar a influência dessa restrição sobre o despacho ótimo e sobre a valoração econômica da inércia virtual.

O primeiro cenário corresponde ao despacho econômico convencional, no qual não existe qualquer exigência relacionada à disponibilidade mínima de inércia. Esse caso será utilizado como referência para comparação com os demais cenários, permitindo avaliar o impacto econômico decorrente da inclusão da restrição proposta nesta dissertação.

Nos cenários subsequentes, o requisito mínimo de inércia é aumentado gradativamente, tornando a restrição progressivamente mais restritiva. Espera-se que, à medida que esse requisito aumenta, o problema de otimização passe a privilegiar unidades geradoras com maior capacidade de fornecer inércia virtual, mesmo quando essas unidades apresentarem custos operacionais superiores. Como consequência, observa-se um aumento

do custo ótimo de operação e o surgimento de um preço sombra positivo associado à restrição de inércia.

4.4 Análise dos cenários obtidos

Esta seção apresenta a análise dos resultados obtidos a partir da aplicação da metodologia proposta ao sistema didático descrito na Seção 4.2. Inicialmente, são discutidas as alterações observadas na composição do despacho ótimo em função do aumento do requisito mínimo de inércia. Em seguida, são analisados os impactos econômicos decorrentes da ativação da restrição de inércia, com ênfase na evolução do custo ótimo de operação e do preço sombra associado à restrição.

4.4.1 Alterações no despacho ótimo

A Tabela 4.3 apresenta o despacho ótimo obtido para cada um dos cenários considerados. Os resultados permitem observar como o aumento do requisito mínimo de inércia modifica progressivamente a distribuição da geração entre as unidades disponíveis.

Tabela 4.3 – Despacho ótimo das unidades geradoras para os cenários analisados.

Unidade	C1 (MW)	C2 (MW)	C3 (MW)	C4 (MW)	C5 (MW)
G1	180	180	180	180	133,33
G2	160	160	160	112,5	30
G3	140	140	73,33	20	116,67
G4	20	20	86,67	120	120
G5	0	0	0	67,50	100

Fonte: Dados da Pesquisa (2026).

Nos cenários C1 e C2, observa-se que o despacho permanece praticamente inalterado. Nessa condição, as unidades G1, G2 e G3 operam próximas de seus limites máximos, enquanto G4 fornece apenas a potência necessária para complementar o atendimento da demanda e G5 permanece fora da solução ótima. Esse comportamento indica que o requisito mínimo de inércia ainda não é suficientemente restritivo para alterar a

programação determinada exclusivamente pelo critério de minimização do custo operacional.

A partir do cenário C3, correspondente ao requisito mínimo de 2.600 MW·s, verifica-se a primeira modificação significativa na composição do despacho. A participação da unidade G4 aumenta consideravelmente, enquanto a geração da unidade G3 é reduzida. Essa alteração evidencia que o modelo passa a privilegiar recursos com maior capacidade de prover inércia virtual, mesmo quando esses apresentam custos operacionais superiores aos das unidades inicialmente despachadas.

Nos cenários C4 e C5, essa tendência torna-se ainda mais evidente. A unidade G4 atinge seu limite máximo de geração e a unidade G5 passa a participar do despacho para atender às exigências impostas pela restrição de inércia. Como consequência, parte da geração anteriormente atribuída às unidades mais econômicas é substituída por recursos com maior contribuição inercial, alterando significativamente a composição da solução ótima.

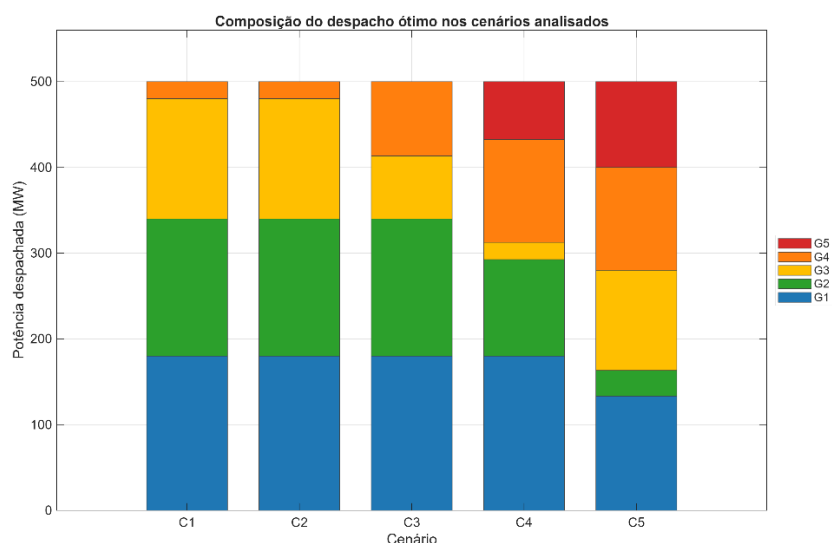


Figura 4.1 – Composição do despacho ótimo das unidades geradoras para os diferentes cenários. Fonte: Dados da Pesquisa (2026).

A Figura 4.1 evidencia que o aumento do requisito mínimo de inércia não altera a demanda total do sistema, mantida constante em todos os cenários, mas modifica a participação relativa de cada unidade geradora na solução ótima. Enquanto os cenários C1 e C2 apresentam praticamente a mesma composição do despacho, os cenários subsequentes evidenciam uma alteração progressiva na participação das unidades capazes de fornecer maior suporte inercial, à medida que o requisito mínimo de inércia é elevado. Como os

estudos de caso desta dissertação consideram um único intervalo de operação ($T = 1$), as diferenças observadas entre os cenários decorrem exclusivamente da variação do requisito mínimo de inércia, não representando uma evolução temporal do despacho.

Esse comportamento confirma que a incorporação da inércia virtual como restrição operacional altera o critério tradicional de despacho econômico. A solução deixa de depender exclusivamente do custo de geração e passa a considerar, simultaneamente, requisitos relacionados à estabilidade de frequência do sistema. Dessa forma, o modelo representa de maneira mais realista as necessidades operacionais de sistemas elétricos com elevada participação de recursos baseados em conversores.

4.4.2 Análise econômica da restrição de inércia

Além das alterações observadas na composição do despacho, a inclusão da restrição mínima de inércia produz impactos diretos sobre o custo ótimo de operação e sobre o valor econômico associado ao atendimento desse requisito operacional. A Tabela 4.4 apresenta os principais resultados econômicos obtidos para cada cenário analisado.

Além do preço sombra fornecido pelo solucionador de otimização, foi calculada uma estimativa independente utilizando a aproximação por diferenças finitas entre cenários consecutivos. Essa estimativa foi obtida a partir da razão entre a variação do custo ótimo de operação e a variação do requisito mínimo de inércia, conforme a Equação (3.8), permitindo validar numericamente os valores dos multiplicadores de Lagrange associados à restrição de inércia. A última coluna da tabela apresenta o erro absoluto entre o preço sombra obtido pelo solucionador e o valor estimado por diferenças finitas.

Tabela 4.4 – Cenários econômicos obtidos para os diferentes cenários analisados.

Cenário	Requisito mínimo de inércia ($MW \cdot s$)	Custo ótimo de operação ($R\\$/h$)	Inércia total ($MW \cdot s$)	Preço sombra ($R\\$/MW \cdot s$)	Restrição ativa	Preço sombra por diferenças finitas	Erro de validação
C1	0	19.148,20	2.023,60	0,0000	Não	0,0000	0,000000
C2	2.000	19.148,20	2.023,60	0,0000	Não	0,0000	0,000000
C3	2.600	19.645,98	2.600,00	2,8112	Sim	2,8112	0,000042
C4	3.200	21.646,24	3.200,00	3,5281	Sim	3,5281	0,000008
C5	3.700	23.632,62	3.700,00	4,8167	Sim	4,8167	0,000043

Fonte: Dados da Pesquisa (2026).

Observa-se que os cenários C1 e C2 apresentam custos praticamente idênticos. Esse comportamento confirma que, nessas condições, o requisito mínimo de inércia não interfere na solução ótima do problema de despacho, permanecendo inativo do ponto de vista econômico. Consequentemente, o sistema consegue atender simultaneamente à demanda e ao requisito mínimo de inércia sem necessidade de modificar a programação das unidades geradoras.

Entretanto, a partir do cenário C3, correspondente ao requisito mínimo de 2.600 $MW \cdot s$, verifica-se um aumento progressivo do custo ótimo de operação. Esse crescimento decorre da necessidade de utilizar unidades com maior capacidade de fornecer inércia virtual, ainda que essas apresentem custos operacionais superiores aos recursos inicialmente selecionados pelo despacho econômico convencional. A Figura 4.2 apresenta a evolução do custo ótimo de operação em função do requisito mínimo de inércia.

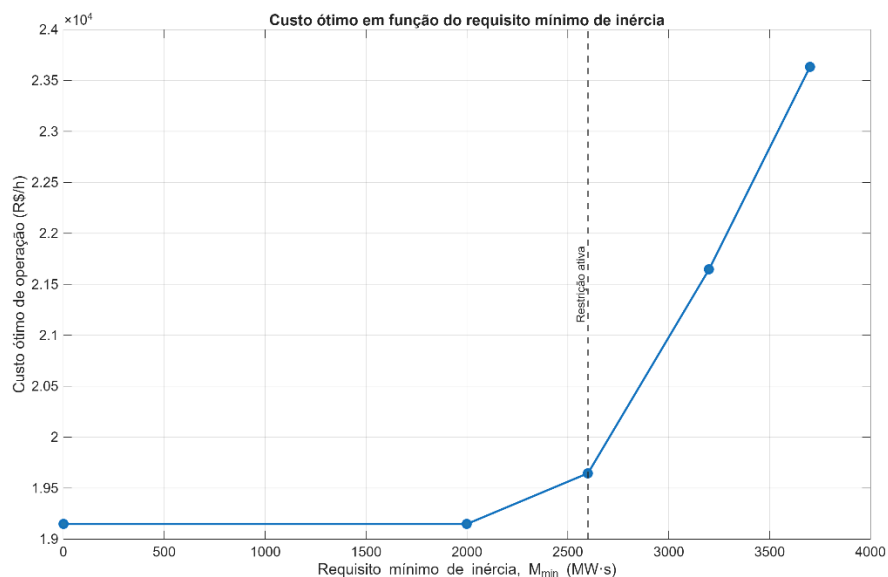


Figura 4.2 – Custo ótimo de operação em função do requisito mínimo de inércia. Fonte: Dados da Pesquisa (2026).

Conforme ilustrado na Figura 4.2, observa-se a existência de duas regiões distintas de operação. Na primeira região, correspondente aos cenários C1 e C2, o custo ótimo permanece praticamente constante, indicando que a restrição de inércia ainda não influencia a solução do problema de otimização. A linha tracejada destaca o ponto correspondente ao requisito mínimo de 2.600 MW·s, a partir do qual a restrição passa a se tornar ativa.

Na segunda região, compreendida pelos cenários C3, C4 e C5, verifica-se um crescimento contínuo do custo ótimo de operação. Esse comportamento demonstra que o aumento do requisito mínimo de inércia impõe restrições adicionais ao problema de despacho, exigindo a substituição gradual de unidades economicamente mais competitivas por recursos capazes de fornecer maior contribuição inercial ao sistema.

Embora o aumento do custo operacional evidencie o impacto econômico da restrição de inércia, ele não fornece, por si só, uma medida do valor marginal associado a esse requisito. Para esse propósito, torna-se necessária a análise do preço sombra obtido para a restrição de inércia. A Figura 4.3 apresenta a evolução do preço sombra associado ao requisito mínimo de inércia para os diferentes cenários considerados.

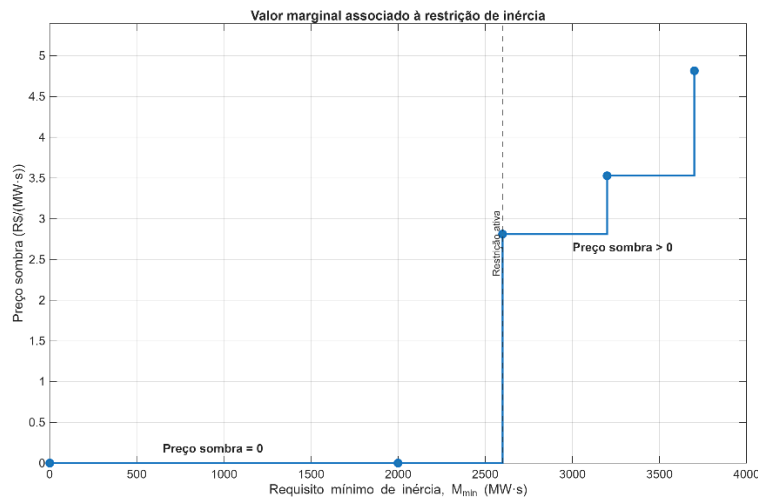


Figura 4.3 – Evolução do preço sombra associado à restrição de inércia em função do requisito mínimo de inércia. Fonte: Dados da Pesquisa (2026).

Observa-se que o preço sombra permanece igual a zero nos cenários C1 e C2, indicando que pequenas variações no requisito mínimo de inércia não provocariam alterações no custo ótimo de operação. Nessa região, a restrição encontra-se inativa, uma vez que a solução economicamente ótima já satisfaz naturalmente o requisito imposto ao sistema.

A partir do cenário C3, entretanto, o preço sombra assume valores positivos e cresce progressivamente à medida que o requisito mínimo de inércia é aumentado. Esse comportamento evidencia que a restrição passa a limitar efetivamente a solução ótima, fazendo com que qualquer incremento adicional no requisito de inércia resulte em aumento do custo mínimo de operação.

Esse resultado constitui a principal evidência da metodologia proposta nesta dissertação. O preço sombra obtido para a restrição de inércia representa o valor marginal associado ao atendimento desse requisito operacional, permitindo estimar de forma implícita o valor econômico da inércia virtual sem a necessidade da criação de um mercado específico para esse serviço. Em outras palavras, o método proposto possibilita quantificar economicamente a contribuição da inércia virtual diretamente a partir da solução do problema de despacho ótimo.

Os resultados obtidos demonstram, portanto, que a incorporação explícita da inércia virtual como restrição operacional permite integrar aspectos econômicos e requisitos de

estabilidade de frequência em uma única formulação de otimização. Além de preservar a segurança operacional do sistema, essa abordagem fornece um mecanismo consistente para a valoração implícita da inércia virtual, alinhando-se ao objetivo central desta dissertação e estabelecendo uma conexão direta entre despacho ótimo, estabilidade dinâmica e análise econômica.

4.5 Validação da metodologia no sistema IEEE de 14 barras

Após a análise realizada no sistema didático, a metodologia proposta foi aplicada ao caso IEEE de 14 barras, disponibilizado no Power Systems Test Case Archive da Universidade de Washington e convertido para o formato MATPOWER. O sistema representa uma aproximação de parte da rede da American Electric Power em 1962 e é composto por 14 barras, cinco registros de unidades geradoras, onze cargas e vinte ramos. Nesta dissertação, o caso foi utilizado para avaliar o comportamento da metodologia em uma rede com topologia e balanços nodais explicitamente representados. Esse sistema representa uma rede de transmissão composta por quatorze barras, cinco unidades geradoras, onze cargas e vinte linhas de transmissão, sendo amplamente utilizado como referência para validação de algoritmos de despacho ótimo, fluxo de potência e problemas de otimização em sistemas elétricos.

Diferentemente do estudo realizado no sistema simplificado, cujo objetivo foi evidenciar de forma didática o comportamento da metodologia proposta, nesta etapa buscou-se verificar sua aplicabilidade em uma rede elétrica representativa, preservando toda a modelagem original do sistema. Assim, foram mantidas todas as características elétricas do caso IEEE de 14 barras, incluindo topologia da rede, limites de geração, limites de transmissão, balanço nodal e funções de custo dos geradores. A única modificação introduzida consistiu na inclusão da restrição mínima de inércia proposta nesta dissertação, permitindo avaliar exclusivamente os impactos dessa nova restrição sobre a solução do problema de despacho ótimo.

Para a validação da metodologia foi empregado o Fluxo Ótimo de Potência em Corrente Contínua (*DC Optimal Power Flow – DC-OPF*), implementado no ambiente MATPOWER. A escolha desse modelo fundamenta-se no fato de que o objetivo desta pesquisa está relacionado à análise do despacho de potência ativa, do custo ótimo de operação e da valoração econômica da restrição de inércia, não sendo necessária a

representação detalhada das magnitudes de tensão, dos fluxos de potência reativa e das perdas elétricas. Além de reduzir significativamente a complexidade computacional, o DC-OPF constitui uma abordagem amplamente consolidada na literatura para estudos de despacho econômico e análise de preços marginais, tornando-se plenamente adequado para validar a metodologia proposta.

A implementação computacional foi realizada utilizando o solucionador de Fluxo Ótimo de Potência em Corrente Contínua (DC-OPF) disponibilizado pelo MATPOWER. A restrição de inércia equivalente, definida pela Equação (3.5), foi adicionada ao conjunto de restrições do problema de otimização, passando a ser tratada juntamente com as restrições clássicas de balanço de potência e limites operacionais das unidades geradoras. Dessa forma, preserva-se a estrutura matemática do modelo original, sendo necessária apenas a inclusão dessa nova restrição para representar o requisito mínimo de inércia.

Para representar a contribuição inercial das unidades geradoras, foi atribuído a cada gerador um coeficiente de contribuição inercial, utilizado exclusivamente para composição da restrição agregada de inércia do sistema. Esses coeficientes não alteram as funções de custo nem os limites operacionais das unidades geradoras, sendo empregados apenas para quantificar a capacidade relativa de cada unidade em contribuir para o atendimento do requisito mínimo de inércia estabelecido pelo operador do sistema. Os parâmetros adotados são apresentados na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Dados dos geradores utilizados na validação do sistema IEEE de 14 barras.

Gerador	Barra	Potência Mínima (MW)	Potência Máxima (MW)	Coefficiente de contribuição inercial (s)
G1	1	0	332,4	1
G2	2	0	140,0	2
G3	3	0	100,0	5
G4	6	0	100,0	7
G5	8	0	100,0	9

Fonte: Dados da Pesquisa (2026).

Inicialmente foi resolvido o despacho econômico convencional, sem qualquer requisito adicional de inércia, obtendo-se a inércia naturalmente fornecida pelo sistema. Em seguida, foi determinada a inércia máxima factível respeitando todas as restrições

operacionais do problema de otimização. A partir desses dois limites foram definidos cinco cenários de estudo distribuídos ao longo da faixa operacional do sistema, abrangendo desde a inexistência de requisito mínimo adicional até uma condição severa próxima ao limite máximo de inércia admissível. Os cenários considerados são apresentados na Tabela 4.6.

Tabela 4.6 – Cenários de validação considerados para o sistema IEEE de 14 barras.

Cenário	Descrição	Requisito mínimo de inércia ($MW \cdot s$)
I1	Sem requisito mínimo adicional de inércia	0
I2	Requisito inferior à inércia do despacho econômico	280
I3	Requisito intermediário de inércia	700
I4	Requisito elevado de inércia	1.180
I5	Requisito severo próximo ao limite factível	1.650

Fonte: Dados da Pesquisa (2026).

A definição automática dos cenários garante que todas as soluções permaneçam factíveis durante o processo de otimização, permitindo avaliar de forma consistente a influência do aumento progressivo do requisito mínimo de inércia sobre o despacho ótimo, sobre o custo operacional e sobre o valor marginal associado à restrição de inércia.

Observa-se que os dois primeiros cenários representam situações nas quais a inércia naturalmente fornecida pelo despacho econômico já é suficiente para atender ao requisito mínimo estabelecido. Nessas condições, espera-se que a restrição permaneça inativa, não produzindo alterações significativas na alocação da geração nem no custo ótimo de operação.

Nos cenários seguintes, o requisito mínimo de inércia passa a superar a contribuição naturalmente fornecida pelo despacho econômico, tornando a restrição efetivamente ativa. Como consequência, o processo de otimização passa a privilegiar unidades geradoras capazes de fornecer maior contribuição inercial, ainda que essas unidades apresentem custos

marginais superiores. Essa redistribuição da geração tende a provocar um aumento gradual do custo ótimo de operação, bem como o surgimento de um preço sombra positivo associado à restrição de inércia, refletindo o custo marginal necessário para elevar o requisito mínimo de inércia do sistema.

Por fim, visando verificar a consistência numérica da metodologia proposta, o preço sombra obtido diretamente pelo solucionador foi comparado à estimativa obtida por meio da técnica de diferenças finitas, apresentada na Tabela 4.8. Essa comparação permite confirmar que o multiplicador associado à restrição de inércia representa adequadamente a sensibilidade do custo ótimo em relação ao aumento do requisito mínimo de inércia, fornecendo uma validação adicional para a interpretação econômica proposta nesta dissertação.

4.5.1 Análise do despacho ótimo no sistema de 14 barras

A Tabela 4.7 apresenta o despacho ótimo obtido para os cinco geradores do sistema IEEE de 14 barras em cada um dos cenários considerados. Os resultados permitem avaliar a influência da restrição mínima de inércia sobre a distribuição da geração e verificar se o comportamento observado no sistema didático permanece válido em uma rede elétrica de maior porte e com representação completa da topologia.

Tabela 4.7 – Despacho ótimo das unidades geradoras para os cenários analisados (Sistema IEEE de 14 barras).

Gerador	I1 (MW)	I2 (MW)	I3 (MW)	I4 (MW)	I5 (MW)
G1 (Barra 1)	220,97	220,97	190,94	118,97	48,60
G2 (Barra 2)	38,03	38,03	35,03	23,84	14,28
G3 (Barra 3)	0	0	0	0	0
G4 (Barra 6)	0	0	33,03	16,19	96,12
G5 (Barra 8)	0	0	0	100	100

Fonte: Dados da Pesquisa (2026).

Inicialmente observa-se que, nos cenários I1 e I2, praticamente não ocorrem alterações na programação das unidades geradoras. Nesses casos, a inércia naturalmente

fornecida pelo despacho econômico é suficiente para atender ao requisito mínimo estabelecido, fazendo com que a restrição de inércia permaneça inativa. Como consequência, a solução ótima continua sendo determinada exclusivamente pelos custos de geração e pelas restrições operacionais originais do problema de despacho.

A partir do cenário I3, entretanto, verifica-se que o aumento do requisito mínimo de inércia passa a influenciar diretamente a solução ótima. Algumas unidades reduzem sua participação na geração, enquanto outras passam a operar com maior carregamento em razão de sua maior capacidade de contribuição para a inércia agregada do sistema. Esse comportamento confirma que a nova restrição passa a atuar efetivamente sobre o processo de otimização, modificando a composição do despacho para atender simultaneamente aos requisitos econômicos e de estabilidade de frequência.

Nos cenários I4 e I5, essa redistribuição torna-se ainda mais evidente. À medida que o requisito mínimo de inércia se aproxima do limite máximo factível do sistema, observa-se um aumento progressivo da participação das unidades com maior coeficiente de contribuição inercial, enquanto unidades menos favoráveis sob esse aspecto reduzem sua geração. Embora essa redistribuição implique aumento do custo operacional, ela permite que o sistema satisfaça os requisitos mínimos de inércia estabelecidos sem violar as demais restrições do problema de otimização.

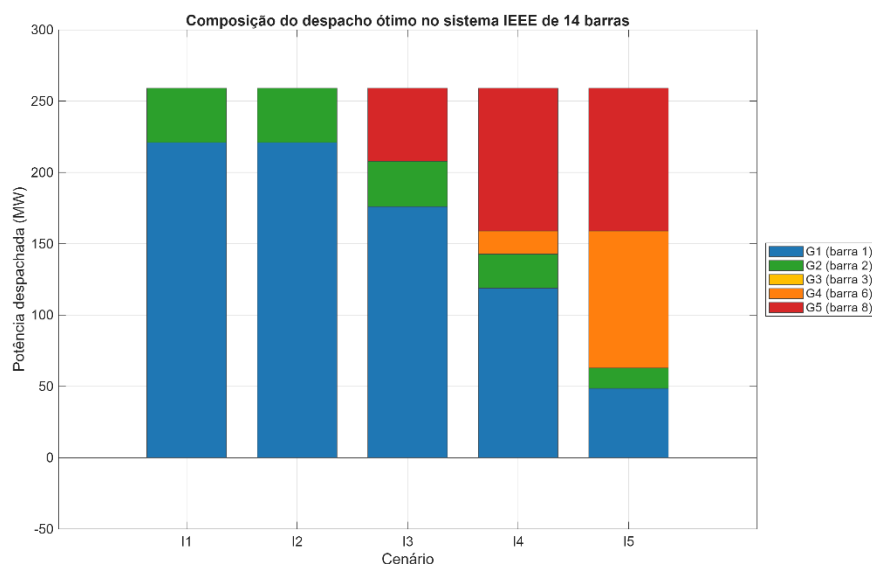


Figura 4.4 – Composição do despacho ótimo das unidades geradoras para os diferentes cenários do sistema IEEE de 14 barras. Fonte: Dados da Pesquisa (2026).

A análise da Figura 4.4 confirma visualmente as alterações observadas na Tabela 4.7. Nos cenários I1 e I2, a composição do despacho permanece praticamente constante, evidenciando que a restrição de inércia não exerce influência significativa sobre a solução ótima. Entretanto, a partir do cenário I3, observa-se uma mudança gradual na participação relativa das unidades geradoras, indicando que o algoritmo passa a privilegiar recursos capazes de fornecer maior contribuição inercial ao sistema.

Essa mudança de comportamento ocorre de maneira semelhante ao observado no sistema didático analisado anteriormente, demonstrando que a metodologia proposta apresenta consistência mesmo quando aplicada a um sistema elétrico amplamente utilizado como referência na literatura. Embora a configuração da rede, os limites operacionais e os custos de geração sejam significativamente mais complexos do que aqueles considerados no sistema simplificado, a inclusão da restrição de inércia produz efeitos equivalentes sobre o despacho ótimo.

Esse resultado constitui uma das principais evidências da metodologia proposta nesta dissertação. O preço sombra obtido para a restrição representa o valor marginal do requisito agregado de inércia, indicando o aumento esperado no custo ótimo de operação decorrente de um incremento nesse requisito. Dessa forma, esse indicador pode ser utilizado como referência para a valoração de recursos capazes de fornecer inércia virtual. Ressalta-se, entretanto, que o preço sombra não representa diretamente uma remuneração específica para cada recurso, mas um sinal econômico marginal associado ao atendimento da restrição agregada de inércia do sistema.

Por fim, observa-se que a alteração do despacho ocorre de forma gradual e contínua à medida que o requisito mínimo de inércia aumenta. Essa característica demonstra que a metodologia permite incorporar critérios de estabilidade de frequência diretamente ao processo de despacho econômico, promovendo uma solução de compromisso entre minimização dos custos de operação e atendimento aos requisitos dinâmicos do sistema elétrico.

4.5.2 Análise econômica e valoração implícita da inércia virtual no sistema IEEE de 14 barras

Além das alterações observadas na composição do despacho ótimo, a incorporação da restrição mínima de inércia produz impactos diretos sobre o custo ótimo de operação e sobre o valor econômico associado ao atendimento desse requisito operacional. A Tabela 4.8 apresenta os principais indicadores obtidos para os cinco cenários analisados, incluindo o custo ótimo de operação, a inércia total fornecida pelo sistema, o preço sombra associado à restrição de inércia, a validação por diferenças finitas e a condição de ativação da restrição.

Tabela 4.8 – Resultados econômicos obtidos para os cenários utilizados.

Cenário	Requisito mínimo de inércia (MW·s)	Custo ótimo de operação	Inércia total (MW·s)	Preço sombra (R\$/MW·s)	Restrição ativa	Preço sombra (Diferença Finita)	Erro de validação	Convergência
I1	0	8.081,53	297,03	0	Não	0	0,000000004	Sim
I2	280	8.081,53	297,03	0	Não	0	0,000000002	Sim
I3	700	8.460,66	700,00	0,9250	Sim	0,9250	0,0000005264	Sim
I4	1.180	9.177,14	1.180,00	2,1648	Sim	2,1648	0,0000015939	Sim
I5	1.650	10.355,17	1.650,00	2,8514	Sim	2,8514	0,0000022393	Sim

Fonte: Dados da Pesquisa (2026).

Inicialmente observa-se que os cenários I1 e I2 apresentam exatamente o mesmo custo ótimo de operação, bem como preço sombra igual a zero. Esse comportamento

confirma que a inércia naturalmente fornecida pelo despacho econômico é suficiente para atender aos requisitos mínimos estabelecidos nesses cenários, fazendo com que a nova restrição permaneça inativa. Nessas condições, pequenas variações no requisito mínimo de inércia não provocam alterações na solução ótima, uma vez que ainda existe margem suficiente para atender ao requisito sem necessidade de modificar a programação das unidades geradoras.

A partir do cenário I3, entretanto, verifica-se que a restrição de inércia passa a atuar diretamente sobre o problema de otimização. Como consequência, o custo ótimo de operação aumenta progressivamente à medida que o requisito mínimo de inércia é elevado. Esse comportamento decorre da necessidade de substituir parte da geração originalmente alocada às unidades de menor custo por geradores capazes de fornecer maior contribuição inercial ao sistema.

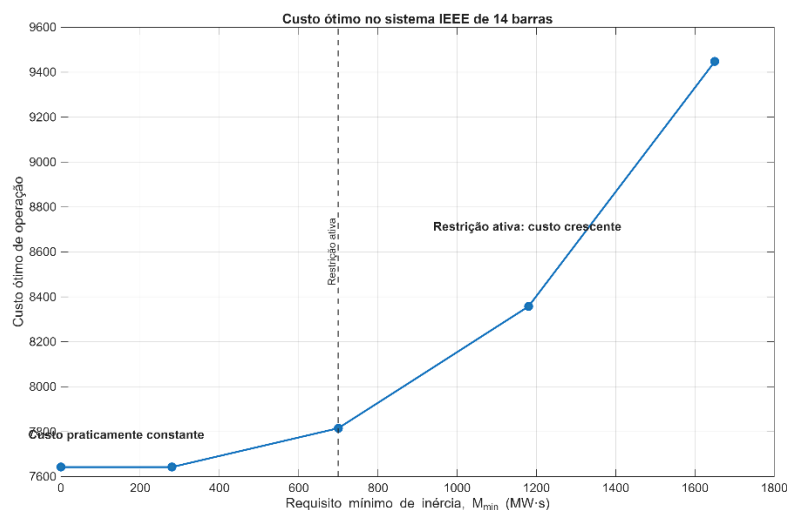


Figura 4.5 – Evolução do custo ótimo de operação em função do requisito mínimo de inércia para o sistema IEEE de 14 barras.
Fonte: Dados da Pesquisa (2026).

Conforme ilustrado na Figura 4.5, podem ser identificadas duas regiões distintas de operação. Na primeira região, correspondente aos cenários I1 e I2, o custo permanece praticamente constante, indicando que a restrição de inércia ainda não influencia a solução do despacho ótimo. A partir do cenário I3, representado pela linha vertical que indica a ativação da restrição, observa-se um crescimento contínuo do custo de operação, refletindo a necessidade de redistribuir a geração entre as unidades para atender simultaneamente aos requisitos econômicos e ao requisito mínimo de inércia.

Embora o aumento do custo operacional demonstre claramente o impacto econômico provocado pela nova restrição, ele não fornece diretamente uma medida do valor econômico associado à inércia virtual. Para esse propósito, torna-se necessária a análise do preço sombra obtido para a restrição de inércia.

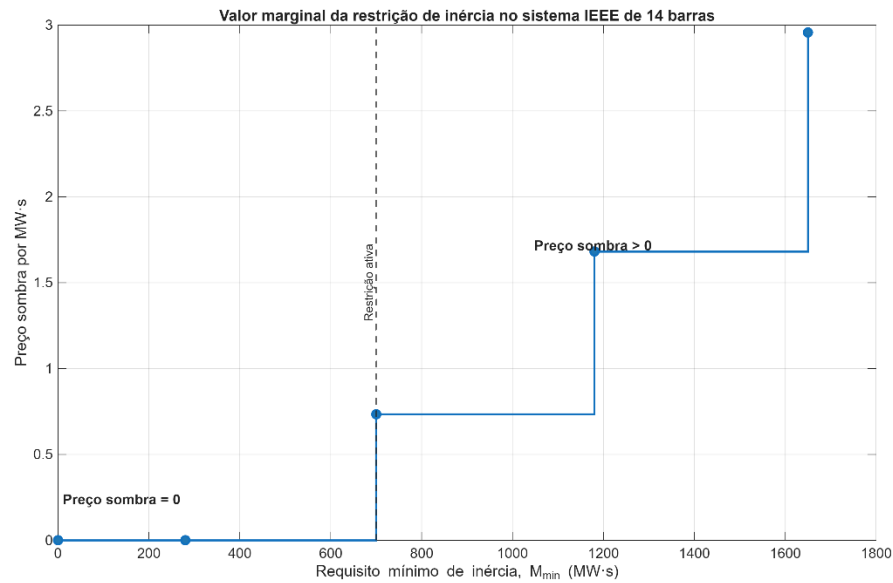


Figura 4.6 – Evolução do preço sombra associado à restrição de inércia em função do requisito mínimo de inércia para o sistema de 14 barras. Fonte: Dados da Pesquisa (2026).

Observa-se que o preço sombra permanece nulo nos cenários I1 e I2, confirmando que a restrição de inércia permanece inativa nessa faixa de operação. Nessa condição, aumentos marginais no requisito mínimo de inércia não produzem qualquer impacto sobre o custo ótimo de operação, uma vez que o sistema já atende naturalmente ao requisito estabelecido.

Entretanto, a partir do cenário I3, o preço sombra torna-se positivo e cresce progressivamente à medida que o requisito mínimo de inércia aumenta. Esse comportamento evidencia que a restrição passa a limitar efetivamente a solução ótima do problema de despacho. Consequentemente, qualquer incremento adicional no requisito mínimo de inércia exige uma redistribuição da geração entre as unidades disponíveis, provocando aumento do custo mínimo de operação.

Outro aspecto importante evidenciado na Tabela 4.8 refere-se à validação numérica do preço sombra. Observa-se que os valores obtidos diretamente pelo solucionador

apresentam excelente concordância com aqueles calculados por meio da técnica de diferenças finitas, sendo os erros observados da ordem de 10^{-5} . Essa proximidade confirma a consistência matemática da formulação proposta e reforça a interpretação do preço sombra como medida da sensibilidade do custo ótimo em relação ao aumento do requisito mínimo de inércia.

Comparando-se os resultados obtidos no sistema IEEE de 14 barras com aqueles apresentados anteriormente para o sistema didático, verifica-se que ambos apresentam o mesmo comportamento qualitativo. Em ambos os casos, a restrição de inércia permanece inativa enquanto o sistema dispõe naturalmente de suporte inercial suficiente e passa a influenciar diretamente o despacho ótimo somente quando o requisito mínimo ultrapassa esse limite. Da mesma forma, o preço sombra assume valores positivos apenas após a ativação da restrição, aumentando progressivamente conforme o requisito de inércia se torna mais severo.

Essa consistência entre os dois estudos de caso constitui uma importante evidência da robustez da metodologia proposta. A obtenção do mesmo comportamento em um sistema simplificado e em um sistema clássico da literatura demonstra que a valoração implícita da inércia virtual por meio do preço sombra da restrição de inércia independe das características particulares da rede analisada, estando diretamente associada à formulação matemática do problema de despacho ótimo.

Por fim, os resultados obtidos fornecem evidências favoráveis à hipótese central desta dissertação. A incorporação explícita da restrição agregada de inércia ao problema de despacho ótimo permite considerar, durante o processo de otimização, um requisito operacional associado à estabilidade de frequência. Além disso, o preço sombra associado a essa restrição representa o valor marginal do requisito agregado de inércia e pode ser utilizado como referência para a valoração de recursos capazes de fornecer inércia virtual. Dessa forma, a metodologia proposta estabelece uma conexão entre os requisitos associados à estabilidade de frequência, a otimização da operação e a análise econômica, sem representar explicitamente um mecanismo específico de remuneração para a inércia virtual.

4.6 Considerações finais do capítulo

Neste capítulo foi apresentada a aplicação da metodologia proposta para obtenção da valoração implícita da inércia virtual por meio do preço sombra associado à restrição de

inércia em problemas de despacho ótimo. Inicialmente, a metodologia foi aplicada a um sistema didático desenvolvido especificamente para evidenciar os impactos da incorporação da restrição de inércia sobre a composição do despacho, o custo ótimo de operação e o valor marginal associado ao atendimento desse requisito operacional. Em seguida, a mesma formulação foi validada utilizando o sistema IEEE de 14 barras, amplamente empregado como referência na literatura de Sistemas Elétricos de Potência.

Os resultados obtidos para o sistema didático demonstraram que a inclusão da restrição de inércia modifica progressivamente a composição do despacho ótimo à medida que o requisito mínimo de inércia se torna mais restritivo. Enquanto os cenários iniciais apresentaram soluções equivalentes ao despacho econômico convencional, os cenários posteriores exigiram a redistribuição da geração entre as unidades disponíveis, priorizando recursos com maior capacidade de contribuição inercial. Como consequência, observou-se um aumento gradual do custo ótimo de operação e o surgimento de um preço sombra positivo associado à restrição de inércia.

Na sequência, a aplicação da metodologia ao sistema IEEE de 14 barras confirmou o mesmo comportamento qualitativo observado no sistema didático. Mesmo em uma rede com representação completa da topologia, limites operacionais e restrições de transmissão, verificou-se que a restrição de inércia permaneceu inativa enquanto o sistema possuía suporte inercial suficiente e passou a influenciar diretamente o despacho somente quando o requisito mínimo ultrapassou esse limite. Nessas condições, o custo ótimo aumentou progressivamente e o preço sombra passou a assumir valores positivos, refletindo o custo marginal necessário para elevar o requisito mínimo de inércia do sistema.

Outro resultado relevante refere-se à validação numérica da metodologia. Em ambos os estudos de caso, os valores obtidos para o preço sombra apresentaram excelente concordância com aqueles estimados por meio da técnica de diferenças finitas, apresentando erros muito reduzidos. Esse resultado reforça a consistência matemática da formulação proposta e confirma que o preço sombra constitui uma medida adequada da sensibilidade do custo ótimo em relação ao aumento do requisito mínimo de inércia.

De forma geral, os resultados apresentados ao longo deste capítulo demonstram que a incorporação explícita da inércia virtual como restrição operacional permite integrar critérios de estabilidade de frequência ao problema clássico de despacho econômico sem alterar sua estrutura fundamental. Além disso, a metodologia possibilita estimar, de forma

implícita, o valor econômico da inércia virtual diretamente a partir da solução do problema de otimização, dispensando a necessidade de mecanismos específicos de remuneração ou de mercados dedicados exclusivamente a esse serviço.

Assim, os estudos de caso desenvolvidos neste capítulo validam a hipótese central desta dissertação e evidenciam que a abordagem proposta constitui uma alternativa tecnicamente consistente para quantificar o valor marginal da inércia virtual em sistemas elétricos modernos. Essa característica torna a metodologia particularmente relevante em cenários de crescente participação de recursos baseados em conversores, nos quais a redução da inércia síncrona tende a tornar cada vez mais importante a incorporação explícita de requisitos de estabilidade de frequência aos modelos de operação do sistema.

Com a validação da metodologia e a análise dos resultados obtidos, estão estabelecidos os elementos necessários para a apresentação das conclusões finais desta dissertação, sintetizando as principais contribuições do trabalho, suas limitações e as possibilidades de desenvolvimento em pesquisas futuras.

Capítulo 5 - Conclusão

Esta seção reúne as conclusões do trabalho, destacando as principais contribuições e achados obtidos. Também são discutidas as limitações do estudo e possíveis direções para trabalhos futuros. Dessa forma, busca-se consolidar os resultados e indicar perspectivas para continuidade da pesquisa.

5.1 Conclusões

Esta dissertação apresentou uma metodologia para a valoração implícita da inércia virtual por meio do preço sombra associado à restrição de inércia em problemas de despacho ótimo de geração. A motivação do trabalho está relacionada à crescente substituição de geradores síncronos por recursos baseados em conversores eletrônicos de potência, fenômeno que reduz a inércia natural dos sistemas elétricos e torna cada vez mais necessária a incorporação explícita de requisitos de estabilidade de frequência aos modelos de operação.

Para atender a esse objetivo, foi proposta uma formulação em que a inércia virtual é representada como uma restrição operacional adicional no problema de despacho ótimo. Diferentemente das abordagens baseadas na criação de mercados específicos para remuneração da inércia, a metodologia desenvolvida permite estimar seu valor econômico de forma implícita, diretamente a partir do preço sombra associado à restrição de inércia obtido na solução do problema de otimização.

Inicialmente, foi realizada uma revisão da literatura abordando os fundamentos da estabilidade de frequência, os impactos da redução da inércia síncrona, os princípios de funcionamento da inércia virtual e as principais estratégias atualmente empregadas para sua valoração econômica. Essa revisão permitiu identificar que, embora existam propostas baseadas em mercados dedicados, mecanismos de cootimização e serviços ancilares, ainda existe espaço para abordagens que incorporem explicitamente a inércia ao problema de despacho ótimo e utilizem o preço sombra da restrição como mecanismo de valoração econômica.

Com base nesse diagnóstico, foi desenvolvida uma formulação matemática para o problema de despacho ótimo incorporando uma restrição mínima de inércia ao modelo de

otimização. A metodologia foi implementada em ambiente MATLAB e estruturada de forma a possibilitar a obtenção simultânea do despacho ótimo, do custo mínimo de operação e do valor marginal associado ao atendimento do requisito mínimo de inércia.

A metodologia proposta foi inicialmente aplicada a um sistema didático, desenvolvido especificamente para evidenciar os efeitos da restrição de inércia sobre a solução do problema. Os resultados demonstraram que, enquanto a restrição permanece inativa, o despacho coincide com aquele obtido pelo despacho econômico convencional. Entretanto, à medida que o requisito mínimo de inércia se torna mais restritivo, observa-se uma redistribuição gradual da geração entre as unidades disponíveis, priorizando recursos com maior capacidade de contribuição inercial. Como consequência, verifica-se um aumento progressivo do custo ótimo de operação e o surgimento de um preço sombra positivo associado à restrição de inércia.

Posteriormente, a metodologia foi validada utilizando o sistema IEEE de 14 barras implementado no ambiente MATPOWER. Os resultados obtidos confirmaram o mesmo comportamento observado no sistema didático, demonstrando que a formulação proposta mantém sua consistência quando aplicada a um sistema amplamente utilizado como referência na literatura. Em ambos os estudos de caso, o preço sombra permaneceu nulo enquanto a restrição não limitava a solução ótima e passou a assumir valores positivos quando o requisito mínimo de inércia passou a influenciar diretamente o despacho das unidades geradoras.

Outro aspecto relevante refere-se à validação numérica dos resultados obtidos. A comparação entre o preço sombra fornecido pelo solucionador e sua estimativa por meio da técnica de diferenças finitas apresentou diferenças desprezíveis, confirmando a consistência matemática da formulação e reforçando a interpretação do preço sombra como medida da sensibilidade do custo ótimo em relação ao aumento do requisito mínimo de inércia.

Dessa forma, os resultados obtidos permitem concluir que a hipótese central desta dissertação foi confirmada. A incorporação explícita da inércia virtual como restrição operacional possibilita estimar seu valor econômico de forma implícita, utilizando o preço sombra da restrição de inércia como indicador do custo marginal necessário para aumentar o suporte inercial do sistema. Essa abordagem estabelece uma conexão direta entre estabilidade de frequência, otimização da operação e análise econômica, sem necessidade da criação de mecanismos específicos de remuneração para esse serviço.

Além da contribuição metodológica, o trabalho demonstra que a utilização do preço sombra constitui uma ferramenta promissora para apoiar futuras estratégias de planejamento e operação de sistemas elétricos com elevada participação de recursos baseados em conversores. Nesse contexto, a metodologia proposta pode contribuir para a definição de critérios operacionais capazes de conciliar eficiência econômica e segurança dinâmica, aspectos que tendem a se tornar cada vez mais relevantes à medida que ocorre a transição para sistemas elétricos de baixa inércia.

Por fim, considera-se que os objetivos estabelecidos para esta pesquisa foram integralmente alcançados, uma vez que foi desenvolvida, implementada e validada uma metodologia capaz de quantificar, de forma consistente, o valor marginal associado à inércia virtual por meio da solução de um problema de despacho ótimo de geração, contribuindo para o avanço das discussões relacionadas à valoração econômica desse importante serviço de suporte à estabilidade de frequência.

5.2 Trabalhos futuros

Embora os resultados obtidos nesta dissertação tenham demonstrado a viabilidade da metodologia proposta para a valoração implícita da inércia virtual por meio do preço sombra da restrição de inércia, diversas oportunidades de aprofundamento podem ampliar sua aplicabilidade e contribuir para o desenvolvimento de novas ferramentas de apoio ao planejamento e à operação de sistemas elétricos de potência.

Uma primeira possibilidade consiste na aplicação da metodologia em sistemas elétricos de maior porte, como os sistemas IEEE de 30, 39, 57 e 118 barras, permitindo avaliar seu desempenho em redes com maior complexidade operacional, maior número de unidades geradoras e restrições mais representativas das condições encontradas em sistemas elétricos reais. Essa expansão possibilitará verificar a escalabilidade da abordagem proposta e sua capacidade de representar cenários de operação mais complexos.

Outra perspectiva importante refere-se à utilização do Fluxo Ótimo de Potência em Corrente Alternada (*AC Optimal Power Flow – AC-OPF*). Embora o modelo DC-OPF empregado nesta dissertação seja amplamente utilizado em estudos de despacho econômico e análise de preços marginais, a consideração explícita das magnitudes de tensão, das perdas

elétricas e dos fluxos de potência reativa poderá proporcionar uma avaliação mais abrangente dos impactos da restrição de inércia sobre a operação do sistema.

Também se mostra relevante investigar metodologias para a determinação dos coeficientes de contribuição inercial das unidades geradoras a partir das características físicas dos equipamentos ou de modelos dinâmicos mais detalhados. Nesta dissertação, esses coeficientes foram definidos com o objetivo de representar a capacidade relativa de fornecimento de inércia virtual, podendo, em trabalhos futuros, ser obtidos diretamente de estudos eletromecânicos ou de modelos de conversores formadores de rede.

Outra linha promissora consiste na incorporação de restrições adicionais de estabilidade de frequência, em especial aquelas associadas aos limites da taxa de variação da frequência. A consideração conjunta dos requisitos mínimos de inércia e dos limites admissíveis de RoCoF permitirá representar de forma mais abrangente os critérios de segurança dinâmica, possibilitando avaliar seus impactos simultâneos sobre o despacho ótimo e sobre a valoração econômica da inércia virtual.

Adicionalmente, recomenda-se estender a metodologia para contemplar explicitamente recursos de armazenamento de energia em baterias, considerando restrições de carregamento, descarregamento e estado de carga (*State of Charge – SoC*). Essa abordagem permitirá investigar a contribuição desses recursos para o suporte inercial e avaliar sua influência sobre o custo ótimo de operação e sobre o valor econômico da inércia virtual.

Outra possibilidade consiste em avaliar a metodologia em cenários com elevada participação de recursos baseados em conversores, considerando diferentes tecnologias de geração renovável, sistemas de armazenamento de energia e conversores formadores de rede. Essa análise permitirá investigar, de forma mais detalhada, o comportamento da valoração implícita da inércia virtual em sistemas elétricos característicos da transição energética atualmente em curso.

Outra linha de pesquisa consiste na integração da metodologia proposta com modelos de mercados de energia e de serviços ancilares. Nesse contexto, o preço sombra associado à restrição de inércia poderá ser utilizado como um sinal econômico para subsidiar mecanismos de remuneração destinados aos recursos capazes de fornecer suporte inercial. Adicionalmente, recomenda-se investigar a determinação de preços sombra zonais, considerando as características elétricas e operacionais das diferentes regiões do sistema, de

forma a representar a necessidade local de suporte inercial e contribuir para o desenvolvimento de mecanismos de mercado mais aderentes aos desafios impostos pelos sistemas elétricos de baixa inércia.

Por fim, sugere-se complementar a metodologia com análises dinâmicas de frequência por meio de simulações no domínio do tempo. A integração entre modelos de otimização e estudos dinâmicos permitirá validar os resultados obtidos para diferentes contingências, além de proporcionar uma compreensão mais abrangente da relação entre estabilidade de frequência, operação econômica e valoração da inércia virtual, ampliando o potencial de aplicação da metodologia desenvolvida nesta dissertação em estudos de planejamento e operação de sistemas elétricos modernos.

Referências

- [1] Dawei Qiu, Aimon Mirza Baig, Yi Wang, Lingling Wang, Chuanwen Jiang, Goran Strbac, "Market design for ancillary service provisions of inertia and frequency response via virtual power plants: A non-convex bi-level optimisation approach", *Applied Energy*, Volume 361, 2024, 122929, ISSN 0306-2619, <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2024.122929>.
- [2] X. Chen, F. Du, Y. Cao, Z. Tan, and Z. Yan, "Inertia Ancillary Service Market Mechanism for Renewable-Dominated Power Systems: A Review," *2025 IEEE International Conference on Power and Integrated Energy Systems (ICPIES)*, Haikou, China, 2025, pp. 618-623, doi: 10.1109/ICPIES65420.2025.11070193.
- [3] Y. Xia, H. Liu, Z. Qiao, W. Zhang, J. Ma, and L. Xu, "Review and Prospects of Inertia Demand Assessment and Control Technologies in High-Penetration Renewable Energy Systems," *2025 IEEE 5th New Energy and Energy Storage System Control Summit Forum (NEESSC)*, Hohhot, China, 2025, pp. 01-07, doi: 10.1109/NEESSC66038.2025.11199544.
- [4] M. Jafari, Gevork B. Gharehpetian, A. Anvari-Moghaddam, "On the Role of Virtual Inertia Units in Modern Power Systems: A Review of Control Strategies", *Applications and Recent Developments, International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Volume 159, 2024, 110067, ISSN 0142-0615, <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2024.110067>.
- [5] A. Ulbig, Theodor S. Borsche, Göran Andersson, "Impact of Low Rotational Inertia on Power System Stability and Operation", *IFAC Proceedings Volumes*, Volume 47, Issue 3, 2014, Pages 7290-7297, ISSN 1474-6670, ISBN 9783902823625, <https://doi.org/10.3182/20140824-6-ZA-1003.02615>.
- [6] S. Chen, H. Han, X. Chen, Y. Sun, and X. Hou, "Reviews On Inertia Emulation Technology With Power Electronics," *2020 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, Detroit, MI, USA, 2020, pp. 2101-2107, doi: 10.1109/ECCE44975.2020.9236033.
- [7] H. Mehrkhodavandi, A. Arefi, A. Yazdani, A. Najmizadeh and S. Fani, "Virtual Inertia a must for mitigation of frequency instability in Microgrids: A Comprehensive Review," *2021 31st Australasian Universities Power Engineering Conference (AUPEC)*, Perth, Australia, 2021, pp. 1-6, doi: 10.1109/AUPEC52110.2021.9597751.
- [8] J. Wang, W. Lu and Y. Li, "Design of Settlement Mechanism of Inertia Ancillary Service Market Based on Value Contribution," *2025 8th International Conference on Energy, Electrical and Power Engineering (CEEPE)*, Wuxi, China, 2025, pp. 1423-1428, doi: 10.1109/CEEPE64987.2025.11033866.
- [9] J. Hu, Z. Yan, X. Xu and S. Chen, "Inertia Market: "Mechanism Design and Its Impact on Generation Mix," in *Journal of Modern Power Systems and Clean Energy*, vol. 11, no. 3, pp. 744-756, May 2023, doi: 10.35833/MPCE.2022.000511.
- [10] P. Kundur, J. Paserba and S. Vitet, "Overview on definition and classification of power system stability," *CIGRE/IEEE PES International Symposium Quality and Security of Electric Power Delivery Systems, 2003. CIGRE/PES 2003.*, Montreal, QC, Canada, 2003, pp. 1-4, doi: 10.1109/QSEPDS.2003.159786.
- [11] H. H. Kurniawan, L. M. Putranto, Y. S. Wijoyo, A. Tuhuloula, M. Ariamuddin and M. R. Fatah, "Frequency Stability Evaluation of High Penetration Variable Renewable Energy: A

Case Study of Ambon Power System : Assessing the Limits of Solar Power Integration in Ambon Power System," *2024 6th International Conference on Power Engineering and Renewable Energy (ICPERE)*, Bandung, Indonesia, 2024, pp. 1-6, doi: 10.1109/ICPERE63447.2024.10845589.

- [12] R. K. Varma, R. M. Mathur, G. J. Rogers and P. Kundur, "Modeling effects of system frequency variation in long-term stability studies," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 11, no. 2, pp. 827-832, May 1996, doi: 10.1109/59.496161.
- [13] S. Sharma, S. -H. Huang and N. D. R. Sarma, "System Inertial Frequency Response estimation and impact of renewable resources in ERCOT interconnection," *2011 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, Detroit, MI, USA, 2011, pp. 1-6, doi: 10.1109/PES.2011.6038993.
- [14] E. Munkhchuluun, L. Meegahapola and A. Vahidnia, "Reactive Power Control of PV for improvement of Frequency Stability of Power systems," *2020 IEEE Power & Energy Society General Meeting (PESGM)*, Montreal, QC, Canada, 2020, pp. 1-5, doi: 10.1109/PESGM41954.2020.9282058
- [15] W. Cui and W. Lu, "Evaluation of Inertia Requirements Considering Fast Frequency Response and Spinning Reserve in Primary Frequency Response," *2023 IEEE 7th Conference on Energy Internet and Energy System Integration (EI2)*, Hangzhou, China, 2023, pp. 2546-2550, doi: 10.1109/EI259745.2023.10512511.
- [16] Q. Wang and G. Xu, "Dynamic Frequency Response Characteristics of Large Renewable Energy Base," *2025 4th International Conference on Power System and Energy Technology (ICPSET)*, Chengdu, China, 2025, pp. 517-522, doi: 10.1109/ICPSET66018.2025.11160042.
- [17] C. He, H. Geng, K. Rajashekara, and A. Chandra, "Analysis and Control of Frequency Stability in Low-Inertia Power Systems: A Review," in *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, vol. 11, no. 12, pp. 2363-2383, December 2024, doi: 10.1109/JAS.2024.125013
- [18] B. Wamukoya, K. Kaberere, and C. Muriithi, "Improving Frequency Regulation for Future Low Inertia Power Grids with Increased Penetration of Variable Generation: A Review," *2023 IEEE AFRICON*, Nairobi, Kenya, 2023, pp. 1-6, doi: 10.1109/AFRICON55910.2023.10293434.
- [19] D. Zhao, L. Yin, Z. Xin and W. Bao, "Comprehensive assessment method for inertia and frequency stability of high proportional renewable energy system," *2022 IEEE 10th Joint International Information Technology and Artificial Intelligence Conference (ITAIC)*, Chongqing, China, 2022, pp. 1769-1774, doi: 10.1109/ITAIC54216.2022.9836815
- [20] M. Hurtado *et al.*, "Stability Assessment of Low-Inertia Power Systems: A System Operator Perspective," *2024 IEEE Power & Energy Society General Meeting (PESGM)*, Seattle, WA, USA, 2024, pp. 1-5, doi: 10.1109/PESGM51994.2024.10688904.
- [21] G. M. Njoka, L. Mogaka, and A. Wangai, "Impact of variable renewable energy sources on the power system frequency stability and system inertia", *Energy Reports*, vol. 12, 2024, pp. 4983–4997, ISSN 2352-4847, doi: 10.1016/j.egyr.2024.10.057.
- [22] S. Wu, P. Yang, Y. Zhang, D. Gao, C. Li, and F. Liu, "On the Key Factors of Frequency Stability in Future Low-Inertia Power Systems," *2020 2nd International Conference on*

Smart Power & Internet Energy Systems (SPIES), Bangkok, Thailand, 2020, pp. 240-245, doi: 10.1109/SPIES48661.2020.9243024.

- [23] B. A. Fadheel, N. Izzri Abdul Wahab, A. J. Mahdi, M. Amran Bin Mohd Radzi, and A. B. Che Soh, "Review of the Virtual Inertia Strategies from Intermittent Renewable Energy Resources on the Power System," *2021 12th International Renewable Energy Congress (IREC)*, Hammamet, Tunisia, 2021, pp. 1-6, doi: 10.1109/IREC52758.2021.9624801.
- [24] J. Pahasa, P. Potejana, and I. Ngamroo, "MPC-Based Virtual Energy Storage System Using PV and Air Conditioner to Emulate Virtual Inertia and Frequency Regulation of the Low-Inertia Microgrid," in *IEEE Access*, vol. 10, pp. 133708-133719, 2022, doi: 10.1109/ACCESS.2022.3231751.
- [25] M. G. Dozein, A. M. De Corato, and P. Mancarella, "Virtual Inertia Response and Frequency Control Ancillary Services from Hydrogen Electrolyzers," *2023 IEEE Belgrade PowerTech*, Belgrade, Serbia, 2023, pp. 1-1, doi: 10.1109/PowerTech55446.2023.10202881.
- [26] M. Chen, D. Zhou, and F. Blaabjerg, "Modelling, Implementation, and Assessment of Virtual Synchronous Generator in Power Systems," in *Journal of Modern Power Systems and Clean Energy*, vol. 8, no. 3, pp. 399-411, May 2020, doi: 10.35833/MPCE.2019.000592.
- [27] B. She, W. Wang, V. Adetola, and D. Wu, "Virtual Inertia Scheduling in Unit Commitment for IBR-Penetrated Low-Inertia Systems," *2025 IEEE Power & Energy Society General Meeting (PESGM)*, Austin, TX, USA, 2025, pp. 1-5, doi: 10.1109/PESGM52009.2025.11225851.
- [28] B. K. Poolla, S. Bolognani, N. Li, and F. Dörfler, "A Market Mechanism for Virtual Inertia," in *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 11, no. 4, pp. 3570-3579, July 2020, doi: 10.1109/TSG.2020.2969518.
- [29] Z. Liang, R. Mieth, and Y. Dvorkin, "Inertia Pricing in Stochastic Electricity Markets," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 38, no. 3, pp. 2071-2084, May 2023, doi: 10.1109/TPWRS.2022.3189548.
- [30] S. Negri, E. Tironi, and D. S. Danna, "Integrated control strategy for islanded operation in smart grids: Virtual inertia and ancillary services," *2017 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2017 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC / I&CPS Europe)*, Milan, Italy, 2017, pp. 1-6, doi: 10.1109/EEEIC.2017.7977725.
- [31] X. Zhang *et al.*, "Frequency stability control of power grid based on fast frequency response of electrolysis water hydrogen production system," *2025 6th International Conference on Advanced Electrical and Energy Systems (AEES)*, Xi'an, China, 2025, pp. 612-617, doi: 10.1109/AEES66649.2025.11332230.
- [32] K. Li, H. Guo, X. Fang, S. Liu, F. Teng, and Q. Chen, "Market Mechanism Design of Inertia and Primary Frequency Response With Consideration of Energy Market," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 38, no. 6, pp. 5701-5713, Nov. 2023, doi: 10.1109/TPWRS.2022.3223497.
- [33] Y. Ma, J. Jin, L. Hao, Q. Huang, and L. Shen, "A Day-Ahead Market Clearing Model Under System Inertia Constraints," *2024 IEEE PES 16th Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference (APPEEC)*, Nanjing, China, 2024, pp. 1-5, doi: 10.1109/APPEEC61255.2024.10922342.

- [34] M. Gu *et al.*, "Fuzzy Virtual Inertia Control Based Frequency Regulation of Power Systems with Offshore Wind Farms and Energy Storage Systems," *2023 IEEE International Future Energy Electronics Conference (IFEEEC)*, Sydney, Australia, 2023, pp. 262-266, doi: 10.1109/IFEEEC58486.2023.10458595.
- [35] H. Gu, R. Yan, T. K. Saha and E. Muljadi, "System Strength and Inertia Constrained Optimal Generator Dispatch Under High Renewable Penetration," in *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 11, no. 4, pp. 2392-2406, Oct. 2020, doi: 10.1109/TSTE.2019.2957568.
- [36] H. Gu, R. Yan, T. K. Saha, E. Muljadi, J. Tan, and Y. Zhang, "Zonal Inertia Constrained Generator Dispatch Considering Load Frequency Relief," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 35, no. 4, pp. 3065-3077, July 2020, doi: 10.1109/TPWRS.2020.2963914.
- [37] L. Li, L. Chang, R. Cao, B. Wu, Z. Xiang, and S. Zhang, "Multi-Time Scale Coordinated Optimal Scheduling for Power Balance Capability Enhancement," *2022 12th International Conference on Power and Energy Systems (ICPES)*, Guangzhou, China, 2022, pp. 326-330, doi: 10.1109/ICPES56491.2022.10073436.
- [38] Y. Gu, H. Xu, Y. Yao, and C. Wu, "Economic Value Evaluation of Flexible Resources Based on the Shadow Prices," *2025 IEEE 3rd International Conference on Power Science and Technology (ICPST)*, Kunming, China, 2025, pp. 446-449, doi: 10.1109/ICPST65050.2025.11088546.
- [39] O. V. Khamisov and S. V. Podkovalnikov, "Shadow Price Analysis of Potential Northeast Asia Power System Interconnection," *2018 IEEE PES Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference (APPEEC)*, Kota Kinabalu, Malaysia, 2018, pp. 606-610, doi: 10.1109/APPEEC.2018.8566440.
- [40] A. J. Wood, B. F. Wollenberg, and G. B. Sheblé, *Power Generation, Operation, and Control*, 3rd ed. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, 2014.