



Universidade Federal do Maranhão
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

DENIS FABRÍCIO SOUSA DE SÁ

**Controle Cooperativo Ótimo Dependente de Grafo e Sistema Anticolisão
Voltados para Formação e Liderança de Drones do tipo Quadrimotor**

São Luis
2023

Universidade Federal do Maranhão
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

DENIS FABRÍCIO SOUSA DE SÁ

**Controle Cooperativo Ótimo Dependente de Grafo e Sistema Anticolisão
Voltados para Formação e Liderança de Drones do tipo Quadrimotor**

Tese de Doutorado

Orientador: Prof. Dr. João Viana da Fonseca Neto

Tese apresentada ao Programa de Pós
Graduação em Engenharia Elétrica
(PPGEE-UFMA) para obtenção do tí-
tulo de Doutor em Engenharia Elétrica.
Tese de Doutorado.

São Luis
2023

Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Diretoria Integrada de Bibliotecas/UFMA

Sousa de Sá, Denis Fabrício.

Controle Cooperativo Ótimo Dependente de Grafo e
Sistema Anticolisão Voltados para Formação e Liderança de
Drones do tipo Quadrimotor / Denis Fabrício Sousa de Sá. -
2023.

154 p.

Orientador(a): João Viana Fonseca Neto.

Tese (Doutorado) - Programa de Pós-graduação em
Engenharia Elétrica/ccet, Universidade Federal do
Maranhão, São Luis, 2023.

1. Anticolisão. 2. Controle Cooperativo. 3. Drones.
4. Sistema Multiagente. I. Fonseca Neto, João Viana. II.
Título.

Denis Fabrício Sousa de Sá

**CONTROLE COOPERATIVO ÓTIMO DEPENDENTE DE GRAFO E
SISTEMA ANTICOLISÃO VOLTADOS PARA FORMAÇÃO E
LIDERANÇA DE DRONES DO TIPO QUADRIMOTOR**

Tese apresentada ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE-UFMA) para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica. Tese de Doutorado.

Aprovada em 30 de Junho de 2023.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. João Viana da Fonseca Neto
Orientador - UFMA

Prof. Dr. Allan Kardec Dualibe Barros Filho
UFMA

Prof. Dr. Francisco das Chagas de Souza
UFMA

Prof. Dr. Raimundo Carlos Silvério Freire
UFCG

Prof. Dr. Antonio da Silva Silveira
UFPA

DEDICO ESTE TRABALHO AOS MEUS
FAMILIARES, ESPOSA E AMIGOS QUE
CONTRIBUÍRAM NAS MAIS DIVER-
SAS FORMAS, SEJA NO CAMPO TÉC-
NICO QUANTO PESSOAL.

Agradecimentos

Agradeço,

a Deus e ao meu orientador, Prof. Dr. João Viana da Fonseca Neto, pelo árduo trabalho, por ser um dos grandes profissionais da educação e pesquisa, juntamente com todo apoio, paciência e incentivo na realização deste trabalho; aos amigos pelos momentos de descontração e discussões; a todos os profissionais envolvidos na educação por viabilizarem a pesquisa no País, mesmo com toda dificuldade; aos meus familiares, a quem devo toda educação e suporte, em especial à minha mãe, Núbia, que sempre me manteve na linha do estudo, à minha esposa, Gláucia, que sempre me incentiva, às minhas irmãs que estão sempre presentes; a UFMA por permitir a realização deste Doutorado.

O sucesso é a soma de pequenos esforços repetidos
dia após dia.

Robert Collier

Resumo

Esta tese se baseia na teoria de sistemas multiagentes através do uso de controle cooperativo, visando a centralização, formação e liderança de múltiplos sistemas dinâmicos, especificamente, drones do tipo quadrimotor. Nela são apresentados os conceitos multiagentes, dadas as ópticas de sistemas guia, quando um agente virtual serve de referência para o agente real, e controle direto, quando os protocolos são aplicados diretamente aos sistemas dinâmicos. São apresentadas as diversas formas de representar esses sistemas, desde o modelo mais simples (baseados em equações de Newton) até as mais generalizadas, como os sistemas não lineares. Diante desses modelos, aborda-se o quadrimotor e suas equações dinâmicas, incluindo seus controladores internos e como o sistema multiagente (protocolo) atua nesse tipo de aplicação, possibilitando seu uso na agricultura, sensoriamento móvel e segurança. Definidos os protocolos, leis que determinam o comportamento global dos agentes, apresenta-se uma abordagem de controle ótimo cooperativo para determinação de um regulador linear quadrático com base no comportamento global dos agentes mediante a existência de um líder virtual, incluindo os conceitos de formação e centralização do bando. Para isso, foi desenvolvida uma função de custo com base na variável de rastreo e ação de controle, possibilitando que os parâmetros ótimos fossem determinados em função da estrutura representativa do fluxo de informação entre o grupo de agentes, a matriz Laplaciana, considerando o acoplamento em relação ao líder. Essas formulações possibilitam o cálculo do controle cooperativo ótimo tanto para sistemas homogêneos quanto heterogêneos, quando a dinâmica dos agentes que compõem o grupo diferem entre si. Como principal contribuição, é proposto um sistema anticolisão com base no efeito de divergência e convergência por meio dos efeitos de centralização e descentralização de bando que resultou em um parâmetro anticolisão controlado de acordo com regiões de criticidade pré-definidas. A princípio, esse sistema é aplicado aos protocolos como sistema guia, ou seja, quando servem de referência de trajetória para o quadrimotor. Por fim, tem-se a plataforma 3D desenvolvida, que visa dar uma perspectiva mais aproximada do que acontece com os agentes e gerar relatórios dos resultados, tanto simulados quanto experimentais. Nos experimentos são utilizados minidrones que são controlados via rádio e suas posições mensuradas com base em sensores infravermelho. As leis de controle utilizadas são constituídas pelos protocolos e leis anticolisão desenvolvidos

que atuam controlando a trajetória destes minidrones, obtendo-se resultados similares aos simulados.

Palavras-Chave: Sistema Multiagente, Controle Cooperativo, Drones, Grafos, Sincronização, Anticolisão.

Abstract

This thesis is based on the theory of multi-agent systems through the use of cooperative control, aiming at the centralization, formation and leadership of multiple dynamic systems, specifically, four-engine drones. It presents the multi-agent concepts, given the perspective of guide systems, when a virtual agent serves as a reference for the real agent, and direct control, when protocols are applied directly to dynamic systems. Different ways of representing these systems are presented, from the simplest model (based on Newton's equations) to the most generalized ones, such as nonlinear systems. In view of these models, the four-engine engine and its dynamic equations are addressed, including its internal controllers and how the multi-agent system (protocol) operates in this type of application, enabling its use in agriculture, mobile sensing and security. Having defined the protocols, laws that determine the global behavior of the agents, an approach of cooperative optimal control is presented for the determination of a linear quadratic regulator based on the global behavior of the agents through the existence of a virtual leader, including the concepts of formation and group centralization. For this, a cost function was developed based on the variable of tracking and control action, allowing the optimal parameters to be determined as a function of the representative structure of the information flow between the group of agents, the Laplacian matrix, considering the coupling in relation to the leader. These formulations make it possible to calculate the optimal cooperative control for both homogeneous and heterogeneous systems, when the dynamics of the agents that make up the group differ from each other. As a main contribution, an anti-collision system is proposed based on the effect of divergence and convergence through the effects of centralization and decentralization of the flock, which resulted in an anti-collision parameter controlled according to predefined criticality regions. At first, this system is applied to protocols as a guide system, that is, when they serve as a trajectory reference for the four-engine. Finally, the 3D platform has been developed, which aims to give a closer perspective of what happens to the agents and generate reports of the results, both simulated and experimental. In the experiments, mini-drones are used that are controlled via radio and their positions measured based on infrared sensors. The control laws used are constituted by the protocols and anti-collision laws developed that act by controlling the trajectory of these minidrones, obtaining results similar to those simulated.

Key words: Multiagent System, Cooperative Control, Drone, Graphs, Synchronization, collision avoidance.

Lista de Figuras

1.1	Métodos de aplicação do controle cooperativo adaptativo, livre e baseado em modelo.	8
1.2	Método de aplicação do sistema anticolisão via observação das posições dos agentes.	8
1.3	Estrutura organizacional da tese.	14
2.1	Representação da relação entre agente e ambiente via sensores.	17
2.2	Agentes em um dado ambiente e indicação da área de influência e troca de informações.	18
2.3	Exemplo de um Grafo representando a interação entre 6 agentes.	19
2.4	Definição de vizinhança entre agentes.	29
2.5	Relação de proporcionalidade entre região sincronização e do sistema.	49
3.1	Representação de movimento do quadrimotor de acordo com o momento gerado pelos motores.	51
3.2	Representação dos ângulos de rotação.	52
4.1	Sistema multiagente como sistema guia - percepção individual.	65
4.2	Sistema multiagente como controle - percepção individual.	65
4.3	Sistema multiagente como controle dependente de modelo.	66
4.4	Sistema multiagente como controle independente de modelo.	66
4.5	Óptica individual para o caso homogêneo.	68
4.6	Óptica individual para o caso heterogêneo.	71
5.1	Regiões de criticidade do sistema anticolisão.	91
5.2	Representação das possíveis situações limite do sistema anticolisão.	92
5.3	Variação exponencial de α na região moderada.	93
5.4	Variação exponencial de α na região crítica.	94
5.5	Fluxograma para o ajuste de α_j do sistema anticolisão, conforme Eq.(5.18).	95
6.1	Plataforma de Simulação 3D multiagente para Quadrimotores.	100
6.2	Gráfico do Erro de Velocidade dos Motores (RPM) pelo Tempo (s)	103
6.3	Resposta do sistema controlado: subsistema de ângulos e altura.	104
6.4	Resposta do sistema controlado em todas as camadas.	106
6.5	Quadrimotor experimental e sua orientação de deslocamento.	107

6.6	Diagrama de referência para inclusão dos módulos	108
6.7	Esquemático para uso do <i>Lighthouse System</i> , sistema baseado em realidade virtual.	108
6.8	<i>Lighthouse deck</i> que é acoplado sobre o drone <i>Crazyfly</i>	109
6.9	Posicionamento do <i>Lighthouse VR</i> no teto.	109
6.10	<i>Crazyradio PA</i> para comunicação com os minidrones <i>crazyfly</i>	110
6.11	<i>Crazyradio PA</i> para comunicação com os minidrones <i>crazyfly</i>	111
6.12	Grafo e matriz de adjacência utilizados na simulação para 3 agentes, para os casos com e sem anticolisão.	112
6.13	Resultado do sistema guia, sem anticolisão, com efeito de centralização e liderança para 3 agentes.	113
6.14	Resultado do sistema guia, sem anticolisão, com efeito de centralização e liderança para 3 agentes - visualização 3D.	114
6.15	Resultado do sistema guia, com anticolisão, com efeito de centralização e liderança para 3 agentes.	115
6.16	Grafo e matriz de adjacência utilizados na simulação com 5 agentes, para os casos com e sem anticolisão.	115
6.17	Resultado do sistema guia, sem anticolisão, com efeito de centralização e liderança para 5 agentes - visualização 3D.	116
6.18	Resultado do sistema guia, sem anticolisão, com efeito de centralização e liderança para 5 agentes	117
6.19	Resultado do sistema guia, com anticolisão, com efeito de centralização e liderança para 5 agentes.	118
6.20	Grafo e matriz de adjacência utilizados na simulação para 6 agentes.	119
6.21	Resultado do sistema guia, sem anticolisão, com efeito de centralização e liderança para 6 agentes.	119
6.22	Resultado do sistema guia, com anticolisão, com efeito de centralização e liderança para 6 agentes.	120
6.23	Resultado para controle ótimo - caso do modelo de Newton de ordem 2.	121
6.24	Resultado para controle ótimo - caso do sistema massa-mola.	122
6.25	Resultado para controle ótimo - caso do motores do quadrimotor.	123
6.26	Experimento com <i>Crazyfly</i> e protocolo guia, com líder e formação triangular. . . .	124
6.27	Experimento com <i>Crazyfly</i> e protocolo guia, com líder e formação diagonal. . . .	125
6.28	Experimento com <i>Crazyfly</i> e protocolo guia, com líder e anticolisão.	126
6.29	Variação dos parâmetros anticolisão em função das distâncias entre os <i>Crazyflies</i> . .	127

Lista de Tabelas

6.1	Resultado do sistema guia, sem anticolisão, com efeito de centralização e liderança para 3 agentes.	112
6.2	Resultado do sistema guia, com anticolisão, com efeito de centralização e liderança para 3 agentes.	114
6.3	Resultado do sistema guia, sem anticolisão, com efeito de centralização e liderança para 5 agentes.	116
6.4	Resultado do sistema guia, com anticolisão, com efeito de centralização e liderança para 5 agentes.	117

Lista de Siglas e Abreviações

SMA	Sistema Multiagente
PID	Controlador Proporcional, Integral e Derivativo
VANT	Veículo Aéreo Não Tripulado
AR	Aprendizado por Reforço
DHDP	Programação Dinâmica Heurística
DLQR	Regulador Linear Quadrático Discreto

Lista de Símbolos

c	Fator de centralização
g_i	Fator de acoplamento em relação a liderança particular de um agente
g_g	Fator de acoplamento em relação a liderança geral para um conjunto de agentes
L	Matriz Laplaciana
N	Número de agentes
γ	Fator de amortecimento

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Controle Cooperativo e Colisões	1
1.2	Controle Cooperativo e Adaptabilidade	3
1.3	Problema e Solução	5
1.4	Objetivos	6
1.4.1	Objetivos Gerais	6
1.4.2	Objetivos Específicos	7
1.5	Metodologia	7
1.6	Motivações	9
1.6.1	Sistemas Multiagentes e Controle Cooperativo	9
1.6.2	Sistema anticolisão	10
1.6.3	Tecnologia e sua diversidade de aplicações	11
1.7	Organização dos Próximos Capítulos	13
2	Sistemas Multiagentes e Controle Cooperativo	15
2.1	Sistemas Multiagentes	16
2.2	Modelagem Utilizando Grafos	18
2.2.1	Grafos na forma matricial	21
2.2.2	Análise da Matriz Laplaciana	23
2.3	Representação Matemáticas para os Agentes	24
2.3.1	Modelo de primeira ordem de Newton	25
2.3.2	Modelo de segunda ordem de Newton	25
2.3.3	Modelo generalizado	26
2.3.4	Abordagem não linear para os agentes	26
2.4	Protocolos de Controle	28
2.4.1	Formação e liderança em sistemas multiagentes	28
2.4.2	Representação matemática das regras de Reynold's	29
2.5	Protocolos na Forma Discreta	30
2.5.1	Protocolo de centralização	31
2.5.2	Protocolo centralizador com liderança	32
2.5.3	Protocolo centralizador com liderança e formação	32

2.5.4	Protocolo com Centralização, Liderança, Formação e Velocidade Correspondente	33
2.6	Equações de Malha Fechada	34
2.6.1	Sistemas de primeira ordem em malha fechada	34
2.6.2	Sistemas de segunda ordem de Newton em malha fechada	35
2.7	Consenso para os Agentes	39
2.8	Sistema Multiagente Ótimo Discreto	42
2.8.1	Círculo de Gersgorin	44
2.8.2	Sincronização multiagente	45
2.8.3	Equação Algébrica de Riccati e sincronização multiagente	46
3	Veículos Aéreos Autônomos	50
3.1	Equações Dinâmicas do Quadrimotor	50
3.2	Modelo Dinâmico do Quadrimotor	52
3.2.1	Modelo linearizado	54
3.3	Controle clássico para quadrimotores	56
3.3.1	Primeira formulação para controladores internos	56
3.3.2	Segunda formulação para os controladores internos	59
3.4	Algoritmo do quadrimotor	61
4	Controle Cooperativo Ótimo Centralizado Dependente de Grafo	64
4.1	Sistema Multiagente como Guia e Controle Cooperativo	64
4.2	Sistemas Homogêneos e Heterogêneos	67
4.2.1	Sistemas homogêneos	67
4.2.2	Sistema heterogêneo	69
4.2.3	Erro de centralização	71
4.3	Formulação Ótima Dependente de Grafo	72
4.3.1	LQR discreto para controle cooperativo dependente de grafo	74
4.4	Solução ótima para sistema multiagente via DHDP	80
5	Sistema Anticolisão Baseado na Antilaplaciana	85
5.1	Sistema anticolisão	85
5.1.1	Efeitos de centralização e descentralização	85
5.1.2	Ajuste da matriz anticolisão	87
5.1.3	Particularização de α	89
5.1.4	Regiões críticas	90
5.1.5	Ajuste exponencial do parâmetro anticolisão	93
6	Plataforma de Simulação e Testes	98
6.1	Plataforma 3D de Simulação	98
6.1.1	Modelo do quadrimotor	98
6.1.2	Protocolos multiagentes	99
6.1.3	Sistema de detecção de colisão	99

6.1.4	Interface e Ferramentas	99
6.1.5	Métricas de desempenho	100
6.2	Quadrimotores Virtuais e Experimentais	102
6.2.1	Controle de Velocidade dos Motores	102
6.2.2	Controle de Posição	104
6.2.3	Determinação dos parâmetros de controle (x,y)	106
6.2.4	Saturação dos controladores	107
6.3	Plataforma experimental	107
6.4	Resultados Simulados	111
6.4.1	Sistema Anticolisão	111
6.4.2	Controle ótimo cooperativo dependente de grafo	120
6.5	Resultados Experimentais	124
7	Considerações Finais	129
7.1	Conclusão	129
7.2	Trabalhos Futuros	130
7.3	Publicações	131
	Referências	131

Introdução

Os sistemas dinâmicos associados à teoria de controle apresentam desafios que vêm sendo pesquisados e desenvolvidos há várias décadas. Através de estudos e pesquisas, estes sistemas passaram a ser inseridos em um contexto associativo, ou seja, houve uma transição da utilização desses sistemas de um contexto individual para o colaborativo através da teoria multiagente. Ao associar as teorias de controle e multiagente obtêm-se a óptica de controle cooperativo em que leis globais denominadas protocolos atuam sobre vários sistemas dinâmicos fazendo com que se comportem de forma colaborativa a fim de se atender a um objetivo comum [1]. Estas atuam de forma particularizada para atender a um objetivo específico do grupo ao qual os sistemas estão inseridos. Diante disto, uma série de desafios surgem, como robustez, adaptabilidade de controladores, estabilidade, formação, colisões, dentre outros. Diante deste contexto, dois pontos são abordados nesta tese: colisões e adaptabilidade de controladores cooperativos.

1.1 Controle Cooperativo e Colisões

Um dos principais problemas envolvendo múltiplos sistemas são as possíveis colisões entre agentes. Estas podem ocorrer por diversos motivos, como perda de controle de agentes, perda de comunicação, pontos cegos de sensores, instabilidade momentânea devido a intempéries provenientes do ambiente e por uma deficiência do controle cooperativo.

Relativo à essa problemática, pesquisas voltadas para o desenvolvimento de sistemas anti-colisão tornam-se de grande relevância, como os autores de [2] onde investigam a teoria anticolisão desenvolvida em um grupo de agentes em 2D com velocidades constantes e com trajetos controláveis. Neste caso, é empregado o conceito de controle dinâmico a parâmetros fixos e descentralizado. Cada agente referencia-se pelas posições relativas de seus vizinhos. Dadas as distâncias observadas, o sistema anticolisão é baseado em uma função que altera o movimento dos agentes

mediante a inexistência de aceleração. Cada agente determina sua velocidade relativa ao vizinho, ajustando individualmente seu comportamento, com isso ele consegue um alinhamento da velocidade para evitar colisões. Além disso, os autores abordam uma estratégia de alinhamento de velocidade por restrição do espaço, sem depender do vizinho. Assim, propõe, de forma teórica, que esse tipo de controle multiagente consegue evitar colisões.

Em outra abordagem, [3] utiliza aprendizado profundo para evitar colisões em robôs descentralizados e ambientes dinâmicos. Faz uso de geometria espacial em tempo real para ajustes criteriosos dos parâmetros de controle e as trajetórias dos agentes. No entanto, esse processo exige um sensoramento extremamente preciso para que a rede neural possa mapear todo o processo. Este sistema atua como guia dos múltiplos robôs incluindo mudanças de cenários com obstáculos estáticos.

Dentro do contexto multiagente, os agentes podem ter características iguais ou diferentes, sendo classificados como sistemas homogêneos e heterogêneos. Como exemplo, em [4] é abordado o problema de formação multiagente homogêneo mediante a existência de colisões. Aborda os métodos tradicionais que utilizam trajetórias predefinidas ou fazem um balanço entre formação e centralização para evitar o problema. Neste caso, os autores propõem um algoritmo de controle distribuído onde os agentes estando na iminência de colidirem, alteram suas referências de destino. Além disso, por intermédio do controle distribuído, ocorre a limitação do espaço de ação em que os agentes circulam.

Além da homogeneidade dos agentes, as não linearidades também influenciam na respostas dinâmica cooperativa. Em [5] é proposto um sistema anticolisão para um agente de segunda ordem, não linear, que encontra-se cercado por vários alvos móveis. Um estimador é utilizado para determinar o centro de cada alvo e um controlador adaptativo é projetado para que o agente mantenha distância dos demais elementos de forma colaborativa. A estratégia de controle é baseada em uma função de erro com um parâmetro que indica a distância relativa que deve ser mantida entre agente e alvo. Portanto, quando o controle leva esse erro a zero, significa que a distância configurada está mantida.

Em [6] é tratado o problema de navegação para uma formação distribuída de sistemas multiagentes dada uma dinâmica de segunda ordem e com limitações de velocidade e entrada de controle. O controlador considera, tanto a anticolisão quanto a limitação de conectividade. Utiliza como estratégia o uso de uma árvore geradora de custo mínimo baseado em uma função de barreira para prevenir a perda de comunicação e evitar colisões. Essas funções de barreira alteram o controlador, proporcionando assim, a solução do problema. Além disso, é proposto que esse controlador se ajuste a comutação na estrutura dos grafos, mas não garante que evite colisões em qualquer condição inicial. Portanto, a estratégia é o uso de um controle nominal centralizador com formação e uma função de barreira quadrática que limita a ação do controle nominal.

Como é possível verificar, existem diferentes estratégias para evitar colisões, como pode-se acrescentar [7], que faz um direcionamento para uma estratégia de aprendizado por reforço, ou [8] que aborda novamente a questão da formação no contexto variável e se baseia na distância e campos potenciais, mostrando que a proposta para anticolisão desta pesquisa é relevante mediante as várias estratégias existentes.

Com base nessa problemática, nesta tese é apresentado o desenvolvimento de um método anticolisão que é inserido diretamente na lei de controle global. O método atua através dos conceitos de descentralização e centralização focado em agentes em rota de colisão.

1.2 Controle Cooperativo e Adaptabilidade

Além do sistema anticolisão, a adaptabilidade das leis cooperativas de controle são de extrema importância para que o ajuste paramétrico desses controladores possam garantir estabilidade e robustez. Diversas pesquisas abordam o controle cooperativo e os métodos de ajuste de parâmetros em leis que incluem conceitos de formação, liderança e centralização de agentes. Um dos trabalhos que mais se aproxima desta linha de pesquisa são os dos autores de [9]. Estes tratam o controle e formação de veículos aéreos quadrimotores, com abordagens no tempo contínuo e discreto. Apresentam a teoria de grafos, modelagem do quadrimotor, protocolos voltados para formação espacial e consenso entre os agentes. Os modelos matemáticos utilizados são linearizados, e com base nos conceitos de estabilidade de *Lyapunov*, determinam os parâmetros de controle cooperativo. Em uma linha de pesquisa similar, os autores em [10] também fazem uso da estabilidade de *Lyapunov* na determinação dos parâmetros de controle e na busca por resultados no contexto de otimização.

Trabalhos como [11] e [1] abordam diversas formulações para controles cooperativos seguindo os critérios de estabilidade de *Lyapunov*, seja por meios determinísticos através das soluções clássicas da Equação de *Riccati* via conceitos de círculo de *Gersgorin* ou via aprendizado de máquina.

Baseado nesses conceitos e formulações, nesta pesquisa é apresentada uma lei de controle cooperativo ótimo sensível às características do grafo [12] que representa a interconectividade dos agentes.

Um dos trabalhos que mais se aproxima desta linha de pesquisa é [9], onde trata de controle e formação envolvendo VANTs, especificamente um quadrimotor, tanto com descrições no tempo contínuo quanto discreto. Além do mais, apresenta a teoria de grafos, modelagem do quadrimotor, protocolos voltados para formação espacial e consenso entre os agentes. No entanto, utiliza modelos linearizados e aplica os conceitos clássicos de *Lyapunov* para determinação de

parâmetros de controle multiagente, o que difere desta pesquisa, que visa a utilização de outros métodos e modificações nos protocolos voltados para um mesmo objetivo.

Outro trabalho que ressalta a relevância desta pesquisa é [10] que aborda os sistemas multiagentes de uma forma um pouco diferente de [11] e [1] na formulação do protocolo, mas segue a mesma linha no uso da teoria de *Lyapunov* na determinação dos parâmetros e na busca por um resultado ótimo.

No contexto de modelagem de VANTs, têm-se pesquisas como em [13] que trata dos acoplamentos não lineares dos VANT's quadrimotores e a necessidade de melhorar a confiabilidade dos controladores de voo através do controle não linear por modos deslizantes, que consiste na redução de um modelo genérico para um sistema de primeira ordem, acrescentando-se as incertezas dos parâmetros na própria estrutura do modelo.

Existem diversas estratégias que se unem ao conceito multiagente. Um deles é o aprendizado de máquina, como em [14] que utiliza um sistema de controle neuro-adaptativo voltado para o controle de formação e rastreamento do sinal de referência. Neste caso, utiliza-se uma rede de base radial para compensar as não linearidades dos agentes e as perturbações.

Além dos trabalhos já citados, outros vários desenvolvem esse tema, como em [15] que propõe um sistema de controle multiagente de formação baseada em estimação de modelo e desempenho prescrito. Este considera os agentes com capacidade limitada de comunicação em que todos possuem o mesmo modelo, sendo que cada indivíduo calcula uma estimativa global de formação por meio de dados estatísticos.

Uma abordagem interessante que envolve quadrimotores, foco deste trabalho, é [16] que propõe um algoritmo voltado para segurança através do controle de trajetórias considerando o ambiente e seus obstáculos para evitar colisões. Já em [17] é investigado o gerenciamento de recursos para um conjunto de VANT's (rede de comunicação) associados a um servidor central, funcionando como agente, possuindo um sistema de aprendizagem para alocação de recursos.

A melhora na suavidade do sinal de controle gerado pelos protocolos também é foco de pesquisa, como em [18], onde é proposto um algoritmo de consenso para modelos de segunda ordem e com característica de seguir uma liderança, buscando reduzir a oscilação do sinal de controle. Em seguida, propõe um esquema de controle de formação que envolve a integração do consenso e um modelo de padrão geométrico, além de fazer uso da teoria de *Lyapunov* para garantia de estabilidade.

Além desses trabalhos que contribuem com esta pesquisa no contexto das ideias, conhecimento teórico e inspiração, destacam-se pesquisas como [19] que trata da busca por uma formação multiagente em quadrimotores heterogêneos com liderança virtual, controlador de formação em cascata, incluindo controle de posição e rotação, onde é aplicado o Aprendizado por Reforço (AR)

baseados nos dados obtidos do VANT.

Seguindo a mesma linha de formação multiagente, em [20] a teoria é aplicada a um conjunto de quadrimotores sujeitos a alterações na geometria de formação. Além disso, inclui no processo, distúrbios externos e incertezas paramétricas através dos conceitos de controle robusto. Já em [1], são estudados sistemas que possuem dinâmicas aleatórias e propõe, como solução, um controle ótimo *online* aplicando técnicas de Aprendizado por Reforço. Do mesmo modo, em [21] é apresentado um controle de formação robusto com atrasos de comunicação.

Portanto, como apresentados nesta e na Seção 1.1, são definidos os problemas relacionados à teoria multiagente, como as colisões e o ajuste dos parâmetros do protocolo, que são abordados na pesquisa.

1.3 Problema e Solução

Os sistemas multiagentes associados à teoria de controle compõem o conceito de controle cooperativo que envolve a sintonia e estabilidade em um contexto colaborativo. Os métodos de projeto dessas leis são complexos, envolvem várias variáveis e operações matriciais na busca por um consenso entre os agentes. Os agentes que constituem a cadeia interativa, com troca de informações, podem apresentar características que dificultam a determinação dos parâmetros de controle. Incertezas, não linearidades, perturbações e dificuldade em se obter um modelo de referência, são exemplos dessas dificuldades. Para isso, algumas soluções determinísticas ou até mesmo adaptativas são propostas, como em [10]. Os métodos de projeto para sistemas cooperativos buscam solucionar problemas relativos ao consenso entre os agentes, a perda da capacidade de seguir um líder (ou referência) e respeitar uma determinada formação espacial. Ainda buscam-se formas de solucionar o problema de consenso de forma otimizada, como em [11], [1] e [10], sendo estudadas a adaptabilidade dos protocolos aos diversos tipos de agentes e estruturas de formação dos grupos de agentes.

Em associação aos protocolos, surge o problema das colisões, onde não há a garantia que os protocolos convencionais consigam evitá-las. Dito isto, algumas teorias e métodos estão sendo estudados e desenvolvidos, como exemplo, Muzahid, Abu Jafar e Kamarulzaman [7] propõem um desses métodos.

Para solucionar os problemas de controle cooperativo envolvendo os desafios citados, com base em protocolos que envolvem liderança e formação, buscam-se métodos ótimos adaptativos que atuem na redução de custos relativos a ação de controle e da transição de estado utilizando o conceito da centralização de bando ou consenso — ponto de equilíbrio em um grupo de agentes. Normalmente, esse problema envolve somente o consenso relativo a uma liderança, como é apre-

sentado em [11]. Assim, nesta tese, busca-se resolver esse problema, inserindo a formação para os agentes via Equação Algébrica de *Riccati* com sensibilidade a estrutura do grafo, que indica como as informações são trocadas.

Mediante o problema de sincronização em controle cooperativo e nos métodos baseados na estabilidade de *Lyapunov* [9], neste trabalho é proposto um método adaptativo para as leis cooperativas que usam a equação de rastreo como variável de estado, que é uma composição do estado agente, do líder e da variável responsável pela formação do bando. Assim, faz-se com que o conjunto de equações que realizam o ajuste dos ganhos de realimentação levando em consideração a estrutura do grafo através da matriz Laplaciana, formação e liderança. Isso é aplicado nas duas vertentes apresentadas: sistema cooperativo com agente virtual como guia e através da aplicação direta das leis de cooperação aos sistemas dinâmicos experimentais.

Outra questão considerada é a possível colisão proveniente do efeito de centralização e trajetórias cruzadas dos agentes. Para solucionar esse problema, é proposto um sistema anticolisão baseado no efeito de descentralização que atua diretamente como oposição à ação de centralização do controlador cooperativo. A princípio, o sistema desenvolvido é aplicado aos sistemas multiagentes utilizados como guia, ou seja, que faz uso de agentes virtuais como referência para o agente considerado real. Portanto, busca-se o balanço centralização-divergência através de um parâmetro ajustável e dependente da proximidade dos agentes.

1.4 Objetivos

Os objetivos desta tese são destacados como gerais e específicos para melhor enfatizar os pontos a serem alcançados.

1.4.1 Objetivos Gerais

Os controladores cooperativos não garantem evitar colisões e com base nisso, busca-se suprir esta deficiência através da descentralização e centralização de bando, que seja de fácil ajuste em relação a outros processos e possibilite várias formas de ajuste de seus parâmetros.

Desenvolver métodos de solução ótima para controle cooperativo com base em aprendizado de máquina aplicados a protocolos multiagentes que objetivam a liderança e formação aplicadas a quadrimotores, visando aplicações como monitoramento, segurança, agricultura e sensoria-mento móvel.

1.4.2 Objetivos Específicos

- Desenvolver um sistema anticolisão com base no efeito de descentralização de bando;
- Elaborar estratégias de ajuste paramétrico adaptativo, sensíveis às variações dos Grafos, para as lei cooperativas com base em programação dinâmica e otimização;
- Viabilizar, através do uso de Aprendizado de Máquina (Aprendizado por Reforço - AR), a adaptabilidade dos controladores cooperativos às variações de comportamento dinâmico dos agentes;
- Desenvolver uma plataforma computacional que possa servir de supervisor e simulador para aplicações mencionadas:
 - Avaliar o desempenho dos métodos desenvolvidos relativos aos objetivos de formação e liderança juntamente com suas limitações;
 - Avaliar o funcionamento da teoria desenvolvida utilizando drones Crazyflie 2.0 juntamente com o software desenvolvido.

1.5 Metodologia

O projeto é desenvolvido tendo como ponto de partida as pesquisas bibliográficas, utilizando base de dados da CAPES, como *IEEE*, *Springer* e *Elsevier*, para consulta de livros e artigos. Diante do material obtido, conceitos de sistemas multiagentes são utilizados na óptica de controle cooperativo através de leis que envolvem os conceitos de consenso, formação e liderança. Dessa forma, duas ópticas desses controladores são apresentadas: a individual e coletiva, sempre buscando o objetivo de cooperação. As leis globais, derivadas das individuais, são apresentadas, iniciando-se o processo de determinação dos parâmetros inerentes a essas leis.

O desenvolvimento desta tese inicia-se pelo levantamento bibliográfico, avaliação dos problemas existentes e das propostas de solução. São realizados testes comprobatórios via simulação e experimentos com minidrones.

Todo esse processo é desenvolvido com foco na aplicação em quadrimotores, visto o grande potencial dessa tecnologia para o setor agrícola, de segurança e sensoriamento móvel através de um tratamento colaborativo e da aplicação direta dos controladores multiagentes. Para isso, divide-se o uso dos protocolos em sistemas guia e controle direto sobre os agentes reais. O primeiro sistema, avalia a teoria em um contexto linear, com agentes virtuais sendo utilizados como referência de trajetória para os VANTs, incluindo o sistema anticolisão. O segundo, é mais abrangente e os protocolos atuam diretamente como controlador das variáveis de estado.

O sistema de controle adaptativo é distribuído através de duas estratégias distintas: dependente e independente de modelo, como é apresentado na Fig. 1.1. No Método 1, o algoritmo ajusta os parâmetros do controlador cooperativo com base nos estados do sistema. Já o Método 2 necessita de um modelo de referência para a estimação dos parâmetros, demandando um estimador que, com base nos dados de entrada e saída, vai determinar os parâmetros referente às dinâmicas dos agentes.

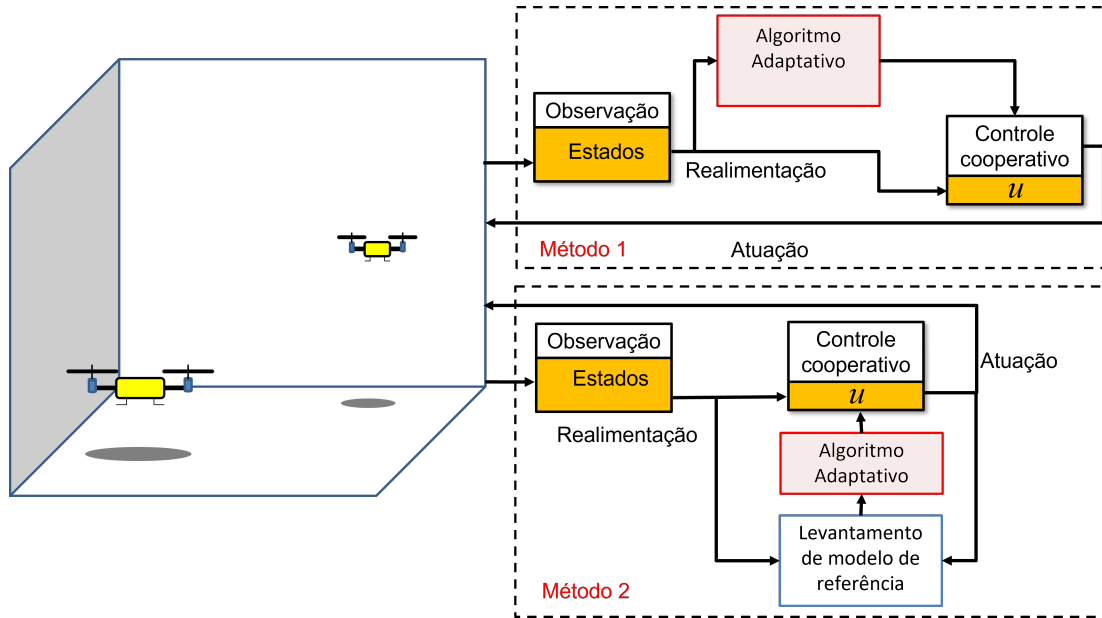


Figura 1.1: Métodos de aplicação do controle cooperativo adaptativo, livre e baseado em modelo.

O método anticolisão desenvolvido é representado através de blocos funcionais, distribuídos em observação dos estados, das distâncias e ajuste dos protocolos, conforme o referido proposto, que influencia no sinal de realimentação de controle, como representado na Fig. 1.2.

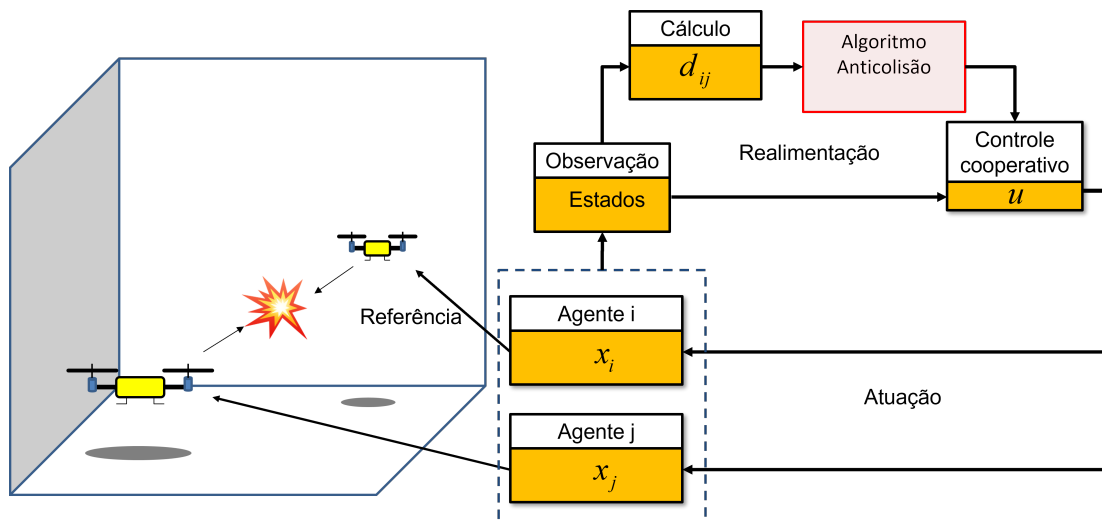


Figura 1.2: Método de aplicação do sistema anticolisão via observação das posições dos agentes.

Definidas as estratégias adaptativas e anticolisão, vem a necessidade do desenvolvimento de uma plataforma computacional para que se possa supervisionar o funcionamento do sistema, possibilitando tanto o uso de um ambiente simulado quanto a representação do que está ocorrendo experimentalmente com drones reais. Com isso, são avaliados tanto dados pontuais quanto imagens e gráficos resultantes dos testes.

Portando, todo esse processo de desenvolvimento da pesquisa possibilita soluções com base em teorias como a de estabilidade de *Lyapunov*, Controle Ótimo e Aprendizado por Reforço (AR), tendo os protocolos e os sistemas de controle cooperativos avaliados quanto a colisões, custo de energia global, distribuição da energia consumida entre os agentes (verificação do equilíbrio), objetivos de grupo que envolvem referências e formação em bando.

1.6 Motivações

O uso da teoria de controle no contexto colaborativo proporciona grandes desafios a pesquisa, pois engloba vários sistemas dinâmicos e com diversas características, ou seja, permite novas vertentes para o uso de controladores, o que inclui: estabilidade, robustez, comunicação, limitações de *hardware*, efeitos do aumento da quantidade de agentes, colisões, ajuste dos controladores, dentre outros. O uso de VANTs também gera grande motivação devido aos diversos trabalhos que são desenvolvidos e da diversidade de aplicações dessa tecnologia.

1.6.1 Sistemas Multiagentes e Controle Cooperativo

A associação da teoria multiagente e de controle proporcionam novos problemas que são desafios para pesquisa e desenvolvimento de projetos, como mencionado nas seções anteriores. Associado a isso, técnicas de aprendizado de máquina também são associadas, exemplificando a complexidade do tema em questão. Em [14], os autores utilizam um sistema de controle neuro-adaptativo voltado para o controle de formação e rastreamento do sinal de referência, por exemplo. Neste caso, é utilizada uma rede de base radial para compensar as não linearidades dos agentes e as perturbações.

Além dos trabalhos já citados, outros vários servem de motivação para o desenvolvimento desta tese, como em [15]. Os autores propõem um sistema de controle multiagente para formação baseado na estimação de modelos e análise de desempenho. Além disso, são utilizados agentes com capacidade limitada de comunicação em que todos possuem o mesmo modelo (sistema homogêneo) e cada agente calcula uma estimativa global de formação utilizando dados estatísticos.

Uma abordagem interessante, envolvendo quadrimotores, ocorre em [16]. Nele é proposto um algoritmo voltado para segurança através do controle de trajetória, considerando o ambiente e

seus obstáculos para evitar colisões. Já em [17], é investigado o gerenciamento de recursos para um conjunto de VANTs (rede de comunicação) associados a um servidor central, funcionando como agente, possuindo um sistema de aprendizagem para alocação de recursos.

Um outro exemplo, que mostra a diversidade dos métodos desenvolvidos que englobam o tema desta pesquisa, é a melhoria da suavidade do sinal de controle gerado pelos protocolos, como em [18]. Neste trabalho, propõe-se um algoritmo cooperativo com consenso e liderança para modelos de segunda ordem, buscando reduzir a oscilação do sinal de controle. Em seguida, propõe um esquema de controle para formação que envolve a integração do consenso e um padrão geométrico, além de fazer uso da teoria de *Lyapunov* para garantia de estabilidade.

Trabalhos que abordam sistemas multiagentes heterogêneos também inspiram esta tese. Nesse contexto, destaca-se a pesquisa apresentada em [19], que trata da busca por uma formação multiagente em quadrimotores heterogêneos com liderança virtual, controle de formação em cascata, incluindo o controle de posição e rotação. Ainda são aplicadas técnicas de Aprendizado por Reforço (AR) baseadas nos dados obtidos dos VANTs para ajuste de parâmetros.

Seguindo a mesma linha de formação multiagente, em [20] é trabalhado um conjunto de quadrimotores sujeitos a alterações na geometria de formação. Também inclui nesse processo, distúrbios externos e incertezas paramétricas através dos conceitos de controle robusto. Já em [1], são estudados sistemas que possuem dinâmicas aleatórias e propõe como solução, um controle ótimo adaptativo aplicando técnicas de Aprendizado por Reforço. Do mesmo modo, em [21] é apresentado um controle de formação robusto com atrasos de comunicação.

1.6.2 Sistema anticolisão

Quando o termo de referência é colisão entre agentes, existem vários trabalhos que motivam esta pesquisa. Assim em [22] é tratado o problema da centralização ou convergência livre de colisão, sendo um problema de difícil solução, principalmente durante a movimentação. Em vista disso, em [22] é proposto um sistema com protocolo assintoticamente estável que realiza uma troca de atribuição para o agente em rota de colisão, alterando seu ponto alvo futuro através do compartilhamento de informações locais.

Outra referência que foca em sistema livre de colisões ocorre em [23], que trata do rastreamento de formação sem colisão para sistemas de ordem dois, incluindo restrições de comunicação como velocidade e aceleração. Consiste em um sistema que depende de observadores de estado em que um controlador é sintetizado para garantir a não ocorrência de colisões. Isso inclui uma distância de segurança e uma força de repulsão gerada quando um elemento entra em uma determinada região no entorno do agente.

1.6.3 Tecnologia e sua diversidade de aplicações

A utilização de VANTs, principalmente na figura dos drones, ganhou relevância em diversas áreas levando a uma busca maior por melhorias desses sistemas. Estudos que abordam a modelagem de VANTs, como [13], em que os autores tratam de modelos altamente acoplados e não lineares de quadrimotores, mostra a demanda por aumento da confiabilidade do sistema de navegação através de controladores não lineares por modos deslizantes, que consiste em reduzir um modelo genérico para um sistema de primeira ordem, acrescentando-se as incertezas dos parâmetros na própria estrutura do modelo.

A otimização e planejamento de trajetórias na presença de restrições, realizada em [24], é um outro exemplo de estudo para melhorar essa tecnologia. Nesse caso, o veículo aéreo é utilizado como um servidor que interliga várias unidades móveis terrestres, cujo o objetivo é utilizar técnicas de otimização para minimizar o consumo de energia das unidades em solo. Isso é realizado através de modelagem com restrição de trajetória, controle de velocidade e aceleração.

Outra utilização de VANTs, diferente das já mencionadas e que mostra a versatilidade das aplicações e a importância dessa tecnologia, é no monitoramento de emissões de gases em embarcações marítimas, como apresentado em [25]. Este trabalho inclui um sistema de sensoriamento remoto de dióxido de carbono e outros gases, georreferenciamento e cálculos de dispersão, o que pode vir a ser de extrema importância no levantamento da poluição atmosférica.

No mesmo sentido, em [26], um VANT é utilizado para rastreamento de alvos em tempo real. Para isso, uma câmera é fixada ao VANT e alvos móveis são rastreados ao longo de um trajeto. Estratégias de controle preditivo são aplicadas com base em modelos não lineares de *Hammerstein*, sendo que os algoritmos são embarcados em cartões de controle de voo.

A segurança envolvendo esse tipo de sistema não pode ser relativizada e pesquisas nesse sentido também são destaques. Como exemplo, em [27] é exposto um sistema que usa vários VANTs em um mesmo ambiente, onde é realizada a modelagem matemática das ameaças a esse sistema, visando o transporte inteligente em cidades.

Dentro desse contexto, não se pode deixar de fora a agricultura, que é tão forte no país e no Maranhão. Para tanto, esse tipo de aplicação tem sido um dos principais destaques, como em [28] que faz uso de VANT para o processo de fertilização a uma taxa variável de acordo com a região e necessidade do plantio, proporcionando uma redução nos custos.

Outro ponto positivo e motivador está na gama de aplicações dos VANTs. A diversificação do uso dessa tecnologia é bem promissora, como no setor militar, civil, comercial e de segurança [29], como destacam-se:

- Segurança civil:

Neste caso, os VANTs são utilizados na proteção de pessoas, vigilância em áreas de preservação ambiental, policiamento e combate a incêndios.

- Uso comercial:

No meio comercial, geralmente são utilizados sistemas de pequeno porte, que vem crescendo com desenvolvimento dos VANTs. Isto inclui as aplicações agrícolas, fotografia/filmagem e transporte de carga leve e processos de regularização latifundiárias, sempre buscando a segurança do processo.

Para exemplificar essas aplicações no âmbito comercial, descreve-se como essa tecnologia é utilizada em cada setor:

- Agricultura:

Dentre todas as aplicações de VANTs, a agricultura é uma das que mais se destaca. Como exemplo, a AGROCETE (<https://conteudo.agrocete.com.br/>) destaca alguns benefícios para aplicações desta tecnologia. A primeira é a economia de água, sendo que o volume de pulverização por hectare varia de 10 a 15 litros, um valor dez vezes menor em média do que nas aplicações terrestres.

De acordo com a revista [30], os drones ganharam espaço nas lavouras brasileiras atuando na pulverização de agrotóxicos em culturas de eucalipto, cana-de-açúcar, laranja, café e arroz, com uma perspectiva de expansão nos próximos anos. O benefício está na melhor fluidez na aplicação de produtos, que ao utilizar soluções químicas mais concentradas, garantem uma aplicação mais eficiente e distribuída, melhorando a eficiência.

O terceiro fator citado, não é bem uma vantagem, mas um aspecto. Está relacionado a calibragem da pulverização, que considera a altura de aplicação, o impacto no ar e a distribuição do produto aplicado. Nesse processo, está incluso o tamanho da gota, que é diretamente influenciado pelo vórtex gerado pelas hélices, o que deve ser calibrado no sistema de dispersão. Além disso, são necessários que outros cuidados devam ser tomados, como a calibração, para evitar perda de material através da dispersão de partículas, e limpeza, podendo assim reduzir impactos ao ambiente.

Nesse contexto, algumas empresas citam diversas formas de utilização de VANTs, como a empresa PIX Force. Ela cita algumas aplicações na fotografia, proteção contra avalanches e na construção civil, dentre elas:

1. Sensoriamento remoto;
2. Acompanhamento da saúde na agricultura;

3. Demarcação de área de plantio;
4. Levantamento de número de plantas em uma dada área;
5. Detecção de pragas;
6. Aplicação e pulverização de pesticidas;
7. Monitoramento do sistemas de irrigação;
8. Detecção de focos de incêndio.

Desse modo, a diversidade de aplicações no setor agrícola serve de motivação para o desenvolvimento de pesquisas na busca por novas alternativas, objetivando a redução de custos e impactos ao meio ambiente.

- Fotografia aérea:

Envolve o uso comercial de VANTs para gravação e fotografias, exigindo operadores especializados, sendo geralmente, um recurso acessível a profissionais que trabalham com mídia.

- Proteção contra avalanches:

Neste caso os VANTs são utilizados na prevenção de avalanches em ambiente montanhoso, incluindo a pesquisa de encostas e análise da neve na busca pela segurança.

- Construção e assistência:

Utilizado para auxiliar na construção de estradas, identificar problemas, realizar medição e acompanhamento de obra, identificar e verificar rachaduras em edifícios e diminuir riscos envolvendo acidentes com os profissionais que realizam esse tipo de serviço.

Além dessas aplicações, existem várias outras que mostram o potencial dessa tecnologia que vem se desenvolvendo e está cada vez mais presente na realidade humana.

1.7 Organização dos Próximos Capítulos

A tese está estruturada em fundamentação teórica, metodologias desenvolvidas e resultados, distribuída em sete capítulos, conforme organograma apresentado na Fig. 1.3.

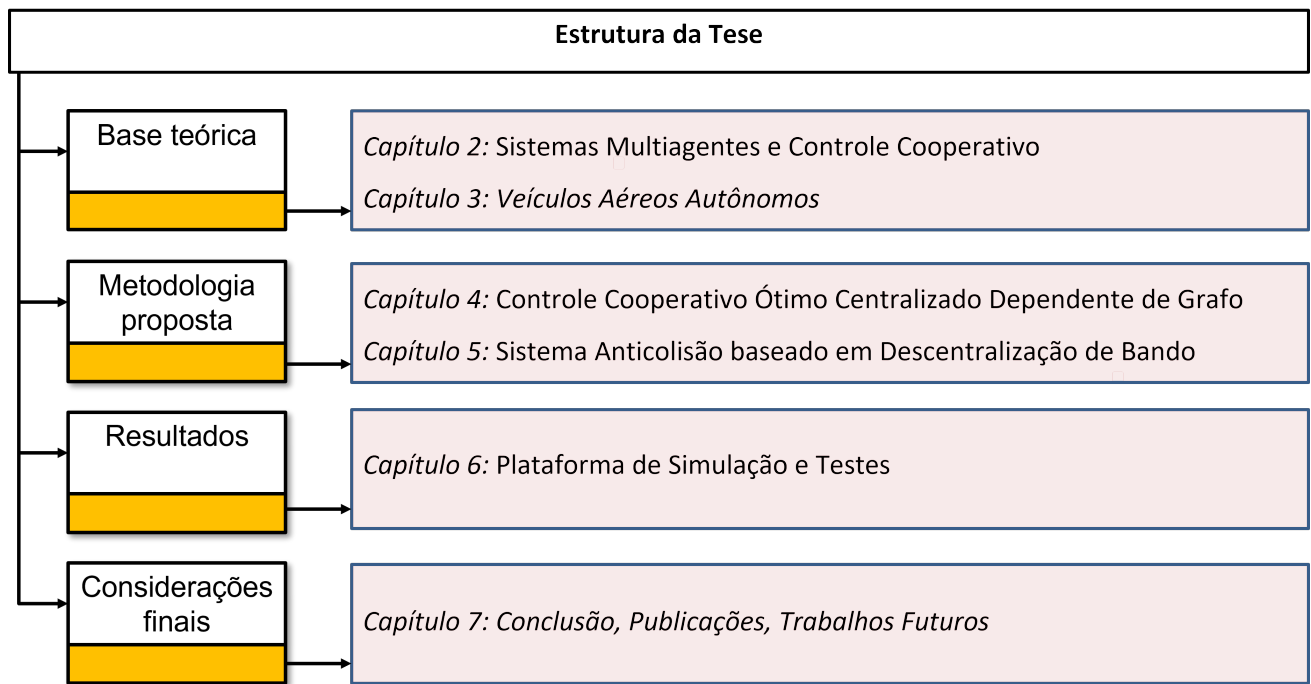


Figura 1.3: Estrutura organizacional da tese.

Os capítulos estão organizados em teóricos, métodos desenvolvidos, resultados e conclusões. No Capítulo 2 é apresentada a teoria de sistema multiagente e controle cooperativo, contendo modelos de referência iniciais para os agentes e os protocolos de comunicação existentes. Mostra o problema de sincronização e introduz o controle ótimo para esse tipo de sistema. No Capítulo 3 é apresentada a modelagem para o quadrimotor, dadas as equações de rotação, translação e motores, bem como as características do drone, até então utilizado nas simulações, bem como os controladores internos.

Os Capítulos 4 e 5 fazem parte da contribuição propriamente dita. O Capítulo 4 contextualiza, matematicamente, o problema e apresenta o desenvolvimento da teoria de controle ótimo para os protocolos dependentes de grafo. Mostra duas abordagens de cálculo para o problema de centralização, liderança e formação, uma via multiplicadores de Lagrange e outra via Programação Dinâmica, finalizando com o algoritmo de iteração desse controlador. No Capítulo 5 é apresentado o sistema anticolisão e todo o desenvolvimento da ideia em torno do balanço entre centralização e descentralização, sendo apresentadas as regiões de classificação de risco de colisões e como os parâmetros e matrizes, que fazem parte do método, são ajustados.

No Capítulo 6 é apresentada a plataforma de testes desenvolvida e os resultados simulados e experimentais associados aos métodos dos Capítulos 4 e 5. Dentre eles, estão os resultados do sistema anticolisão e do controle ótimo aplicado à diversos tipos de agentes.

No Capítulo 7 são expostas as considerações finais, publicações e trabalhos futuros. Por fim, são apresentadas as bibliografias utilizadas ao longo do desenvolvimento da pesquisa.

Sistemas Multiagentes e Controle Cooperativo

Neste capítulo são apresentados os conceitos de sistemas multiagentes com base na teoria de grafos [11] [12] [31]. São apresentados modelos dinâmicos padrões para os agentes, como os inspirados nas leis de Newton e não lineares. São abordados os protocolos multiagente que são utilizados como controle cooperativo com liderança, formação e centralização de bando. Por fim, os sistemas em malha fechada e uma das formulações de controle ótimo multiagente.

Os sistemas multiagentes unidos a teoria de controle possuem vasta aplicação em redes de sensores, veículos autônomos e comunicação, além de estudos que envolvem o próprio sistema multiagente. Como exemplo, em [32], os agentes são submetidos a perturbações para avaliar seus comportamentos.

A lógica envolvendo esse tipo de sistema é baseado nas características individuais e de grupo, sendo inspiradas em comportamentos observados na natureza. Cada agente possui comportamento dinâmico próprio, enquanto sofre influência de seu vizinhos. As interações entre esses elementos são transcritas em equações matemáticas denominadas protocolos, que regem o comportamento social, assim como as leis que regulam nossa sociedade.

O sistema multiagente é caracterizado pelas relações sociais entre os elementos dinâmicos que o compõe. Cada indivíduo (agente) deve atuar de forma harmônica em busca de um objetivo comum. Como por exemplo, em [33], o objetivo é a melhoria da liberdade de atuação dos agentes. Isso é viabilizado pela redução da região de risco de colisões através da inclusão de um fator de prevenção no protocolo de controle. Já em [34], o objetivo é planejar o movimento de uma classe de sistemas. Para isso, é aplicada a teoria multiagente através de uma formulação cinemática que utiliza veículos aéreos para o transporte de objetos.

A troca de informações entre os elementos de um grupo é um fator importante, podendo ocorrer de forma unidirecional ou bidirecional entre os agentes. Cada informação tem seu grau de relevância, dada em função de um fator de ponderação. Nesse processo, cada indivíduo responde

de acordo com a motivação e dinâmica comportamental própria. No entanto, estando em grupo, passam a seguir as leis coletivas, denominadas protocolos [11]. Como se tratam de seres individuais em um contexto coletivo, cada elemento reage instintivamente às informações e ao mesmo tempo produz movimentos sincronizados.

Um exemplo interessante, são os pássaros. Estes têm como objetivo a migração e obtenção de alimento. Para isso, enfrentam obstáculos como intemperes físicos e naturais, como montanhas e predadores. Eles realizam movimentos síncronos que são resultados de decisões instantâneas relativas a um líder e das ações dos vizinhos. Isso mostra que é impossível representar o movimento de cada indivíduo através de movimentos ou trajetórias predefinidas, como citado em [11].

Existem várias abordagens e aplicações envolvendo esses sistemas. Em [35] a teoria multiagente é aplicada na óptica de controle para rastreamento e predição. Em [36], para tratar do problema de fluxo de pacientes em hospitais. Em [37] a aplicação da teoria foca no *marketing* inteligente e estratégico para clientes. Já [38] trata a necessidade de reconstruir objetos em quatro ou mais dimensões com raio-x associadas ao tempo, espaço e outros parâmetros, desenvolvendo algoritmos de reconstrução 4D através do consenso de múltiplos agentes.

A aplicação da teoria multiagente junto à otimização tem contribuído na melhoria do desempenho desses sistemas. Em pesquisas envolvendo trajetórias ótimas, como em [1], o tema é abordado em um ponto de vista estocástico. Mas também, estratégias de controle para o consenso desses sistemas, como em [39], que aborda as formações multiagentes com lideranças. Já em [40], é tratado o controle para sistemas multiagentes na presença de perturbações externas, buscando estabilidade através das teorias de *Lyapunov*. Por fim, em [41], é apresentada uma estratégia ótima de decisão adaptativa em sistemas multiagente de chaveamento aleatório.

2.1 Sistemas Multiagentes

De acordo com Mebashi e Egerstedt [12], a ciência de redes surgiu como um paradigma conceitual que incluem redes interconectadas englobando desde redes sociais, rede de sensores, até a coordenação e controle multiagente. Além disso, afirmam que uma premissa básica dessas redes é avaliar como sua estrutura influencia nas diversas camadas desse sistema.

Os elementos que compõem o sistema multiagente atuam em uma rede colaborativa para atingirem o objetivo global, ou seja, devem realizar coletivamente uma tarefa. Assim, este tipo de sistema busca inspiração em sistemas colaborativos naturais, como bandos, enxames, cardumes, dentre outros. Dentro dos objetivos destacados em [11] e [12] estão a aplicação da teoria multiagente na formação em voo, rede de sensores, nano sistemas, redes sociais, sistemas de energia e controle cooperativo.

Nesse contexto, os veículos não tripulados são utilizados, agindo em formação e cooperativamente, tanto para fins militares quanto civis. Com isso, busca-se mais eficiência, redução de custos e economia de tempo. A utilização de múltiplos agentes aumenta o raio de ação, podendo tornar a execução de tarefas mais precisa, o que é necessário para casos como monitoramento, por exemplo.

Relativo às redes de sensores sem fio, autônomas e espacialmente distribuídas, a teoria multiagente é utilizada como uma forma de monitorar ambientes através de diversos sensores. Uma característica desses sistemas é a troca direta de informações, aumentando a eficiência do processo que depende da geometria da rede.

Outro tipo de aplicação está relacionada aos materiais orgânicos. O objetivo é projetar e desenvolver circuitos, redes e sistemas dinâmicos moleculares, buscando avanços nas ciências biológicas. Já em redes sociais, busca-se a manipulação no comportamento da mesma. Para isso, leva-se em consideração o tipo e como a informação é transmitida. Isso altera completamente o comportamento da rede, comprovando que a estrutura geométrica e as interconexões têm impacto direto na dinâmica social. Por fim, nos sistemas de energia a complexidade é considerada alta, pois é uma rede bastante interconectada, tendo a estabilidade e controle dos elementos que a compõe. O foco é a busca por uma rede elétrica inteligente.

Como observado nesses exemplos, o agente é o elemento atuante que recebe informações do ambiente e reponde a esses estímulos através de ações. Estas são determinadas de acordo com as características individuais, influenciando no comportamento dinâmico da rede de cooperação. A alteração de estado dos indivíduos influencia toda sua cadeia ao qual estão conectados, seja diretamente ou não. Logo, trata-se de como a informação é apresentada e como o agente a percebe, tendo como consequência, a interferência no ambiente, conforme é representado na Figura 2.1.

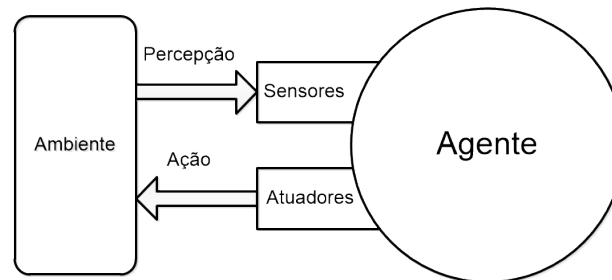


Figura 2.1: Representação da relação entre agente e ambiente via sensores.

Fonte: Reproduzido de [42].

De acordo com Bordini et al. [42], os sistemas multiagentes são caracterizados por serem capazes de sentir (uso de sensores) e responder (ação realizada por meio de atuadores) às informações que lhes são passadas. Para isso, existe um conjunto de possíveis ações relativas ao ambiente. Dentre as propriedades desses sistemas estão a autonomia, proatividade, capacidade de reação, além

das habilidades sociais.

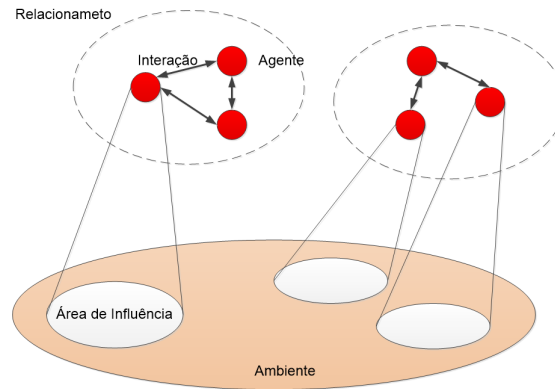


Figura 2.2: Agentes em um dado ambiente e indicação da área de influência e troca de informações.
Fonte: Autor, baseada em [42]

Na Figura 2.2 são representados os processos de percepção do ambiente em que os agentes possuem uma área de influência e as informações são transmitidas entre eles através das conexões existentes. Com base na modelagem matemática dessas interações, é possível definir o comportamento do grupo e aplicar a teoria de controle cooperativo.

Em [11], o conceito multiagente é abordado exaltando as interações sociais dos agentes e seus comportamentos, focada na óptica de controle cooperativo. Os processos interativos do grupo seguem, integral ou parcialmente, três princípios, denominados regras de *Reynold's*, que são:

1. Evitar colisões com agentes vizinhos, foco principal da contribuição desta tese;
2. Velocidade correspondente: velocidade de deslocamento deve está em acordo com a dos vizinhos;
3. Centralização do bando: manter uma proximidade ao vizinho.

Com base nestas três regras, são determinados os protocolos de controle, leis matemáticas que indicam a ação do agente baseada na percepção do ambiente. Todo esse processo é modelado via teoria de grafos.

2.2 Modelagem Utilizando Grafos

Como mencionado por Mesbahi e Egerstedt [12], o compartilhamento de informação entre os agentes é limitado devido a distância, capacidade de propagação e energia consumida. A construção das conexões entre os elementos refletem diretamente na característica da rede. Essas conexões são representadas em grafos.

Os grafos são estruturas abstratas utilizadas desde a aviação até problemas de sequenciamento de genoma e reconstrução de DNA [31]. Isso tudo, através de um formalismo matemático que representa a interdependência envolvendo um conjunto de elementos (agentes, nós ou vértices). As conexões, que interligam vários nós, são representadas através de arcos ou arestas. Logo, o grafo é composto por um conjunto de N nós (agentes) e m arestas (representando o fluxo de informação). Portanto, segundo [11], o grafo é definido por um par $G = (V, E)$, com $V = [v_1, \dots, v_N]$ sendo o conjunto de vértices e E o de arestas ou arcos. Os elementos de E são compostos por pares (v_i, v_j) , representando o fluxo de informação que ocorre entre v_j e v_i .

As conexões entre os nós são representadas pelas arestas e as informações que passam por elas são ponderadas por um fator representado pela letra a . O fator indica a força de interação entre dois elementos de um grafo. Portanto, considerando dois nós, i e j , essa interação com origem no vértice i e termino em j é dado por a_{ij} . Assim, a modelagem através de grafos representa a interação em um grupo de agentes, valendo ressaltar, que o comportamento social é regido pelos protocolos, que são uma interpretação matemática das regras de *Reynold's*. Logo, dado um nó definido por v_i , estando acompanhado de uma vizinhança denotada por $N_i = v_j : (v_i, v_j) \in E$, ou seja, o conjunto de nós pelo qual v_i recebe ou cede informações que estão associados a uma força de conexão, $a_{ij} > 0$, e direcionadas por setas, um exemplo de grafo é representado na Fig. 2.3, com $N = 6$.

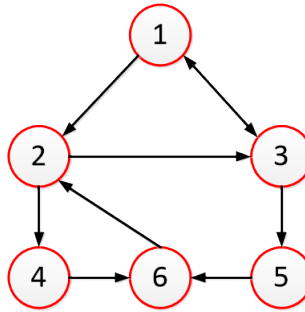


Figura 2.3: Exemplo de um Grafo representando a interação entre 6 agentes.

Fonte: Reproduzida de [11]

Tomando como exemplo a Fig. 2.3, o fluxo de informação é representado pelas arestas do grafo, possuindo algumas classificações. Uma aresta é unidirecional quando o fluxo ocorre em um único sentido, como no caso da aresta (v_1, v_2) , sendo $a_{21} > 0$ e $a_{12} = 0$. Já no caso da aresta (v_1, v_3) é bidirecional, sendo $a_{31} > 0$ e $a_{13} > 0$. Além disso, no caso de uma aresta bidirecional, há uma subdivisão em direcionado ou não direcionado. É dito não direcionado quando o valor de ponderação é igual para ambos os pares de agentes que se conectam, ou seja, $a_{ij} = a_{ji}$ e direcionado quando $a_{ij} \neq a_{ji}$, com ambos diferentes de zero.

Além da classificação relativa ao fluxo de informação, os grafos podem ser do tipo *conectado*, quando para cada par de vértices em $V(G)$ existe ao menos um caminho que os tenha como

vértices, ou seja, existe ao menos um caminho que conecta, diretamente ou indiretamente, dois vértices. Todavia, é denominado *desconectado*.

Além desses conceitos, tem-se:

- Caminho direcionado: é uma sequência de nós $(v_0, v_1, \dots, v_r)$, tal que $(v_i, v_{i+1}) \in E$, com $i \in 0, 1, \dots, r-1$;
- A distância v_i/v_j é o tamanho do caminho mais curto de v_i para v_j ;
- O grafo é dito fortemente conectado se v_i e v_j são conectados a todos os nós distintos de $v_i, v_j \in V$;
- O diâmetro de um grafo é a maior distância entre os nós. Caso não estejam conectados, a distância é considerada infinita;

Além disso, em [12] são citados três agrupamentos de grafos: estáticos, dinâmicos/dependente de estado e aleatório.

Nas redes estáticas, as arestas são fixas ao longo do tempo e a informação flui sempre da mesma forma. Nas dinâmicas, as arestas se modificam e podem vir a desaparecer e bordas podem surgir à medida que um agente entra no alcance do grupo. Por fim, as aleatórias, são consideradas especiais e atendem a uma distribuição de probabilidade.

Definidos alguns conceitos relativos à estrutura de rede multiagente, são destacados conceitos pertencentes aos protocolos cooperativos, como segue:

- *Consenso*: trata-se do acordo global entre os agentes em relação a um valor de estado;
- *Formação*: quando agentes atendem a uma determinada geometria;
- *Atribuições*: são tarefas exequíveis a todos os agentes;
- *Cobertura*: são redes distribuídas de forma a evitar elementos desconectados;
- *Enxameação*: fazer com que agentes exibam comportamento similares aos vistos na natureza. O comportamento coletivo dos pássaros é um exemplo;
- *Redes sociais*: análise de como as interações são influenciadas pela topologia da rede;
- *Estimativa distribuída*: utilização de um grupo de sensores para estimar algum fenômeno aleatório.

Dados os conceitos básicos que envolvem os grafos, apresenta-se a representação matricial dos grafos, que facilitam a manipulação das equações e são utilizados no desenvolvimento desta pesquisa.

2.2.1 Grafos na forma matricial

Os primeiros elementos a serem definidos são os pesos referentes ao grau de pertinência da informação, sendo assim, o grafo pode ser ponderado e não ponderado. Logo, seja o grafo $G(E, V)$, cujas arestas possuem pesos $a_{ij} = 1$ para $(v_j, v_i) \in E$ e $a_{ij} = 0$ para os demais casos, podendo ser representado de forma matricial através de uma matriz adjacente ou de conectividade $A = \{a_{ij}\}$ constitui um grafo não ponderado. Se o nó não possui realimentação da informação, significa que $a_{ii} = 0$. Dessa forma a_{ij} é definida por

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } (v_i, v_j) \in E, \\ 0 & \text{caso contrario.} \end{cases} \quad (2.1)$$

Dado um grafo ponderado $G = (V, E, w)$, sendo w é dito valor de incidência, e portando os valores da Matriz de adjacência, são dados por

$$a_{ij} = \begin{cases} w_{ij} & \text{se } (v_i, v_j) \in E, \\ 0 & \text{caso contrario.} \end{cases} \quad (2.2)$$

Definidos os pesos que ponderam o fluxo de informação, um conceito importante é o grau de entrada e saída de um nó, que indica o grau de incidência total que entra ou sai de um vértice. O grau de entrada é dada pela soma dos pesos correspondentes ao fluxo de informação que chega, ou seja, a soma da linha de A , sendo dada por

$$d_i = \sum_{j=1}^N a_{ij}. \quad (2.3)$$

Já o grau de saída, é dado pela soma da coluna de A , sendo determinado por

$$d_i^o = \sum_{j=1}^N a_{ji}. \quad (2.4)$$

Tais propriedades são ditas locais, pois, estão relacionadas a cada agente em particular. Como propriedade global tem-se o volume do grafo, dado por

$$Vol(G) = \sum_{i=1}^N d_i. \quad (2.5)$$

Vale ressaltar que para grafos não direcionados $A = A^t$.

Visto tais propriedades, considere um conjunto de agentes dispostos em um grafo $G(E, V)$, com matriz de conectividade $A = \{a_{i,j}\}$, define-se a matriz denominada Laplaciana. Esta é a representação do grafo, onde as propriedades relativas aos seus valores singulares determinam o comportamento da rede. Logo, com base em [11], definindo-se $D = \text{diag}(d_i)$ como a matriz diagonal formada pelos graus de entrada, a matriz Laplaciana L , é dada por

$$L = D - A. \quad (2.6)$$

Tomando como exemplo o caso da Figura 2.3 e assumindo que todos os graus de incidência das arestas são unitários, a matriz de conectividade é dada por

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

A matriz D , cuja diagonal principal é composta pelos graus de entrada, é dada por

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Portanto, a matriz Laplaciana, dada pela Eq. (2.6), é igual a

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

2.2.2 Análise da Matriz Laplaciana

A teoria de grafos associa objetos algébricos, como matrizes e polinômios, às arestas e nós, gerando uma variedade de técnicas e propriedades [12]. A matriz Laplaciana desempenha um papel fundamental na dinâmica do sistema multiagente. Devido a isso, uma análise mais detalhada é necessária. Assim, reescrevendo a matriz L na forma canônica de Jordan, tem-se que

$$L = MJ_oM^{-1}, \quad (2.7)$$

sendo

$$J_o = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & \lambda_N \end{bmatrix}, \quad (2.8)$$

e $M = [v_1, v_2, \dots, v_N]$ sendo a matriz de autovetores que satisfazem a relação de auto-estrutura dada por

$$(\lambda_i I - L)v_i = 0. \quad (2.9)$$

Portanto, M é composta pelos autovetores a direita e M^{-1} pelos autovetores a esquerda, denominados de w_i^T , que satisfaz a relação dada por

$$w_i^T(\lambda_i I - L) = 0. \quad (2.10)$$

A soma dos elementos das linhas de L são nulas, portanto, sendo $\underline{1} = [1 \cdots 1]^T \in R^N$, então a relação $L \cdot \underline{1} \cdot c = 0$ é válida, dado que c é uma constante. Isso significa que para um autovalor $\lambda_i = 0$, tem-se um autovetor $v_i = \underline{1}c$, que pertence ao espaço nulo de L . Se $\lambda_i = 0$ não se repete, então $v_i = \underline{1}c$ é o único vetor pertencente ao espaço nulo de L . Com base nesta análise, em [11] é apresentado o teorema:

Teorema 2.1. *L tem rank $N - 1$ com $\lambda_1 = 0$ não repetido, se e somente se o grafo tem abrangência em árvore.*

Este teorema é de extrema importância, já que corresponde às características dos grafos utilizados neste trabalho. Isso garante a existência de um consenso entre os agentes, já que L possui uma auto-estrutura bem definida. Esse teorema é provado em [11] através do critério do círculo de *Gersgorin*. Mostra que além de $\lambda_1 = 0$ para um sistema com abrangência em árvore, prova que os demais autovalores estão localizados no semiplano direito. Além disso, os valores singulares dessa

matriz, que se caracteriza por ser simétrica e semi-definida positiva, podem ser ordenados como segue:

$$\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_N$$

Partindo do Teorema 2.1 e das afirmações anteriores, onde um grafo com abrangência em árvore têm um autovalor $\lambda_1 = 0$, destaca-se outro autovalor, λ_2 , que é responsável por ditar a velocidade de interação dos sistemas dinâmicos pertencentes ao grafo. Valores grandes de λ_2 são considerados bons para que se tenha convergência no processo. Este autovalor é chamado de autovalor de *Fiedler*.

Existem limites para λ_2 . Por exemplo, em grafos não direcionados:

$$\lambda_2 \leq \frac{N}{N-1} d_{min}, \quad (2.11)$$

sendo N o número de nós ou agentes e d_{min} o menor valor entre os graus de entrada.

Relativo a λ_2 , o limite o limite inferior é dado em função do $vol(G)$, Eq. (2.5), e do diâmetro do mesmo, $Diam(G)$, dado pela maior distância entre dois nós de G .

Outro teorema que ajuda a caracterizar um grafo em relação aos valores singulares de L é provado em [12]:

Teorema 2.2. *O Grafo G é dito conectado se e somente se $\lambda_2 > 0$.*

Portanto, de posse do conhecimento da teoria de grafos, introduz-se as noções de protocolo, visando a representação das regras de *Reynold's* que são apresentadas, matematicamente, nas próximas seções. Antes, são apresentados os modelos de referência para os agentes.

2.3 Representação Matemáticas para os Agentes

A dinâmica representativa de um agente pode ser representada de diversas maneiras que englobam equações simplificadas, como uma derivada, sistemas de ordem elevada e não lineares.

Como é apresentado em [11], os modelos mais básicos para os agentes envolvem as equações de Newton como as de posição e velocidade, dadas por $s(t) = s_o + v \cdot t$ e $v(t) = v_o + a \cdot t$. Portanto, a equação dinâmica para o agente i , no tempo contínuo, é dada pelo conjunto de equações iguais a

$$\dot{x}_i = v_i, \quad (2.12)$$

e

$$\dot{v}_i = u_i, \quad (2.13)$$

sendo $u_i \in \mathbb{R}$ a aceleração, $v_i \in \mathbb{R}$ a velocidade e $x_i \in \mathbb{R}$ a posição. Mas, como este trabalho é voltado para aplicações no tempo discreto, são apresentados os modelos discretizados, na ordem crescente de complexidade, tendo como referência inicial as equações de Newton.

2.3.1 Modelo de primeira ordem de Newton

O modelo mais simples utilizado para representar dinamicamente os agentes é o de primeira ordem. Este tem por base o conceito físico de velocidade e posição. Por isso, a dinâmica individual de um agente é baseada na formulação contínua, que discretizada resulta na expressão que é dada por

$$x_i(n+1) = x_i(n) + u_i(n), \quad (2.14)$$

sendo $x_i, u_i \in \mathbb{R}$ o estado e o sinal de entrada, respectivamente.

2.3.2 Modelo de segunda ordem de Newton

Definidas as equações representativas das dinâmicas discretas de primeira ordem, as de segunda são baseadas nas equações de posição e velocidade de Newton. Logo, a dinâmica do agente é dada por

$$\begin{cases} x_i(n+1) = x_i(n) + v_i(n), \\ v_i(n+1) = v_i(n) + u_i(n). \end{cases} \quad (2.15)$$

Esta formulação, Eq. (2.15), pode ser reescrita na forma $z(n+1) = Wz(n) + Bu(n)$, considerando $z_i(n) = [x_i(n), v_i(n)]^T$ os estados do sistema. Logo, a dinâmica do agente é dada por

$$z_i(n+1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} z_i(n) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_i(n), \quad (2.16)$$

com $W = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ correspondendo a matriz de estado do agente, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ sendo a matriz de entrada, $x_i \in \mathbb{R}$ a posição, $v_i \in \mathbb{R}$ a velocidade e $z_i \in \mathbb{R}^2$ o vetor de estados.

2.3.3 Modelo generalizado

Os modelos, apresentados até aqui, são específicos para agentes que seguem uma dinâmica Newtoniana de posição, velocidade e aceleração. Todavia, o modelo generalizado é utilizado de forma mais ampla, pois trata-se da formulação matemática genérica e convencional no espaço de estados, que é dado por

$$x_i(n+1) = Wx_i(n) + Bu_i(n), \quad (2.17)$$

sendo, $x_i \in \mathbb{R}^{ne}$, o vetor de estados com ne elementos, $u_i \in \mathbb{R}^m$ o vetor de entrada com m elementos, $W \in \mathbb{R}^{ne \times ne}$ a matriz de transição de estado, e $B \in \mathbb{R}^{m \times ne}$ a de entrada. Assim, apresentadas algumas das representações matemáticas para os agentes, introduz-se a questão da não linearidade.

2.3.4 Abordagem não linear para os agentes

Para casos em que os agentes possuam características não lineares, a representação matemática é mais complexa. Além disso, quando se fala em múltiplos sistemas no contexto colaborativo, surge a possibilidade que em um dado instante t , um suposto agente $i = 1$ possa ter dinâmica $f_1(x_1, t)$, o agente $i = 2$, $f_2(x_2, t)$ e assim sucessivamente, o que torna mais desafiador o projeto de controladores cooperativos. Portanto, a dinâmica não linear de primeira ordem para um agente, é representada por

$$\dot{x}_i = f_i(x_i, t) + u_i + w_i, \quad (2.18)$$

sendo $x_i \in \mathbb{R}$ o estado do agente, $u_i \in \mathbb{R}$ a entrada e $w_i \in \mathbb{R}$ uma possível perturbação. Assim, a forma global para os agentes é:

$$\dot{x} = f(x, t) + u + w, \quad (2.19)$$

com $x = (x_1, x_2, \dots, x_N)^T \in \mathbb{R}^N$, $f(x, t) = (f_1, f_2, \dots, f_N)^T \in \mathbb{R}^N$, $u = (u_1, u_2, \dots, u_N)^T \in \mathbb{R}^N$ e $w = (w_1, w_2, \dots, w_N)^T \in \mathbb{R}^N$.

Considerando o caso de um sistema não linear de segunda ordem, para um dado nó i , o modelo é dado por

$$\begin{aligned}\dot{x}_{i,1} &= x_{i,2}, \\ \dot{x}_{i,2} &= f_i(x_i) + u_i + w_i,\end{aligned}\tag{2.20}$$

sendo $x_i = [x_i^1, x_i^2]^T \in \mathbb{R}^2$ o vetor de estados, $u_i \in \mathbb{R}$ a entrada de controle e $w_i \in \mathbb{R}$ uma perturbação externa, que de forma generalizada para N agentes, é descrita na forma

$$\begin{aligned}\dot{x}^1 &= x^2, \\ \dot{x}^2 &= f(x) + u + w,\end{aligned}\tag{2.21}$$

em que divide-se o sistema global em dois vetores base, um de velocidade $x^2 = [x_1^2, x_2^2, \dots, x_N^2]^T \in \mathbb{R}^N$ e um de posição $x^1 = [x_1^1, x_2^1, \dots, x_N^1]^T \in \mathbb{R}^N$. Complementarmente, define-se $x = (x^1, x^2)^T$ como sendo o vetor de estado global, $f(x) = [f_1(x_1), f_2(x_2), \dots, f_N(x_N)]^T \in \mathbb{R}^N$ o vetor de transição de estado global, $u = [u_1, u_2, \dots, u_N]^T \in \mathbb{R}^N$ o vetor de entradas global e $w = [w_1, w_2, \dots, w_N]^T \in \mathbb{R}^N$ de perturbações externas. Para este caso, a referência ou liderança pode assumir a forma, dada por

$$\begin{aligned}\dot{x}_0^1 &= x_0^2, \\ \dot{x}_0^2 &= f_o(x_o, t),\end{aligned}\tag{2.22}$$

com $x_o^1 \in \mathbb{R}$ e $x_o^2 \in \mathbb{R}$ na forma individual. Por fim, o sistema não linear de ordem elevada é descrita na forma de *Brunovsky*, que é dada por

$$\begin{aligned}\dot{x}_{i,1} &= x_{i,2}, \\ \dot{x}_{i,2} &= x_{i,3}, \\ &\vdots \\ \dot{x}_{i,M} &= f_i(x_i) + u_i + w_i,\end{aligned}\tag{2.23}$$

sendo:

- $x_{i,m} \in \mathbb{R}$ o m -ésimo estado do nó i , com $x_i = [x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,M}]^T \in \mathbb{R}^M$, o vetor de estado;
- $f_i(x_i) : \mathbb{R}^M \rightarrow \mathbb{R}$ é a função de transição de estado;
- $u_i \in \mathbb{R}$ é a entrada do sistema;

- $w_i \in \mathbb{R}$ uma perturbação externa.

A forma global, para os N agentes é dada por

$$\begin{aligned}\dot{x}^1 &= x^2, \\ \dot{x}^2 &= x^3, \\ &\vdots \\ \dot{x}^M &= f(x) + u + w,\end{aligned}\tag{2.24}$$

sendo $x^m = [x_{1,m}, \dots, x_{N,m}]^T \in \mathbb{R}^N$, $f(x) = [f_1(x_1), \dots, f_N(x_N)]^T \in \mathbb{R}^N$, $u = [u_1, \dots, u_N] \in \mathbb{R}^N$ e $w = [w_1, \dots, w_N]^T \in \mathbb{R}^T$.

Diante das representações lineares (Seções 2.3.1, 2.3.2 e 2.3.3) e não lineares para os agentes, apresenta-se os protocolos cooperativos.

2.4 Protocolos de Controle

Os protocolos são as leis que controlam a ação do agente, ou seja, atuam sobre a variável de entrada gerando uma transição de estado e são fundamentadas nas regras de *Reynolds*. Consequentemente, é preciso definir os conceitos de liderança e formação.

2.4.1 Formação e liderança em sistemas multiagentes

A liderança em sistemas multiagentes é necessária quando o grupo precisa se deslocar de acordo com uma referência, que pode ser um valor fixado ou uma variável. No contexto coletivo, apenas alguns agentes recebem informação do líder, enquanto os demais se baseiam nas informações provenientes de seus vizinhos.

A formação indica como os agentes devem estar distribuídos, podendo assumir diversas formas, por exemplo, as geométricas. Essa formação tem como referência o centro de movimento dos agentes, ou seja, são deslocamentos estabelecidos em relação a esse centro. Caso haja uma liderança, a formação é relativa ao estado líder. Na ausência de líder, o ponto de referência passa a ser, como apresentado no Capítulo 2 da obra de Lewis e Zhang [11], ou seja, no estado de equilíbrio estacionário relativo a centralização do bando.

2.4.2 Representação matemática das regras de Reynold's

O controle dos agentes depende das informações disponíveis, sendo tudo baseado nas relações representadas pelos grafos, cuja representação matemática são as matrizes de adjacência e Laplaciana. Sendo assim, a busca por um ponto de acordo, consenso ou votação, como definido em [11], [20] e [12], é um dos problemas na coordenação entre os agentes.

Para isso, considere um movimento bidimensional de um agente $x_i(t) = [p_i(t), q_i(t)]^T$, respectivamente associados às coordenadas (x, y) . Considere também um grafo não direcionado ($a_{ij} = a_{ji}$) e bidirecional. Dado um conjunto de N agentes e que devem evitar colisões, existe um raio ρ_c ao qual um agente deve se manter distante de outro. Logo, define-se uma região $N_i^c = \{j : r_{ij} \leq \rho_c\}$ para um conjunto de agentes $j \in [0, N]$ como limite, sendo r_{ij} o raio, que é dado por

$$r_{ij} = |x_j - x_i| = \sqrt{(p_j - p_i)^2 + (q_j - q_i)^2}. \quad (2.25)$$

Definido o limite de aproximação, existe um raio limitante de interação, ou seja, a máxima distância necessária para que exista um fluxo de informação. Tal raio é definido como $\rho > \rho_c$ e essa região é definida como sendo $N_i = \{j : r_{ij} \leq \rho\}$. Todos os agentes $j \in N_i^c$ são considerados vizinhos com risco de colisão. O ideal é que j esteja na região N_i/N_i^c , como mostra a Fig. 2.4.

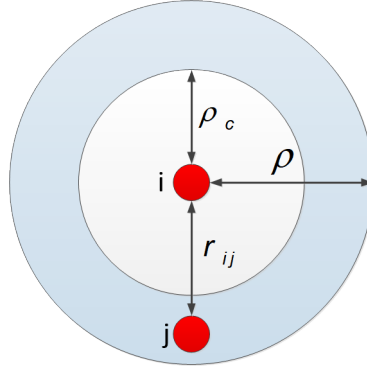


Figura 2.4: Definição de vizinhança entre agentes.

Fonte: Autor.

Definidos tais conceitos, a forma mais simples possível de representar as regras de *Reynold's* é considerando uma dinâmica local de primeira ordem (agente), no tempo contínuo, sendo

$$\dot{x}_i = u_i, \quad (2.26)$$

com x_i e $u_i \in \mathbb{R}$. Logo, uma lei anticolisão adequada a esse sistema, é dada por

$$u_i = - \sum_{j \in N_i/N_i^C} \varepsilon_{ij} (x_j - x_i), \quad (2.27)$$

sendo $\varepsilon_{ij} \geq 0$ a força de separação.

Complementarmente, é necessária uma lei para centralizar o grupo, dada em função dos elementos da matriz de conectividade:

$$u_i = \sum_{j \in N_i/N_i^C} a_{ij} (x_j - x_i). \quad (2.28)$$

Através do balanço entre as Eqs. (2.27) e (2.28), determina-se a velocidade líquida do agente, que é dada por

$$u_i = \sum_{j \in N_i/N_i^C} a_{ij} (x_j - x_i) - \sum_{j \in N_i/N_i^C} \varepsilon_{ij} (x_j - x_i). \quad (2.29)$$

A relação entre ε_{ij} e a_{ij} balanceia o comportamento dos agentes de acordo com a necessidade de se aproximá-los ou afastá-los. Essas leis, conforme suas estruturas, fornecem um movimento linear uniforme.

Para implementação do conceito de velocidade correspondente, utiliza-se a velocidade relativa entre os agentes. Logo, considerando o efeito de centralização, tem-se que

$$u_i = c \sum_{j \in N_i/N_i^C} a_{ij} (x_j - x_i) + c\gamma \sum_{j \in N_i/N_i^C} a_{ij} (v_j - v_i), \quad (2.30)$$

sendo $c > 0$ o fator de acoplamento e $\gamma > 0$ o amortecimento.

Apresentados os conceitos matemáticos que envolvem as regras de *Reynold's*, são apresentadas as abordagens discretas de vários protocolos, cada um com uma finalidade diferente [11], tanto na óptica individual quanto na global. Logicamente, incluindo o conceito de formação, que não faz parte das regras primárias.

2.5 Protocolos na Forma Discreta

Nesta seção, são apresentados os protocolos discretos, tendo como ponto de partida o conceito de centralização de bando. Para simplificar os cálculos, considere $x_i \in \mathbb{R}$ e $u_i \in \mathbb{R}$, sendo o estado e entrada para o i -ésimo agente, respectivamente. Caso seja necessário mudar a ordem do modelo, basta realizar a extrapolação.

2.5.1 Protocolo de centralização

O protocolo de centralização é composto somente pela conectividade entre um agente e seus vizinhos com o objetivo de proporcionar a unificação de todos em torno de um objetivo, ou seja, é responsável apenas por um item das regras de *Reynold's*. Vale ressaltar, que é o protocolo que representa matematicamente as relações entre os agentes, indicado por meio dos grafos. Portanto, seja a_{ij} o peso que representa a conectividade entre os agentes no grafo, o protocolo individual que promove a centralização do grupo no tempo discreto, é dado por

$$u_i(n) = c \sum_{j \in N_i/N_i^C} a_{ij} [x_j(n) - x_i(n)]. \quad (2.31)$$

As formulações matemáticas multiagentes devem ser analisadas de forma global, ou seja, significa que critérios como estabilidade, robustez e convergências são tratadas do ponto de vista do grupo e não individualizadas. Para isso, todas as equações devem ser expandidas para sua forma generalizada, englobando todos os N agentes.

Portanto, seja $x = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T \in \mathbb{R}^N$ o vetor de estado global e $u = [u_1, u_2, \dots, u_N] \in \mathbb{R}^N$ o vetor de entrada, a forma generalizada do protocolo é determinada considerando a expansão da Eq. (2.31), que é

$$u_i(n) = c \sum_{j \in N_i/N_i^C} a_{ij} x_j(n) - c \sum_{j \in N_i/N_i^C} a_{ij} x_i(n).$$

Considerando o grau de entrada d_i , a formulação anterior resulta em

$$u_i(n) = c \sum_{j \in N_i/N_i^C} a_{ij} x_j(n) - c d_i x_i(n).$$

Expandindo essa expressão para todos os agentes, obtêm-se a equação globalizada do protocolo, com

$$u(n) = cAx(n) - cDx(n),$$

que tendo $L = D - A$ como matriz Laplaciana, resulta no protocolo de controle dado por

$$u(n) = -cLx(n). \quad (2.32)$$

Determinado o protocolo que centraliza o bando, Eq. (2.32), na próxima etapa, inclui-se o conceito de liderança.

2.5.2 Protocolo centralizador com liderança

Este protocolo tem como finalidade fazer com que todos os agentes estejam centralizados em um ponto de referência, no caso, o estado do líder. Para que isso ocorra, inclui-se no protocolo um estado de referência, resultando na formulação dada por

$$u_i(n) = c \sum_{j \in N_i / N_i^C} a_{ij}(x_j(n) - x_i(n)) + g_g(x_o(n) - x_i(n)), \quad (2.33)$$

sendo g_g a constante de proporcionalidade em relação ao estado do líder, $x_o \in \mathbb{R}$. Essa variável é o elemento central do movimento do grupo [11], onde os agentes buscam estar centralizados.

Realizando a mesma lógica de desenvolvimento feito para o protocolo anterior, dado que I_N é a matriz identidade de ordem $N \times N$ e $\bar{x}_o = [x_o, x_o, \dots, x_o]^T \in \mathbb{R}^N$, tem-se a forma generalizada do protocolo, dada por

$$u(n) = -(cL + g_g I_N)x(n) + g_g I_N \bar{x}_o(n). \quad (2.34)$$

2.5.3 Protocolo centralizador com liderança e formação

Tendo em vista o protocolo de centralização, responsável por agrupar os agentes em um ponto de convergência, e o conceito de liderança, nesta seção é incluída a questão da formação de bando.

Na parte responsável pela centralização do grupo em torno de uma liderança, são considerados os parâmetros do grafo e o ganho de acoplamento c . Neste protocolo é incluso um *offset* para o agente, representado por Δ_i . Este parâmetro representa o deslocamento do estado x_i em relação ao centro de movimentação do grupo. Se o agente segue uma liderança dada por x_o , esse *offset* Δ_i indica o quanto o agente i deve se manter deslocado em relação ao centro do movimento x_o . O estado do agente i é dado por $x_o + \Delta_i$. O mesmo ocorre com os vizinhos j . Portanto, dadas tais características e incluindo-as ao protocolo, tem-se como resultado a expressão dada por

$$u_i(n) = g_g [x_o(n) + \Delta_i - x_i(n)] + c \sum_{j \in N_i / N_i^C} a_{ij} [(x_j(n) - \Delta_j) - (x_i(n) - \Delta_i)]. \quad (2.35)$$

A inclusão desse parâmetro permite a imposição de uma formação ao grupo, como uma distribuição espacial predefinida. No caso de Drones, por exemplo, fazê-los se movimentar com formação em “V”, similar a um bando ou outras formas desejadas.

Sabendo que $\Delta = [\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_N] \in \mathbb{R}^N$ e $\bar{x}_o = [x_o, x_o, \dots, x_o]^T \in \mathbb{R}^N$, a forma generalizada para todos os agentes, é dada por

$$u(n) = -(cL + g_g I_N)x(n) + (cL + g_g I_N)\Delta + g_g I_N \bar{x}_o. \quad (2.36)$$

2.5.4 Protocolo com Centralização, Liderança, Formação e Velocidade Correspondente

Este protocolo, além da centralização, formação e liderança, passa a incluir o conceito de velocidade correspondente. Este faz parte das regras de *Reynold's* e tem por objetivo fazer com que os agentes possam observar não só o estado, mas também suas variações. Para abstrair esta ideia, basta se imaginar em uma rua, caminhando com um grupo de pessoas, onde para que você não esbarre com os outros, você precise controlar sua velocidade com base na da outra. Portanto, esse protocolo é dado por

$$\begin{aligned} u_i(n) = & a_o(n) + \gamma k_v (v_o(n) - v_i(n)) + g_g (x_o(n) - x_i(n) + \Delta_i) + \\ & c \sum_{j \in N_i / N_i^C} a_{ij} ((x_j(n) - \Delta_j) - (x_i(n) - \Delta_i)) + \\ & c\gamma \sum_{j \in N_i / N_i^C} a_{ij} (v_j(n) - v_i(n)), \end{aligned} \quad (2.37)$$

sendo γ a constante de amortização, k_v a de proporcionalidade em relação a velocidade do líder, a_o e v_o a aceleração e velocidade de referência, respectivamente e v a velocidade do agente.

De forma associativa, a generalização do protocolo é similar aos demais casos, com $v = [v_1, v_2, \dots, v_N]^T \in \mathbb{R}^N$, sendo a matriz de velocidade global, resultando em uma formulação final, que é dada por

$$\begin{aligned}
u(n) = & I_N \bar{a}_o(n) + \gamma k_v I_N \bar{v}_o(n) - \gamma (k_v I_N + cL) v(n) \\
& - (cL + g_g I_N) x(n) + (cL + g_g I_N) \Delta + g_g I_N \bar{x}_0(n),
\end{aligned} \tag{2.38}$$

sendo $\bar{v}_o = [v_o, v_o, \dots, v_o]^T \in \mathbb{R}^N$ e $\bar{a}_o = [a_o, a_o, \dots, a_o]^T \in \mathbb{R}^N$ os vetores de velocidade do líder e de aceleração, respectivamente.

2.6 Equações de Malha Fechada

As equações de malha fechada são primordiais na óptica de projeto de controle e estabilidade [11]. Dessa forma, são apresentadas algumas das possíveis equações de malha fechada considerando alguns dos protocolos, iniciando-as pelo sistema de primeira ordem.

2.6.1 Sistemas de primeira ordem em malha fechada

Para o desenvolvimento das equações de malha fechada, considere agentes de primeira ordem com estado $x_i \in \mathbb{R}$ e entrada $u_i \in \mathbb{R}$, dispostos em um contexto de grupo e relações representadas através de um grafo com a_{ij} , indicando a força da conexão entre dois agentes. Assim, são aplicados os vários protocolos, obtendo-se as equações finais.

Protocolo de centralização

O sistema em malha fechada local para o agente i , é dado pela substituição direta do protocolo na Eq. (2.14), resultando na equação, dada por

$$x_i(n+1) = x_i(n) + c \sum_{j \in N_i/N_i^C} a_{ij} (x_j(n) - x_i(n)). \tag{2.39}$$

Desenvolvendo a equação de malha fechada do agente e sabendo que o grau de entrada d_i é a soma dos elementos de uma linha da matriz de conectividade $A = \{a_{ij}\}$, obtêm-se:

$$x_i(n+1) = x_i(n) + c \sum_{j \in N_i/N_i^C} a_{ij} x_j(n) - c d_i x_i(n), \tag{2.40}$$

sendo $x = [x_1, \dots, x_N]$ o vetor de estados global e generalizando a Eq. (2.40), obtêm-se a dinâmica global do sistema multiagente, dada por

$$x(n+1) = Ix(n) + cAx(n) - cDx(n),$$

que dadas a matriz Laplaciana $L = D - A$, resulta em

$$x(n+1) = (I - cL)x(n) = Px(n), \quad (2.41)$$

sendo P denominada de matriz de *Perron*.

Protocolo com centralização e liderança

Aplicando diretamente o protocolo à dinâmica do agente, tem-se como resultado a equação de malha fechada individual, que é dada por

$$x_i(n+1) = x_i(n) + g_g [x_o(n) + \Delta_i - x_i(n)] + c \sum_{j \in N_i / N_i^C} a_{ij} [(x_j(n) + \Delta_j) - (x_i(n) + \Delta_i)]. \quad (2.42)$$

Da mesma maneira como ocorreu para o protocolo centralizador, é realizada a generalização para todos os agentes, tal que

$$x(n+1) = (I - g_g I - cD)x(n) + g_g Ix_o(n) + (k_p I - cD)\Delta + c\bar{A}x(n) + c\bar{A}\Delta, \quad (2.43)$$

e unindo os termos similares, tem-se o sistema global final, dado por

$$x(n+1) = (I - g_g I - cL)x(n) + g_g Ix_o(n) + (g_g I + cL)\Delta. \quad (2.44)$$

2.6.2 Sistemas de segunda ordem de Newton em malha fechada

Visto a equação no espaço de estados para o agente de segunda ordem e através das aplicações dos protocolos de controle, obtêm-se as equações de malha fechada. Todavia, para sistemas de segunda ordem ou maior é necessário a inclusão de uma matriz de realimentação de K , como exemplo, no protocolo centralizador:

$$u_i(n) = cK \sum_{j \in N_i/N_i^C} a_{ij} (x_j(n) - x_i(n)). \quad (2.45)$$

Portanto, considere o modelo de segunda ordem de Newton com N agentes disposto socialmente por um grafo $G(V, E)$, com $z_i \in \mathbb{R}^2$.

Protocolo com centralização

O procedimento de desenvolvimento das equações é similar aos demais casos apresentados. Logo, aplicando o protocolo ao agente, Eq. (2.16), o sistema local em malha fechada obtido é:

$$z_i(n+1) = Wz_i(n) + cBK \sum_{j \in N_i/N_i^C} a_{ij} (z_j(n) - z_i(n)), \quad (2.46)$$

de tal forma que

$$z_i(n+1) = Az_i(n) + cBK \sum_{j \in N_i/N_i^C} a_{ij} z_j(n) - cBK \sum_{j \in N_i/N_i^C} a_{ij} z_i(n). \quad (2.47)$$

A generalização da equação de malha fechada individual, para que se obtenha o sistema global, sendo $z = [z_1, \dots, z_N]^T$, é dado por

$$z(n+1) = I_N \otimes Wz(n) + c\bar{A} \otimes BKz(n) - cD \otimes BKz(n), \quad (2.48)$$

que unindo os termos correspondentes, resulta em

$$z(n+1) = (I_N \otimes W - cL \otimes BK)z(n), \quad (2.49)$$

com $z(n) \in \mathbb{R}^{2N}$, I_N a matriz identidade $N \times N$, $\otimes$ representando o produto de *Kronecker* e $K \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$. Assim como ocorreu para o modelo de primeira ordem, novas características ao protocolo vão sendo incluídas e, portanto aumentando a complexidade.

Protocolo com centralização e liderança

Considerando o protocolo que envolve formação e liderança, dado por

$$u_i(n) = g_g [x_o(n) + \Delta_i - x_i(n)] + c \sum_{j \in N_i / N_i^C} a_{ij} [(x_j(n) + \Delta_j) - (x_i(n) + \Delta_i)]$$

e aplicando para o modelo de segunda ordem Newtoniano, observa-se que a principal mudança em relação ao caso de primeira ordem está apenas na complexidade algébrica ao se desenvolver a equação global. Portanto, seja a dinâmica de malha fechada igual a

$$z_i(n+1) = W z_i(n) + BK \left[g_g [x_o(n) + \Delta_i - x_i(n)] + c \sum_{j \in N_i / N_i^C} a_{ij} [(x_j(n) + \Delta_j) - (x_i(n) + \Delta_i)] \right],$$

que generalizada para todos os agentes, chega-se a forma global do sistema, que é dada por

$$\begin{aligned} z(n+1) = & I \otimes W z(n) + cA \otimes BK z(n) - cA \otimes BK \Delta - cD \otimes BK z(n) + \\ & cD \otimes BK \Delta + g_g I \otimes BK x_o(n) + g_g I \otimes BK \Delta - g_g I \otimes BK z(n). \end{aligned} \quad (2.50)$$

Organizando a Eq. (2.50), tem-se como resultado final a dinâmica global dada por

$$\begin{aligned} z(n+1) = & (I \otimes W - cL \otimes BK - g_g I \otimes BK) z(n) + \\ & (cL \otimes BK + g_g I \otimes BK) \Delta + (g_g I \otimes BK) x_o(n). \end{aligned} \quad (2.51)$$

Logo, os vetores globais envolvendo esta formulação são $z(n) \in \mathbb{R}^{2N}$, $\bar{x}_o = [x_o, \dots, x_o] \in \mathbb{R}^{2N}$ e $K \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$. O protocolo permite que se mantenha uma formação para os agentes, além de fazê-los seguir um líder.

Protocolo com centralização, velocidade e liderança

Para este caso considere o protocolo dado por

$$\begin{aligned} a_i(n) = & a_0(n) + \gamma k_v [v_o(n) - v_i(n)] + g_g [x_o(n) + \Delta_i - x_i(n)] + \\ & \sum_{j \in N_i / N_i^C} c a_{ij} [(x_j(n) + \Delta_j) - (x_i(n) + \Delta_i) + \gamma (v_o(n) - v_i(n))] \end{aligned} \quad (2.52)$$

como lei individual para um conjunto de N agentes.

Este protocolo controla a aceleração do agente, tomando como referência o líder, através

da variável $a_0(n)$. O posicionamento dos agentes no grupo é controlado pelo vetor Δ_i , sendo que $\gamma > 0$ é o amortecimento e $\gamma k_v > 0$, o ganho de realimentação relativo a velocidade, enquanto g_g é o de proximidade relativo ao líder.

Para simplificar as equações, é realizado um desenvolvimento algébrico em função das variáveis de erro com relação ao líder, dados por

$$\begin{cases} \hat{x}_i(n) = x_i(n) - \Delta_i - x_o(n), \\ \hat{v}_i(n) = v_i(n) - v_o(n). \end{cases} \quad (2.53)$$

Considerando o erro de aceleração como $\hat{a}_i(n) = a_i(n) - a_o(n)$ e a dinâmica do erro baseada em *Newton*, dada por

$$\begin{cases} \hat{x}_i(n+1) = \hat{x}_i(n) + \hat{v}_i(n), \\ \hat{v}_i(n+1) = \hat{v}_i(n) + \hat{a}_i(n), \end{cases} \quad (2.54)$$

sendo $\hat{x}_i(n)$ e $\hat{v}_i(n)$ os erros de posição e velocidade, o protocolo correspondente ao erro de aceleração $\hat{a}_i(n)$ resultante é igual a

$$\begin{aligned} \hat{a}_i(n) = & -\gamma k_v \hat{v}_i(n) - g_g \hat{x}_i(n) + \\ & \sum_{j \in N_i / N_i^C} ca_{ij} [(x_j(n) + \Delta_j) - (x_i(n) + \Delta_i) + \gamma(v_o(n) - v_i(n))]. \end{aligned} \quad (2.55)$$

Considerando que $\hat{z}_i(n) = [\hat{x}_i(n), \hat{v}_i(n)]^T$ é o vetor composto pelos erros de posição e velocidade, através da substituição da Eq. (2.55) em Eq. (2.54), reorganiza-se a Eq. (2.55) em função de $\hat{z}_i(n)$, resultando na expressão dada por

$$\hat{z}_i(n+1) = \hat{W} \hat{z}_i(n) + B \sum_{j \in N_i / N_i^C} ca_{ij} [(x_j(n) + \Delta_j) - (x_i(n) + \Delta_i) + \gamma(v_o(n) - v_i(n))], \quad (2.56)$$

sendo $\hat{W} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -g_g & -\gamma k_v \end{bmatrix}$. Portanto, utilizando as relações apresentadas na Eq.(2.53), substituindo-a na Eq. (2.56) e posteriormente generalizando-a para todos os agentes, é obtida a equação final de malha fechada desse conjunto, igual a

$$\hat{z}(n+1) = (I \otimes \hat{W} - cL \otimes BK) \hat{z}(n), \quad (2.57)$$

sendo $K = \begin{bmatrix} 1 & \gamma \end{bmatrix}$.

2.7 Consenso para os Agentes

O consenso consiste no acordo entre as partes, ou seja, um ponto ou objetivo em comum ao qual todos os agentes convergem [11].

Para verificar esse consenso considere, como exemplo, um integrador simples $\dot{x}_i = u_i$, com $x_i \in \mathbb{R}$ e $u_i \in \mathbb{R}$, como modelo para os agentes. Sejam N nós, distribuídos de acordo com um grafo $G(E, V)$ e tendo como protocolo $u_i = \sum_{j \in N_i/N_i^C} a_{ij} (x_j - x_i)$.

A expansão desse protocolo é dada por

$$u_i = cx_i - \sum_{j \in N_i/N_i^C} a_{ij} x_j + c \sum_{j \in N_i/N_i^C} a_{ij} x_j. \quad (2.58)$$

A forma generalizada em malha fechada desse sistema, sendo $x = [x_1, \dots, x_N]^T \in \mathbb{R}^N$ o vetor de estados global, com $D = \text{diag}\{d_i\}$ e A a matriz de conectividade, é dada por

$$\dot{x} = -Dx + Ax = -Lx. \quad (2.59)$$

Analisando a Eq. (2.59) é possível interpretar que os autovalores do sistema em malha fechada estão situados no semiplano esquerdo do plano complexo, já que L tem autovalores no semiplano direito. Considerando que o sistema tem abrangência em árvore, então $\lambda_1 = 0$. Sabendo que o sistema ao atingir o regime permanente tem diferença $(x_j - x_i) = 0$, resultando em $u_i = 0$, que para o sistema global corresponde a $\dot{x} = 0$, então o regime estacionário é dado por $-Lx_{ss} = 0$. Comparando esse termo com o que foi mostrado na análise da matriz Laplaciana, em que $L \cdot \mathbf{1} \cdot c = 0$, sendo que $\mathbf{1} \cdot c$ é o único vetor que compõe o espaço nulo de L , conclui-se que c é dito consenso do sistema em malha fechada, ou seja, trata-se do ponto de equilíbrio entre os agentes [1].

Dessa forma, em [11] é proposto um outro teorema:

Teorema 2.3 (Consenso para sistemas de ordem 1). *Dado um protocolo do tipo*

$$u_i = \sum_{j \in N_i/N_i^C} a_{ij} (x_j - x_i),$$

garante-se um consenso para uma dinâmica com integrador simples, se e somente se, o grafo tem explanação em árvore. Então, todo nó atinge o estado de regime permanente em $x_i = x_j = c$, $\forall i, j \in [1, N]$.

Portanto, sendo L uma matriz simples, com autovalores sem multiplicidade, que representa a dinâmica de um sistema de primeira ordem do tipo $\dot{x} = -Lx$, a solução padrão desse sistema é

dada por

$$x(t) = e^{-Lt}x(0), \quad (2.60)$$

sendo que L é representada na forma canônica de *Jordan* por $L = MJ_oM^{-1}$, com M composta pelos autovetores à direita de L e M^{-1} pelos autovetores à esquerda. Reescreve-se a Eq. (2.60) da seguinte forma:

$$x(t) = Me^{-J_o t}M^{-1}x(0) = \sum_{i=1}^N v_i e^{-\lambda_i t} w_i^T. \quad (2.61)$$

Tendo $\lambda_1 = 0$ e λ_2 como autovalor de *Fiedler* e com módulo não nulo, o autovetor associado a λ_1 é $v_1 = \mathbf{1}$. Definindo os autovetores à esquerda como $w_1 = [p_1, \dots, p_N]^T$ de forma que a normalização $w_1^T v_1 = 1$, então tem-se:

$$x(t) = v_1 e^{-\lambda_1 t} w_1^T x(0) + v_2 e^{-\lambda_2 t} w_2^T x(0) + \dots + v_N e^{-\lambda_N t} w_N^T x(0). \quad (2.62)$$

Portanto, quando $t \rightarrow \infty$ a exponencial tende a zero, logo:

$$x(t) \rightarrow 0 + \mathbf{1} \sum_{i=1}^N p_i x(0). \quad (2.63)$$

Portanto, o consenso deste tipo de sistema, é dado por

$$c = \sum_{i=1}^N p_i x(0). \quad (2.64)$$

Caso o sistema não tenha uma abrangência em árvore, significa que a dimensão do espaço nulo é maior que um e novos termos aparecem na equação de regime permanente, como uma rampa, por exemplo, o consenso não é atingido.

Problema de Sincronização

Considerando as características individuais de primeira ordem e a expansão para uma forma global, conforme Eq. (2.19), o tratamento do problema de sincronização é baseado em uma equação local [11], igual a

$$e_i = \sum_{j \in N} a_{ij}(x_j - x_i) + g_i(x_o - x_i), \quad (2.65)$$

sendo $g_i \geq 0$ o coeficiente que exerce o mesmo papel de g_g de forma individualizada e o estado do líder sendo do tipo $\dot{x}_o = f(x_o, t)$, a sincronização trata-se de um problema de controle para $\forall i \in (1, N)$, com $x_i \rightarrow x_o$ e e_i definido como erro local ou equação de rastreo. Logo, considerando $\tilde{x}_i = x_o - x_i$ e $\tilde{x}_j = x_o - x_j$, obtêm-se uma forma global do erro de sincronização, dada por

$$e = (L + G)\tilde{x} = (L + G)(x_o - x), \quad (2.66)$$

sendo $e = (e_1, e_2, \dots, e_N)^T \in \mathbb{R}^N$ e $G = \text{diag}\{g_i\} \in \mathbb{R}^{N \times N}$.

Para o caso de ordem 2, tem-se um erro local para cada variável de estado, sendo divididos em erro de posição e de velocidade, descrito, respectivamente, por

$$e_i^1 = \sum_{j \in N} a_{ij}(x_j^1 - x_i^1) + g_i(x_o^1 - x_i^1), \quad (2.67)$$

$$e_i^2 = \sum_{j \in N} a_{ij}(x_j^2 - x_i^2) + g_i(x_o^2 - x_i^2). \quad (2.68)$$

Na forma generalizada (global), os erros de sincronização são função da matriz Laplaciana e de acoplamento ao líder, como segue

$$\begin{aligned} e^1 &= (L + G)\tilde{x}^1 = (L + G)(\bar{x}_o^1 - x^1) \\ e^2 &= (L + G)\tilde{x}^2 = (L + G)(\bar{x}_o^2 - x^2) \end{aligned} \quad (2.69)$$

Já para o caso de agentes com modelos de ordem maiores, o erro é uma composição relativa a cada estado com índice m que é dado por

$$e_{i,m} = \sum_{j \in N_i} a_{ij}(x_{j,m} - x_{i,m}) + g_i(x_{o,m} - x_{i,m}), \quad m = 1, \dots, M. \quad (2.70)$$

Portanto, define-se o erro de centralização global $e^m = [e_{1,m}, \dots, e_{N,m}]^T$, com $G = \text{diag}\{g_i\} \in \mathbb{R}^{N \times N}$, de forma tal que

$$\begin{aligned}
 e^m &= \begin{bmatrix} e_{1,m} \\ e_{2,m} \\ \vdots \\ e_{N,m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{j \in N_i} a_{1j}(x_{j,m} - x_{1,m}) + g_1(x_{o,m} - x_{1,m}) \\ \sum_{j \in N_i} a_{2j}(x_{j,m} - x_{2,m}) + g_2(x_{o,m} - x_{2,m}) \\ \vdots \\ \sum_{j \in N_i} a_{Nj}(x_{j,m} - x_{N,m}) + g_N(x_{o,m} - x_{N,m}) \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \sum_{j \in N_i} a_{1j}x_{j,m} \\ \sum_{j \in N_i} a_{2j}x_{j,m} \\ \vdots \\ \sum_{j \in N_i} a_{Nj}x_{j,m} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sum_{j \in N_i} a_{1j}x_{1,m} \\ \sum_{j \in N_i} a_{2j}x_{2,m} \\ \vdots \\ \sum_{j \in N_i} a_{Nj}x_{N,m} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 & & \\ & g_2 & \\ & & \ddots \\ & & & g_N \end{bmatrix} (\bar{x}_{o,m} - x^m) \\
 &= \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & \dots & a_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1,m} \\ \vdots \\ x_{N,m} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sum_{j \in N_i} a_{1j} & & \\ & \ddots & \\ & & \sum_{j \in N_i} a_{Nj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1,m} \\ \vdots \\ x_{N,m} \end{bmatrix} + G(\bar{x}_{o,m} - x^m).
 \end{aligned}$$

Logo, a formulação global é dada por

$$e^m = (L + G)\tilde{x}^m = (L + G)(\bar{x}_o^m - x^m). \quad (2.71)$$

Portanto, o problema de sincronização consiste em determinar uma lei de controle, tal que $x \rightarrow x_o$. Para isso, existem formas de solucionar o problema, tanto baseadas em modelos estimados na forma *online* quanto baseados em aprendizado de máquina, como em [11], onde a otimização e o aprendizado por reforço possibilitam projetos baseados em modelos e estado/ação.

2.8 Sistema Multiagente Ótimo Discreto

Nesta seção, é apresentada uma óptica inicial relativa à otimização aplicada a controle cooperativo, como apresentado em [11]. Além disso, o conceito de região de sincronização é apre-

sentado com a determinação das variáveis do sistema multiagente para que se garanta o consenso entre os elementos que os compõem.

Considerando N agentes dispostos através de grafo $G(V, E)$, cada elemento possui vetor de estados $x_i \in \mathbb{R}^{ne}$ e entradas de controle $u_i \in \mathbb{R}^m$, com dinâmica individual, dada por

$$x_i(n+1) = Wx_i(n) + Bu_i(n). \quad (2.72)$$

Dado que o problema de sincronização trata, particularmente, da convergência entre os elementos envolvidos, ou seja, a estabilidade através das variáveis inerentes ao sistema, mediante uma política de controle ótimo, considere a equação de rastreo igual a

$$\varepsilon_i = \sum_{j \in N_i} e_{ij} (x_j - x_i) + g_i (x_o - x_i), \quad (2.73)$$

entre o agente i e seus vizinhos $j \in [1, N]$, ponderado pelo fator de conectividade e_{ij} (correspondente a $a_{i,j}$). O rastreo em relação a liderança $x_o \in \mathbb{R}^{ne}$ é ponderada pelo ganho de fixação g_i . Este ganho indica, através da topologia do grafo, qual elemento recebe informação direta do líder e com qual relevância a recebe, a depender do valor de g_i .

O protocolo é dado por uma lei de realimentação, descrita por

$$u_i(n) = c(1 + d_i + g_i)^{-1} K \varepsilon_i, \quad (2.74)$$

sendo c o ganho que representa o acoplamento entre os elementos, onde o fator $1/(1 + d_i + g_i)$ inclui as características do grafo ao protocolo, normalizando-o. O vetor K é o conjunto de ganhos dada a política ótima e ε_i a variável de rastreo para i em relação aos vizinhos e ao líder.

Como se trata de política ótima, é necessário definir K . Portanto, a Equação Algébrica de Riccati, condicionada a avaliação do custo de transição de estado, é igual a

$$J = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} x_i^T(n) Q x_i(n) + u_i^T(n) \rho R u_i(n), \quad (2.75)$$

com $\rho \rightarrow 0$, resultando na expressão dada por

$$W^T P W - P + Q - W^T P B (B^T P B)^{-1} B^T P W = 0, \quad (2.76)$$

sendo $K \in \mathbb{R}^{m \times ne}$, igual a

$$K = (B^T P B)^{-1} B^T P W. \quad (2.77)$$

A equação de rastreo global $\varepsilon(n) = [\varepsilon_1^T, \dots, \varepsilon_N^T]^T \in \mathbb{R}^{ne \cdot N}$ com $x = [x_1^T, \dots, x_N^T]^T \in \mathbb{R}^{ne \cdot N}$, obtido da generalização da Eq.(2.73), é dada por

$$\varepsilon(n) = -(L + G) \otimes I_N x(n) + (L + G) \otimes I_N \bar{x}_o, \quad (2.78)$$

sendo $\bar{x}_o(n) = [x_o, \dots, x_o]^T \in \mathbb{R}^{ne \cdot N}$ o vetor com os valores relativos ao estado líder.

Através da substituição da Eq.(2.73) na Eq.(2.74) e, posteriormente, na Eq.(2.72), obtêm-se a equação de malha fechada generalizada para todos os agentes, igual a

$$\begin{aligned} x(n+1) = & \left[I \otimes W - c(I + D + G)^{-1} (L + G) \otimes BK \right] x(n) + \\ & c(I + D + G)^{-1} (L + G) \otimes BK \bar{x}_o. \end{aligned} \quad (2.79)$$

Dado o sistema de malha fechada global, a política ótima e o protocolo de votação, resta analisar a sincronização entre eles. Para isso, é feita uma análise geométrica com base nos autovalores do sistema. Para compreender esse processo, é preciso conhecer o conceito de Círculo de *Gersgorin*.

2.8.1 Círculo de Gersgorin

Segundo Varga [43] os resultados de *Gersgorin* foram obtidos em 1931, sendo determinados os autovalores de uma matriz $n \times n$, através de discos no plano complexo.

Considerando uma matriz $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$, expresso na forma $A = [a_{ij}]$, sendo $a_{ij} \in \mathbb{C}$ para todo $1 \leq i \leq m$ e $1 \leq j \leq n$, o teorema de *Gersgorin* trata do conjunto de todos os autovalores de A com espectro, dado por

$$\sigma(A) := \{\lambda \in \mathbb{C} : \det(\lambda I - A) = 0\}. \quad (2.80)$$

O teorema é baseado na existência de N discos com raios iguais a

$$r_i(A) := \sum_{j \neq i} |a_{i,j}|, \quad (2.81)$$

com centro em $a_{i,i}$. A região $\Gamma(A)$, definida pela união de todos os discos, contem os autovalores

de A . Essa região é dada por

$$\begin{cases} \Gamma_i(A) := \{z \in \mathbb{C} : |z - a_{i,i}| \leq r_i(A)\} \\ \Gamma(A) := \bigcup_{i \in N} \Gamma_i(A) \end{cases} \quad (2.82)$$

Assim é definido o Teorema dos círculos de Gersgorin, conforme Eq. (2.82). Este teorema é de extrema importância para a compreensão da região de sincronização e das deduções envolvidas.

2.8.2 Sincronização multiagente

A análise da sincronização do sistema multiagente parte da matriz dinâmica de malha fechada, dada por

$$W_c = I \otimes W - c(I + D + G)^{-1}(L + G) \otimes BK. \quad (2.83)$$

Assumindo que o Grafo é direcionado, com uma abrangência em árvore, com ao menos um g_i não nulo, define-se Γ como uma matriz de ponderação denominada Matriz *Pencil*, dada por

$$\Gamma = (I + D + G)^{-1}(L + G). \quad (2.84)$$

Esta matriz é de extrema importância para o sistema quando seus autovalores se encontram dentro do círculo unitário. Isto porque a matriz Pencil está diretamente ligada ao conceito de sincronização e o conceito de estabilidade.

Para analisar os valores singulares de Γ é utilizado o teorema de *Gersgorin*. Sabendo que $G = \text{diag}\{g_i\}$, $D = \text{diag}\{d_i\}$ e L a matriz Laplaciana, cuja soma dos elementos de uma linha é nula, os círculos de *Gergorin* desse sistema, como apresentado em [11], é representado por

$$C\left(\frac{d_i + g_i}{1 + d_i + g_i}, \frac{d_i}{1 + d_i + g_i}\right), \quad (2.85)$$

sendo o elemento da diagonal principal o centro do disco e o raio a soma do módulo dos demais elementos. É também observado, através da divisão por $1 + d_i + g_i$, que tanto raio quanto centro são menores que 1, garantindo a estabilidade da matriz de ponderação.

Para dar prosseguimento a análise, considere J_o a matriz de *Jordan* de Γ , tal que $R\Gamma R^{-1} = J_o$, possibilitando reescrever W_c de forma que

$$W_c = I \otimes W - c\Gamma \otimes BK. \quad (2.86)$$

Realizando a multiplicação à esquerda por R e à direita por R^{-1} , obtêm-se

$$(R \otimes I)W_c(R^{-1} \otimes I) = I \otimes W - cJ_o \otimes BK. \quad (2.87)$$

Como J_o é composto pelo autovalores de Γ , chega-se a relação matricial dada por

$$I \otimes W - cJ_o \otimes BK = \begin{bmatrix} W - \Lambda_1 BK & x & x \\ 0 & \ddots & x \\ 0 & 0 & W - \Lambda_N BK \end{bmatrix}, \quad (2.88)$$

sendo x , elementos possivelmente não nulos. Assim, este resultado significa que a região espectral $\rho(W_c)$ está diretamente relacionada com os autovalores Λ_k de Γ , ou seja, $\rho(W_c) < 1$ ocorre, se e somente se, $\rho(W - c\Lambda_k BK) < 1, \forall \Lambda_k$.

Com isso, é definida a região de sincronização, sendo necessária uma estabilidade global assintótica, conforme apresentado em [11]. Portanto, seja a matriz $W - sBK$, $s \in C$, a *região de sincronização* como um subconjunto de $S_c \subseteq C$, tal que, $S_c = \{s \in C | \rho(W - sBK) < 1\}$.

2.8.3 Equação Algébrica de Riccati e sincronização multiagente

O projeto de controle cooperativo consiste na determinação de uma matriz de realimentação K que produza uma região de sincronização garantida [11]. Supondo que o sistema é estável e $P > 0$ é a solução da equação de *Riccati*, sendo $K = (B^T P B)^{-1} B^T P W$ e substituindo na Eq. (2.76), tem-se

$$W^T P W - P + Q - K^T B^T P B K = (W - BK)^T P (W - BK) - P + Q = 0. \quad (2.89)$$

Tomando como referência uma função de *Lyapunov* do tipo $V(y) = y^T P y$ e associando a matriz $W - sBK$, tem-se que:

$$\begin{aligned}
& (W - sBK)^*P(W - sBK) - P = \\
& = W^T PW - 2\operatorname{Re}(s)(K^T B^T PW + W^T PBK) + |s|^2 K^T B^T PBK - P, \\
& = W^T PW - P - 2\operatorname{Re}(s)K^T B^T PBK + s^* s K^T B^T PBK, \\
& = W^T PW - P - 2\operatorname{Re}(s)K^T B^T PBK + |s|^2 K^T B^T PBK.
\end{aligned}$$

Sabendo que o ganho ótimo é igual a

$$K = (B^T PB)^{-1} B^T PW \rightarrow K^T B^T PW = K^T B^T PBK, \quad (2.90)$$

e substituindo-a na relação anterior, obtêm-se a expressão dada por

$$\begin{aligned}
& (W - sBK)^*P(W - sBK) - P = \\
& W^T PW - P - 2\operatorname{Re}(s)K^T B^T PBK + |s|^2 K^T B^T PBK.
\end{aligned} \quad (2.91)$$

Completando o quadrado na Eq. (2.91), resulta em:

$$\begin{aligned}
& = W^T PW - P - (2\operatorname{Re}(s) - |s|^2)K^T B^T PBK \\
& = W^T PW - P - (1 - |s - 1|^2)(BK)^T PBK.
\end{aligned}$$

A partir da relação dada por

$$\begin{aligned}
& W^T PW - P + Q - K^T B^T PBK = 0, \\
& W^T PW = P - Q + K^T B^T PBK,
\end{aligned}$$

e substituindo a relação anterior, resulta em

$$\begin{aligned}
& (W - sBK)^*P(W - sBK) - P = \\
& -Q + |s - 1|^2 (BK)^T PBK.
\end{aligned} \quad (2.92)$$

Para que haja uma garantia de que a equação atenda ao princípio da estabilidade de *Lya-punov*, mesmo que apenas uma parte do espectro de s possa ser determinada, tem-se a relação:

$$(W - sBK)^*P(W - sBK) - P < 0, \quad (2.93)$$

o que resulta na expressão, dada por

$$-Q + |s - 1|^2 (BK)^T PBK < 0. \quad (2.94)$$

Como o quadrado de Q é $Q^T Q$, a matriz $Q = Q^{T/2} Q^{1/2}$, logo:

$$I > |s - 1|^2 Q^{-T/2} (BK)^T PBK Q^{-1/2} \quad (2.95)$$

Portanto, a região que é compreendida pelo sistema, dada uma matriz K , é igual a

$$|s - 1|^2 = \frac{1}{\sigma_{\max}[Q^{-T/2} (BK)^T PBK Q^{-1/2}]}, \quad (2.96)$$

que em termos de disco, implica em um centro unitário e raio dado por

$$r = \left[\sigma_{\max} \left(Q^{-T/2} (BK)^T PBK Q^{-1/2} \right) \right]^{1/2}. \quad (2.97)$$

A partir de toda essa análise, obteve-se uma região de estabilidade/sincronização limitante do controle ótimo, ou seja, um disco definido por $C(1, r)$. Sabendo que a região englobada pelos autovalores de W_c está diretamente relacionada com Λ_k , tem-se que

$$|c\Lambda_k - 1| < r. \quad (2.98)$$

Isso implica, dado o disco $C(1, r)$, que deve existir uma relação de proporcionalidade entre o disco representativo do sistema multiagente $C(c_o, r_o)$ e o limitante $C(1, r)$, onde a sincronização é garantida, como mostra a Fig. 2.5.

Portanto, deve-se ter:

$$\frac{r_o}{c_o} < \frac{r}{1}, \quad (2.99)$$

sendo $c = \frac{1}{c_o}$.

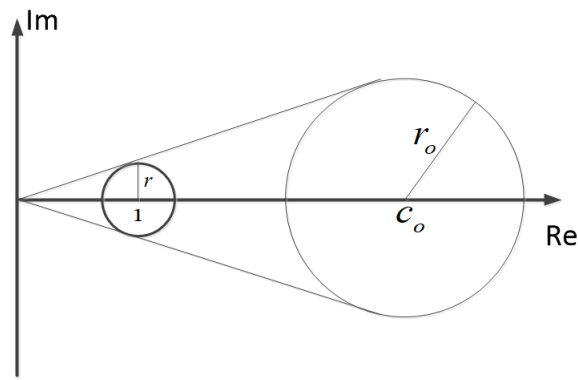


Figura 2.5: Relação de proporcionalidade entre região sincronização e do sistema.

Fonte: Baseado em [11].

Com essa relação é possível trazer o disco, inicialmente, $C(c_o, r_o)$, para dentro da região de sincronização. Caso não seja possível uma relação de proporcionalidade dada pela Eq. (2.99), fica inviável o projeto e o sincronismo não pode ser garantido.

A grande limitação desse processo é que não há uma sensibilidade bem definida relativa às alterações do grafo e se limita a sistemas lineares e homogêneos.

Veículos Aéreos Autônomos

Neste capítulo é apresentado o quadrimotor, elemento alvo da aplicação dos métodos desenvolvidos. Para viabilizar os testes, são levantadas as equações que representam a dinâmica do quadrimotor, baseadas nos ângulos de Euler, nas equações de translação, de rotação e do conjunto motor-hélice. Além disso, são apresentadas formulações para os controladores internos que são utilizados juntos aos protocolos cooperativos. Diante do exposto, são apresentados ao final do capítulo alguns algoritmos que exemplificam como as equações e controladores são utilizados.

3.1 Equações Dinâmicas do Quadrimotor

Os Veículos Autônomos Aéreos (VANTs) ganharam destaque em pesquisas científicas devido a complexidade e vasta aplicação, como na agricultura, serviços de entrega, mobilidade urbana, monitoramento, sistemas de comunicação móvel, dentre outros. Contudo, esses elementos possuem características que dificultam o controle, como suas não linearidades e condições adversas intrínsecas ao ambiente em que se encontram. A modelagem desses sistemas é realizada através das leis mecânicas de corpo rígido, relacionando suas coordenadas inerciais aos ângulos de Euler. Um dos tipos de VANT é o quadrimotor, podendo ser controlado a partir da velocidade de rotação de seus motores.

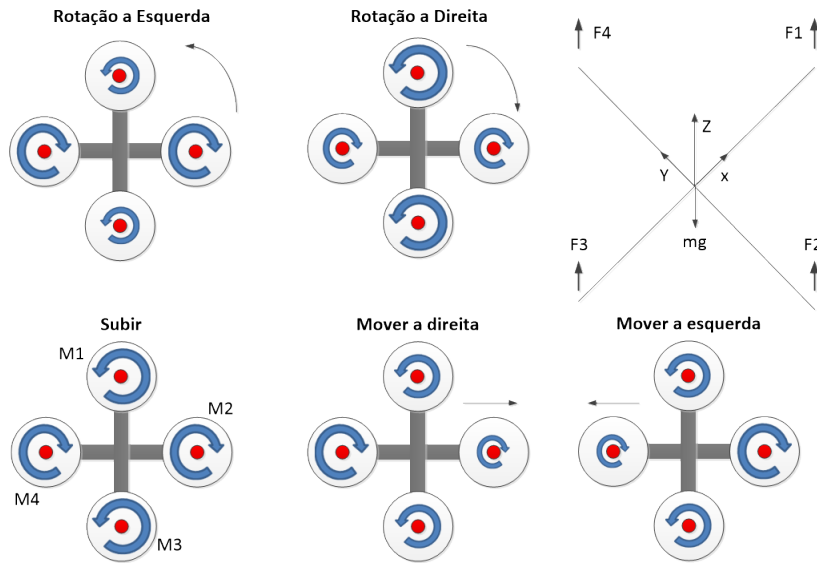


Figura 3.1: Representação de movimento do quadrimotor de acordo com o momento gerado pelos motores.

Fonte: Baseado em [44].

Como apresentado na Fig. 3.1, o quadrimotor tem movimentação de acordo com a atuação de seus quatro conjuntos motores-hélices $[M1, M2, M3, M4]$. Dessa forma, a rotação do corpo é gerada conforme as seguintes condições:

- Rotação à esquerda: os momentos gerados por $M2$ e $M4$ são iguais e de maior intensidade que os gerados em $M1$ e $M3$, que são iguais entre si;
- Rotação à direita: de forma similar a rotação à esquerda, invertendo-se os dois motores com maiores momentos, $M1$ e $M3$ passam a gerar momentos maiores que $M2$ e $M4$;
- Subir: todos os motores geram momentos de intensidade iguais;
- Mover à direita: o momento $M4$ com maior intensidade, $M1$ e $M3$ iguais e menores que $M4$ e o $M2$, sendo o de menor intensidade;
- Mover à esquerda: de forma similar ao movimento à direita, porém com $M2$ tendo a maior intensidade e $M4$ a menor.

As variações dos momentos, gerados pelos conjuntos de motores-hélices, proporcionam três rotações em relação aos eixos x, y e z do corpo do quadrimotor, denominados de ângulos de Euler. Estes são representados por ϕ , que é o ângulo de rotação em torno do eixo x , θ em torno do eixo y e ψ em torno do eixo z , como é representado na Fig. 3.2.

Há duas formas adotadas como referência para rotação do corpo do quadrimotor, gerando mudanças na relação entre os ângulos de Euler e o conjunto de atuadores que proporcionam suas

respectivas rotações. Como exemplo, no caso da Fig. 3.2 (a), denominado tipo “+”, no qual $F_3 - F_1$ gera rotação em θ . Já no caso da Fig. 3.2 (b), denominado tipo “X”, a mesma rotação é dada por $F_4 + F_3 - F_1 - F_2$, com exceção de ψ , que é comum aos dois casos.

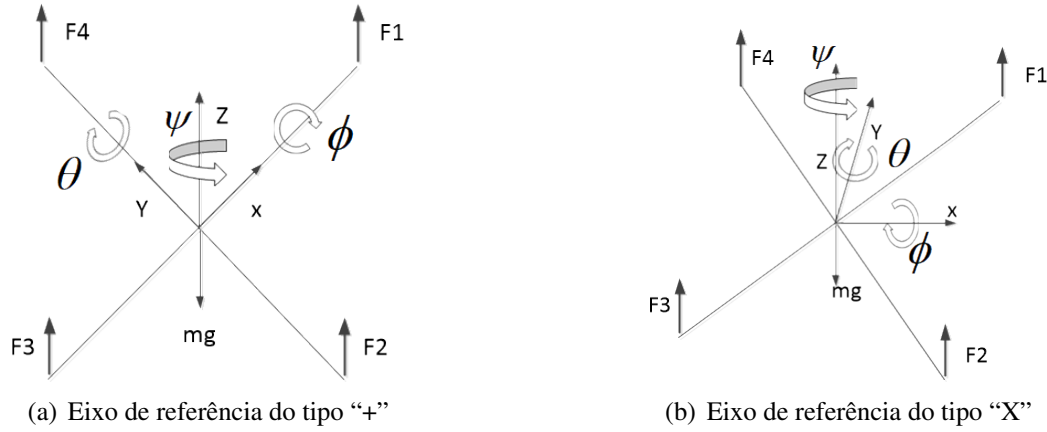


Figura 3.2: Representação dos ângulos de rotação.

Assim, caracterizadas as duas referências para os ângulos de atitude do quadrimotor, são apresentadas as equações dinâmicas desse dispositivo.

3.2 Modelo Dinâmico do Quadrimotor

O modelo dinâmico para o quadrimotor é desenvolvido com base nas equações de corpo rígido de *Lagrange* e nas premissas de movimento de rotação à direita, à esquerda, subir, mover à direita e à esquerda. Além disso, diversos trabalhos como [44], [45], [16] e [13], apresentam o modelo já desenvolvido. A diferença básica entre eles é que uns consideram os eixos cartesianos (x, y, z) alinhados com os motores transversais opostos (Fig. 3.2 (a)) e os outros no ponto médio do ângulo entre os eixos dos motores transversais opostos (Fig. 3.2 (b)).

A dinâmica de rotação do corpo, através dos ângulos ϕ (*roll angle*), θ (*pitch angle*) e ψ (*yaw angle*), dependem dos momentos de inércia nos eixos x, y, z e dos momentos gerados pelos atuadores, conforme apresentam as equações, dadas por

$$\begin{aligned}\ddot{\phi} &= \dot{\theta}\dot{\psi}\left(\frac{I_y - I_z}{I_x}\right) - \frac{J}{I_x}\dot{\theta}\Omega + \frac{l}{I_x}U_1, \\ \ddot{\theta} &= \dot{\phi}\dot{\psi}\left(\frac{I_z - I_x}{I_y}\right) + \frac{J}{I_y}\dot{\phi}\Omega + \frac{l}{I_y}U_2, \\ \ddot{\psi} &= \dot{\theta}\dot{\phi}\left(\frac{I_x - I_y}{I_z}\right) + \frac{J}{I_z}\Omega + \frac{l}{I_z}U_3,\end{aligned}\tag{3.1}$$

sendo l a distância entre os eixos de rotação entre duas hélices opostas, I_x , I_y e I_z os momentos de inércia do corpo e J o da hélice. Os momentos U_1 , U_2 , U_3 e a velocidade líquida Ω dependem das

velocidades dos motores, sendo definidos mais a frente.

Além disso, as velocidades angulares em relação ao centro do corpo, dadas por $V = [p, q, r]^T$, tem dinâmica representada por

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (I_x - I_y)qr/I_x \\ (I_z - I_x)pr/I_y \\ (I_y - I_z)pq/I_z \end{bmatrix} - J \begin{bmatrix} q/I_x \\ -p/I_y \\ 0 \end{bmatrix} \Omega + \begin{bmatrix} U_1/I_x \\ U_2/I_y \\ U_3/I_z \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

sendo que a relação entre as velocidades angulares e os ângulos de Euler é dada por

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}. \quad (3.3)$$

Cada dinâmica angular sofre influência de seu respectivo momento, sendo U o empuxo, U_1 , a causa da rotação em torno do *eixo* $-x$ (ϕ), U_2 , em torno do *eixo* $-y$ (θ) e U_3 em torno do *eixo* $-z$ (ψ), que no caso da Fig. 3.2 (a), são dados por

$$\begin{aligned} U_1 &= b(\Omega_4^2 - \Omega_2^2), \\ U_2 &= b(\Omega_3^2 - \Omega_1^2), \\ U_3 &= d(\Omega_1^2 + \Omega_3^2 - \Omega_2^2 - \Omega_4^2), \\ \Omega &= \Omega_2 + \Omega_4 - \Omega_1 - \Omega_3, \\ U &= b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2), \end{aligned} \quad (3.4)$$

sendo b o fator de empuxo ou elevação, d o arrasto, Ω_1 , Ω_2 , Ω_3 e Ω_4 representando, respectivamente, as velocidades dos motores 1, 2, 3 e 4. Dessa forma, o modelo não linear do quadrimotor para as coordenadas cartesianas (x, y, z) , que é função do empuxo e dos ângulos de rotação, é dada por

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= (\sin \psi \sin \phi + \cos \psi \sin \theta \cos \phi) \frac{U}{m}, \\ \ddot{y} &= (-\cos \psi \sin \phi + \sin \psi \sin \theta \cos \phi) \frac{U}{m}, \\ \ddot{z} &= -g + (\cos \theta \cos \phi) \frac{U}{m}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Especificamente para o caso da Fig. 3.2 (b), a relação de forças que atuam no sentido dos ângulos ϕ e θ , conforme mostrado em [46], são dados por

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{\sqrt{2}}{2}b [(\Omega_2^2 + \Omega_3^2) - (\Omega_1^2 + \Omega_4^2)], \\ U_2 &= \frac{\sqrt{2}}{2}b [(\Omega_4^2 + \Omega_3^2) - (\Omega_1^2 + \Omega_2^2)]. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Com essas equações, foram definidas as dinâmicas de translação e rotação do quadrimotor, restando definir a dinâmica dos atuadores, os motores DC. Estes têm representação matemática dada através de duas equações, a elétrica e a mecânica, iguais a

$$\begin{cases} J_m \frac{d\Omega_m}{dt} = \tau_m - \tau_d, \\ L \frac{di}{dt} = u - Ri - k_e \Omega_m, \end{cases} \quad (3.7)$$

sendo L a indutância do enrolamento, R a resistência elétrica, i a corrente elétrica e k_e a constante de efeito de campo. Já a equação mecânica é dada em função da inércia do motor (J_m), da velocidade angular (Ω_m) e do balanço entre o momento do motor e da carga, τ_m e τ_d , respectivamente. Portanto, considerando um motor DC de pequeno porte e baixa indutância, o modelo dinâmico é igual a

$$J_m \frac{d\Omega_m}{dt} = -\frac{k_m^2}{R} \Omega_m - \tau_d + \frac{k_m}{R} u, \quad (3.8)$$

de modo que k_m é a constante de torque do motor. Ao incluir os parâmetros da hélice no lugar de τ_d , obtêm-se:

$$\dot{\Omega}_m = -\frac{1}{\tau} \Omega_m - \frac{d}{\eta r^3} \Omega_m^2 + \frac{1}{k_m \tau} u, \quad (3.9)$$

com r representando a relação de redução da caixa de engrenagens do motor e η a eficiência do sistema de redução, com

$$1/\tau = \frac{k_m^2}{RJ}. \quad (3.10)$$

3.2.1 Modelo linearizado

O modelo linearizado do quadrimotor é obtido conforme eixo de referência do tipo “X”, Fig. 3.2 (b). A linearização é realizada através da expansão de Taylor de primeira ordem em torno do ponto de equilíbrio Ω_e que corresponde a velocidade de rotação dos motores que estabiliza o quadrimotor no ar. Este ponto é dado quando $b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) = mg$, resultando na expressão dada por

$$\Omega_e = \sqrt{\frac{mg}{4b}}. \quad (3.11)$$

Considerando as relações de aceleração, tanto translacional quanto de rotação, dadas por

$$\begin{cases} \Delta\dot{x} = \Delta u, \\ \Delta\dot{y} = \Delta v, \\ \Delta\dot{z} = \Delta w, \end{cases} \quad (3.12)$$

para translação e

$$\begin{cases} \Delta\dot{\phi} = \Delta p, \\ \Delta\dot{\theta} = \Delta q, \\ \Delta\dot{\psi} = \Delta r \end{cases}, \quad (3.13)$$

sendo $\Delta\phi$, $\Delta\theta$ e $\Delta\psi$ os estados linearizados do sistema juntamente com a definição do ponto de equilíbrio Ω_e . Consequentemente, a equação no espaço de estados linear do quadrimotor, conforme desenvolvido em [47], é dada por

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta\dot{x} \\ \Delta\dot{y} \\ \Delta\dot{z} \\ \Delta\dot{\psi} \\ \Delta\dot{\theta} \\ \Delta\dot{\phi} \\ \Delta\dot{u} \\ \Delta\dot{v} \\ \Delta\dot{w} \\ \Delta\dot{r} \\ \Delta\dot{q} \\ \Delta\dot{p} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ \Delta\psi \\ \Delta\theta \\ \Delta\phi \\ \Delta u \\ \Delta v \\ \Delta w \\ \Delta r \\ \Delta q \\ \Delta p \end{bmatrix} \\ &+ \Omega_e \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2b/m & 2b/m & 2b/m & 2b/m \\ -2d/I_z & 2d/I_z & -2d/I_z & 2d/I_z \\ -\sqrt{2}lb/I_y & \sqrt{2}lb/I_y & \sqrt{2}lb/I_y & -\sqrt{2}lb/I_y \\ -\sqrt{2}lb/I_x & -\sqrt{2}lb/I_x & \sqrt{2}lb/I_x & \sqrt{2}lb/I_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\Omega_1 \\ \Delta\Omega_2 \\ \Delta\Omega_3 \\ \Delta\Omega_4 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

3.3 Controle clássico para quadrimotores

O sistema de controle para o quadrimotor se divide em controle de velocidade dos atuadores, de atitude e posição, podendo ser completamente ou parcialmente controlado por controladores da família PID (Proporcional-Integral-Derivativo) [48]. Assim, nesta seção são abordados os controles de atitude e posição.

3.3.1 Primeira formulação para controladores internos

Com base nas equações dinâmicas do quadrimotor, observa-se que os ângulos de rotação são os principais responsáveis pelo deslocamento do corpo no espaço, sendo necessário o projeto de três controladores, conforme as dinâmicas dos ângulos ϕ , θ , e ψ . Estes controladores indicam os torques de referência necessários para que os ângulos desejados sejam atingidos. Isso é feito através de U_1 , U_2 e U_3 , que estão diretamente relacionados às velocidades de rotação fornecidas pelos atuadores M_1 , M_2 , M_3 e M_4 . Vale ressaltar que a velocidade desejada para os motores são dadas pela inversa da forma matricial da Eq. 3.4, igual a

$$\begin{bmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_2^2 \\ \Omega_3^2 \\ \Omega_4^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4b} & 0 & \frac{1}{2bl} & \frac{-1}{4d} \\ \frac{1}{4b} & -\frac{1}{2bl} & 0 & \frac{1}{4d} \\ \frac{1}{4b} & 0 & \frac{1}{2bl} & \frac{-1}{4d} \\ \frac{1}{4b} & -\frac{1}{2bl} & 0 & \frac{1}{4d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}. \quad (3.15)$$

Malha fechada para ângulo ϕ

A equação dinâmica de ϕ , como apresentada na Eq.(3.1), é dado por

$$\ddot{\phi} = \dot{\theta}\dot{\psi} \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} \right) - \frac{J}{I_x} \dot{\theta}\dot{\Omega} + \frac{l}{I_x} U_1,$$

Para o projeto, é considerada sua forma simplificada igual a

$$\ddot{\phi} = \frac{l}{I_x} U_1, \quad (3.16)$$

que facilita os cálculos.

Portanto, considerando o erro $e_\phi = \phi_{ref} - \phi$, a equação de controle PID em ϕ é igual a

$$U_{1,ref} = \left(k_{p,\phi} e_\phi - k_{d,\phi} \frac{d\phi}{dt} + k_i \int e_\phi dt \right) \frac{I_x}{l}, \quad (3.17)$$

que resulta na equação de malha fechada do sistema para ϕ , determinada pela substituição da Eq. (3.17) na equação aproximada e aplicando a transformada de *Laplace*, obtendo-se

$$\phi(s) = \frac{k_{p,\phi}s + k_{i,\phi}}{s^3 + k_{d,\phi}s^2 + k_{p,\phi}s + k_{i,\phi}} \phi_{ref}(s). \quad (3.18)$$

O mesmo passo é realizado com os demais ângulos.

Malha fechada para ângulo θ

Seja a equação dinâmica de θ dada por

$$\ddot{\theta} = \dot{\phi} \psi \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) + \frac{J}{I_y} \dot{\phi} \Omega + \frac{l}{I_y} U_2,$$

que realizando as mesmas considerações feitas em ϕ , tem-se

$$\ddot{\theta} = \frac{l}{I_y} U_2. \quad (3.19)$$

A lei de controle representada por $U_{2,ref}$, que fornece o valor desejado para U_2 com o objetivo de atingir o valor desejado para θ , é dada por

$$U_{2,ref} = \left(k_{p,\theta} e_\theta - k_{d,\theta} \dot{\theta} + k_{i,\theta} \int e_\theta dt \right) \frac{I_y}{l}. \quad (3.20)$$

A equação de malha fechada para o projeto de controle referente a θ , com $e_\theta = \theta_{ref} - \theta$, é dada por

$$\theta(s) = \frac{k_{p,\theta}s + k_{i,\theta}}{s^3 + k_{d,\theta}s^2 + k_{p,\theta}s + k_{i,\theta}} \theta_{ref}(s). \quad (3.21)$$

Dessa forma, foi determinado o sistema de controle para θ , restando apenas a variável ψ , relativo ao controle de atitude do quadrimotor.

Malha fechada para ψ

A equação dinâmica de ψ , como já foi apresentado, é dada por

$$\ddot{\psi} = \dot{\theta}\dot{\phi} \left(\frac{I_x - I_y}{I_z} \right) + \frac{1}{I_z} U_3,$$

que simplificada, tem-se

$$\ddot{\psi} = \frac{1}{I_z} U_3. \quad (3.22)$$

A lei de controle que envolve a variável $U_{3,ref}$, que incide sobre U_3 , é igual a

$$U_{3,ref} = \left(k_{p,\psi} e_\psi - k_{d,\psi} \dot{\psi} + \int e_\psi dt \right) I_z. \quad (3.23)$$

Logo, através das substituições, a equação de malha fechada para a variável ψ é dada por

$$\psi(s) = \frac{k_{p,\psi}s + k_{i,\psi}}{s^3 + k_{d,\psi}s^2 + k_{p,\psi}s + k_{i,\psi}} \psi_{ref}(s). \quad (3.24)$$

Malha fechada para altitude

Dado os controladores para os ângulos de Euler, outro que atua conjuntamente a estes, é o de estabilização no ar, já que este influencia diretamente nas velocidades dos motores. Portanto, o controle em z é realizado através da variável U , sendo chamado de estabilização do quadrimotor e determina a altitude do VANT. Para determinação das equações, considera-se a equação dinâmica não linear em relação ao eixo cartesiano z , dada por

$$\ddot{z} = -g + (\cos \theta \cos \phi) \frac{U}{m}.$$

A lei de controle que melhor se adapta, levando em consideração que os ângulos ϕ , θ e ψ são mensuráveis através de um giroscópio, é dada por

$$U_{ref} = \frac{m(g + k_{p,z}e_z - k_{d,z}\dot{z} + k_{i,z}\int e_z dt)}{\cos \theta \cos \phi}. \quad (3.25)$$

Logo, a equação de malha fechada para a coordenada z , no domínio de *Laplace*, é de segunda ordem e dada pela relação

$$z(s) = \frac{k_{p,z}s + k_{i,z}}{s^3 + k_{d,z}s^2 + k_{p,z}s + k_{i,z}} z_{ref}(s). \quad (3.26)$$

3.3.2 Segunda formulação para os controladores internos

Uma segunda abordagem de utilização de controladores clássicos em quadrimotores é apresentada em [47] que diferentemente da primeira formulação não envolve em suas equações os senos e cossenos dos ângulos de atitude.

Controle das taxas rotações do corpo p , q e r

Os controles das taxas dos ângulos de Euler estão diretamente relacionados às rotações do corpo do quadrimotor iguais as p , q e r . Logo, para p que é relativo a ϕ , o controle é do tipo proporcional e igual a

$$\Delta_\phi = K_{p,p}(p_c - p). \quad (3.27)$$

Similarmente, para os caso de q e r , são dados respectivamente por

$$\Delta_\theta = K_{p,q}(q_c - q) \quad (3.28)$$

$$\Delta_\psi = K_{p,r}(r_c - r) + K_{I,r} \int_0^t (r_c(\tau) - r(\tau)) d\tau, \quad (3.29)$$

sendo p_c , q_c e r_c os valores de referência para p , q e r , respectivamente.

Controle das rotações ϕ , θ e ψ

Estes controladores têm como função gerar os valores desejados da rotação do corpo p_c , q_c e r_c de forma tal que o quadrimotor atinja os ângulos de Euler desejados. Perante o exposto, as equações de controle PI e P para ϕ , θ e ψ são, respectivamente, dadas por

$$p_c(t) = K_{p,\phi}(\phi_c - \phi) + K_{I,\phi} \int_0^t (\phi_c(\tau) - \phi(\tau)) d\tau, \quad (3.30)$$

$$q_c(t) = K_{p,\theta} (\theta_c - \theta) + K_{I,\theta} \int_0^t (\theta_c(\tau) - \theta(\tau)) d\tau \quad (3.31)$$

$$r_c(t) = K_{p,\psi} (\psi_c - \psi), \quad (3.32)$$

sendo ϕ_c , θ_c e ψ_c os valores de referência.

Controle em x , y e z

A última camada de controlares fornece o ângulo de Euler desejado para que haja o deslocamento a um determinado ponto no x_c^b e y_c^b desejados, bem como a altitude z_c relativos ao corpo do quadrimotor. Os controladores PI e PID são dados por

$$\phi_c(t) = K_{P,x} (x_e^b(t) - u(t)) + K_{I,x} \int_0^t (x_e^b(\tau) - u(\tau)) d\tau, \quad (3.33)$$

$$\theta_c(t) = K_{P,y} (y_e^b(t) - v(t)) + K_{I,y} \int_0^t (y_e^b(\tau) - v(\tau)) d\tau, \quad \text{e} \quad (3.34)$$

$$\Delta\Omega(t) = K_{P,z} (z_c(t) - z(t)) + K_{I,z} \int_0^t (z_c(\tau) - z(\tau)) d\tau + K_{D,z} \frac{d}{dt} (z_c(t) - z(t)). \quad (3.35)$$

A conversão de coordenadas do corpo rígido (x_e^b e y_e^b) em relação a origem do plano cartesiano (x_e^o e y_e^o) é dada pelo conjunto de equações

$$\begin{cases} x_e^b = x_e^o \cos(\psi) + y_e^o \sin(\psi), \\ y_e^b = -x_e^o \sin(\psi) + y_e^o \cos(\psi). \end{cases} \quad (3.36)$$

Já os sinais de referência para os motores são dados pelo conjunto de equações iguais a

$$\begin{cases} M_1 = \Omega - \Delta\phi/2 - \Delta\theta - \Delta\psi, \\ M_2 = \Omega + \Delta\phi/2 - \Delta\theta + \Delta\psi, \\ M_3 = \Omega + \Delta\phi/2 + \Delta\theta - \Delta\psi, e \\ M_4 = \Omega - \Delta\phi/2 + \Delta\theta + \Delta\psi, \end{cases} \quad (3.37)$$

sendo que $\Omega = \Delta\Omega + \Omega_e$.

3.4 Algoritmo do quadrimotor

Nesta seção são apresentados alguns algoritmos que exemplificam como os controladores atuam em relação ao modelo dinâmico do quadrimotor.

O Algoritmo 1 apresenta a dinâmica do quadrimotor com todas as camadas de controle. Na primeira parte do algoritmo têm-se os parâmetros de momento inercial do quadrimotor, dentre outros. Posteriormente, com base na posição inicial e valores de referência, calculam-se os erros em x e y e por consequência, têm-se os valores das derivadas e integrais com base em um tempo de passo T . O próximo passo é o cálculo dos sinais de controle que representam os valores de referência dos ângulos θ e ϕ , cujo erro determina os valores dos momentos de referência que são convertidos em velocidades desejadas para os motores. Por fim, os efeitos físicos desses sinais são gerados e processados através das dinâmicas de rotação e de translação.

O Algoritmo 2 é referente ao quadrimotor parcialmente controlado. Neste caso, o usuário atua diretamente sobre os ângulos de atitude desejados.

Algoritmo 1: Drone totalmente controlado**Dados:**

- Inicializar parâmetros do Quadrimotor (Motor + Constantes Mecânicas);
- Inicializar $g = 9,8m/s^2$ e os parâmetros de controle;
- Com base nas constantes: $I_x, I_y = I_x, I_z$ e J ;

Entrada: Posição inicial (x, y, z) **início**Com tempo de integração T

1. Cálculo de erro em x e y : $e_x = d_x - x$, $e_y = d_y - y$;
2. Cálculo do sinal de controle: $\theta_{ref} = k_{p,x}e_x + k_{d,x}\dot{x} + k_{i,x}\int e_x dt$ e,
 $\phi_{ref} = k_{p,y}e_y + k_{d,y}\dot{y} + k_{i,y}\int e_y dt$;
3. Cálculo dos erros dos ângulos e em z : $e_\phi = \phi_{ref} - \phi$, $e_\theta = \theta_{ref} - \theta$, $e_\psi = \psi_{ref} - \psi$ e $e_z = z_{ref} - z$;
4. Cálculo dos torque de referência: $U_{ref} = (k_{p,z}e_z + k_{d,z}\dot{z} + k_{i,z}\int e_z dt) \frac{M}{\cos\theta\cos\phi}$,
 $U_{1,ref} = k_{p,\phi}e_\phi + k_{d,\phi}\dot{\phi} + k_{i,\phi}\int e_\phi dt$, $U_{2,ref} = k_{p,\theta}e_\theta + k_{d,\theta}\dot{\theta} + k_{i,\theta}\int e_\theta dt$ e
 $U_{3,ref} = k_{p,\psi}e_\psi + k_{d,\psi}\dot{\psi} + k_{i,\psi}\int e_\psi dt$;

$$5. \text{ Determinar as velocidades de referência: } \begin{bmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_2^2 \\ \Omega_3^2 \\ \Omega_4^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4b} & 0 & \frac{1}{2bl} & \frac{-1}{4d} \\ \frac{1}{4b} & -\frac{1}{2bl} & 0 & \frac{1}{4d} \\ \frac{1}{4b} & 0 & \frac{1}{2bl} & \frac{-1}{4d} \\ \frac{1}{4b} & -\frac{1}{2bl} & 0 & \frac{1}{4d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{ref} \\ U_{1,ref} \\ U_{2,ref} \\ U_{3,ref} \end{bmatrix};$$

6. Determinar o sinal de controle de cada motor: $u_i = k_{p,i}e_{\Omega_i} + k_{i,i}\int e_{\Omega_i} dt$;
7. Calcula-se a velocidade de cada motor: $\dot{\Omega}_i = -\frac{1}{\tau}\Omega_i - \frac{d}{\eta r^3}\Omega_i^2 + \frac{1}{k_m\tau}u_i$;

$$U_1 = b(\Omega_4^2 - \Omega_2^2)$$

$$U_2 = b(\Omega_3^2 - \Omega_1^2)$$

8. Determina-se o torque gerado: $U_3 = d(\Omega_1^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2 - \Omega_2^2)$;

$$U = b(\Omega_1^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2 + \Omega_2^2)$$

$$\Omega = \Omega_2^2 + \Omega_4^2 - \Omega_1^2 - \Omega_3^2$$

$$\ddot{\phi} = \dot{\theta}\dot{\psi}\left(\frac{I_y - I_z}{I_x}\right) - \frac{J}{I_x}\dot{\theta}\Omega + \frac{l}{I_x}U_1$$

9. Rotação gerada: $\ddot{\theta} = \dot{\phi}\dot{\psi}\left(\frac{I_z - I_x}{I_y}\right) - \frac{J}{I_y}\dot{\phi}\Omega + \frac{l}{I_y}U_2$

$$\ddot{\psi} = \dot{\phi}\dot{\theta}\left(\frac{I_x - I_y}{I_z}\right) + \frac{l}{I_z}U_3$$

$$\ddot{x} = (\sin\psi\sin\phi + \cos\psi\sin\theta\cos\phi)\frac{U}{m}$$

10. Calcula-se $\ddot{y} = (-\cos\theta\sin\phi + \sin\psi\sin\theta\cos\phi)\frac{U}{m}$

$$\ddot{z} = -g + (\cos\theta\cos\phi)\frac{U}{m}$$

fim**Saída:** $x, y, z, \theta, \phi, \psi$

Algoritmo 2: Drone parcialmente controlado**Dados:**

- Inicializar parâmetros do Quadrimotor (Motor + Constantes Mecânicas);
- Inicializar $g, I_x, I_y = I_x, I_z$ e $J = 6 \cdot 10^{-5}$;
- Inicializar constantes de controle.

Entrada: Ângulo de referência $(\theta_{ref}, \phi_{ref}, \psi_{ref})$ **início**Com tempo de integração T

1. Cálculo dos erros dos ângulos e em z : $e_\phi = \phi_{ref} - \phi, e_\theta = \theta_{ref} - \theta, e_\psi = \psi_{ref} - \psi$ e $e_z = z_{ref} - z$;

2. Cálculo dos torques de referência: $U_{ref} = (k_{p,z}e_z + k_{d,z}\dot{z} + k_{i,z} \int e_z dt) \frac{M}{\cos\theta \cos\phi}$,
 $U_{1,ref} = k_{p,\phi}e_\phi + k_{d,\phi}\dot{\phi} + k_{i,\phi} \int e_\phi dt, U_{2,ref} = k_{p,\theta}e_\theta + k_{d,\theta}\dot{\theta} + k_{i,\theta} \int e_\theta dt$ e
 $U_{3,ref} = k_{p,\psi}e_\psi + k_{d,\psi}\dot{\psi} + k_{i,\psi} \int e_\psi dt$;

3. Determinar as velocidades de referência:
$$\begin{bmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_2^2 \\ \Omega_3^2 \\ \Omega_4^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4b} & 0 & \frac{1}{2bl} & \frac{-1}{4d} \\ \frac{1}{4b} & -\frac{1}{2bl} & 0 & \frac{1}{4d} \\ \frac{1}{4b} & 0 & \frac{1}{2bl} & \frac{-1}{4d} \\ \frac{1}{4b} & -\frac{1}{2bl} & 0 & \frac{1}{4d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{ref} \\ U_{1,ref} \\ U_{2,ref} \\ U_{3,ref} \end{bmatrix};$$

4. Determinar o sinal de controle de cada motor: $u_i = k_p e_{\Omega_i} + k_i \int e_{\Omega_i} dt$;

5. Calcula-se a velocidade de cada motor: $\dot{\Omega}_i = -\frac{1}{\tau} \Omega_i - \frac{d}{\eta r^3} \Omega_i^2 + \frac{1}{k_m \tau} u_i$;

$$U_1 = b(\Omega_4^2 - \Omega_2^2)$$

$$U_2 = b(\Omega_3^2 - \Omega_1^2)$$

6. Determina-se o torque gerado: $U_3 = d(\Omega_1^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2 - \Omega_2^2)$;

$$U = b(\Omega_1^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2 + \Omega_2^2)$$

$$\Omega = \Omega_2^2 + \Omega_4^2 - \Omega_1^2 - \Omega_3^2$$

$$\ddot{\phi} = \dot{\theta} \psi \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} \right) - \frac{J}{I_x} \dot{\theta} \Omega + \frac{l}{I_x} U_1$$

7. Rotação gerada: $\ddot{\theta} = \dot{\phi} \psi \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) - \frac{J}{I_y} \dot{\phi} \Omega + \frac{l}{I_y} U_2$

$$\ddot{\psi} = \dot{\phi} \dot{\theta} \left(\frac{I_x - I_y}{I_z} \right) + \frac{l}{I_z} U_3$$

$$\ddot{x} = (\sin \psi \sin \phi + \cos \psi \sin \theta \cos \phi) \frac{U}{m}$$

8. Calcula-se $\ddot{y} = (-\cos \theta \sin \phi + \sin \psi \sin \theta \cos \phi) \frac{U}{m}$

$$\ddot{z} = -g + (\cos \theta \cos \phi) \frac{U}{m}$$

fim**Saída:** $x, y, z, \theta, \phi, \psi$

Controle Cooperativo Ótimo Centralizado Dependente de Grafo

Este Capítulo apresenta as abordagens para os protocolos como sistema guia e controle cooperativo, bem como as definições de sistemas homogêneos e heterogêneos com os respectivos modelos para os agentes e leis de controle. Em seguida, é proposto o desenvolvimento de um controle cooperativo ótimo e centralizado sensível às características intrínsecas da teoria multiagente, ou seja, formulações que percebem mudanças comportamentais dos agentes e da estrutura do grafo. Para isso, é utilizada a teoria de otimização com base em *Lyapunov* e Programação Dinâmica Adaptativa.

4.1 Sistema Multiagente como Guia e Controle Cooperativo

Esta pesquisa é focada em duas formas de aplicações dos protocolos multiagentes: sistema guia e controle cooperativo. No sistema guia, o protocolo indica os pontos pelos quais o agente real deve se deslocar de acordo com um agente virtual. A principal característica deste tipo de sistema é que a convergência é totalmente dependente do protocolo e de um modelo de referência, previamente escolhido (agente virtual), tendo como desvantagem o não controle dos estados do agente real durante seu deslocamento.

Na Fig. 4.1, apresenta-se um diagrama esquemático contendo os blocos componentes do quadrimotor e suas camadas de controladores internos voltados para aplicação como sistema guia. Neste esquema, o agente é munido de todos os controladores necessários para seu funcionamento. O protocolo, junto a uma dinâmica pré-estabelecida de comportamento, atua como uma referência de trajetória e formação para que o agente possa atingir o objetivo.

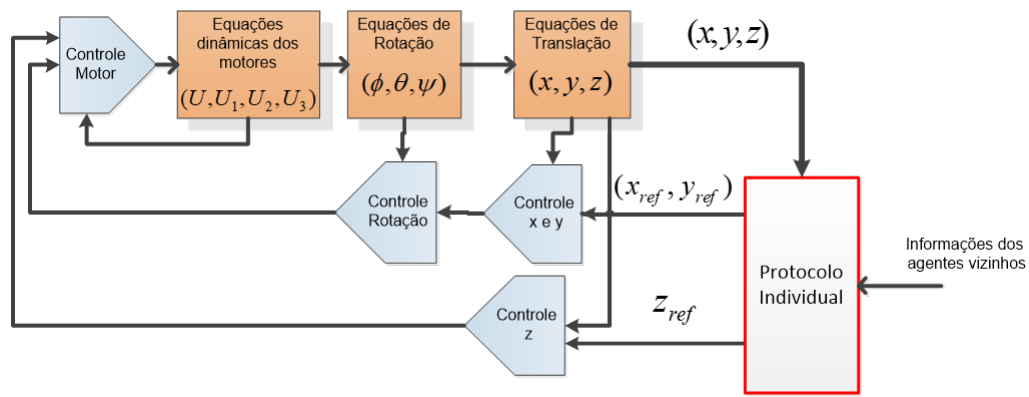


Figura 4.1: Sistema multiagente como sistema guia - percepção individual.

Fonte: Autor

Como exemplo desse caso, determina-se que os agentes devem agir de acordo com modelos Newtonianos de primeira ordem. Os protocolos determinam o comportamento desse sistema, e os quadrimotores seguirão esses agentes virtuais. Logo, o sistema multiagente está servindo de guia para elementos já controlados.

A outra forma de aplicação é no sentido de controle cooperativo, ou seja, o protocolo atua diretamente na variável de controle do agente em questão. Ou seja, conceitos como estabilidade, otimalidade, robustez e adaptabilidade tornam-se muito mais complexos, devido a possíveis características não lineares.

No caso em específico deste trabalho, o protocolo é responsável pela última camada de controle do quadrimotor, como mostra a Fig. 4.2. Assim, utiliza-se das informações dos agentes vizinhos e valores de referência, atuando diretamente sobre os ângulos desejados, de Euler, buscando fazer com que os agentes se desloquem em um ambiente, atendendo a critérios de formação, liderança e anticolisão.

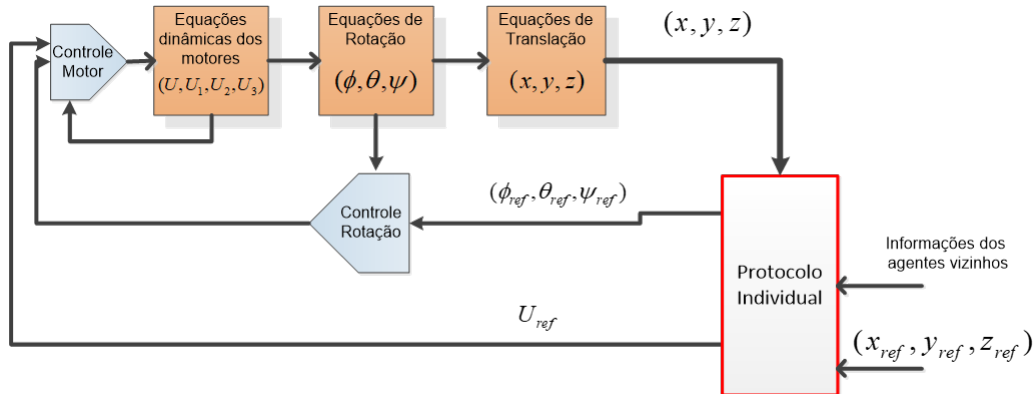


Figura 4.2: Sistema multiagente como controle - percepção individual.

Fonte: Autor

Para o caso de controle cooperativo é necessário avaliar criteriosamente a estabilidade, o ajuste de parâmetros dos protocolos e definir como estes devem se comportar em face das não linearidades do quadrimotor. Assim, esses ajustes são baseados em técnicas de aprendizado de máquina.

No caso em que há necessidade de modelo, representado pela Fig. 4.3, os parâmetros do protocolo são ajustados de acordo com as variações paramétricas, observadas por um estimador, com base em um modelo padrão que fornece informações para que o crítico adaptativo ajuste o protocolo conforme as matrizes estimadas de transição de estado e de entrada.

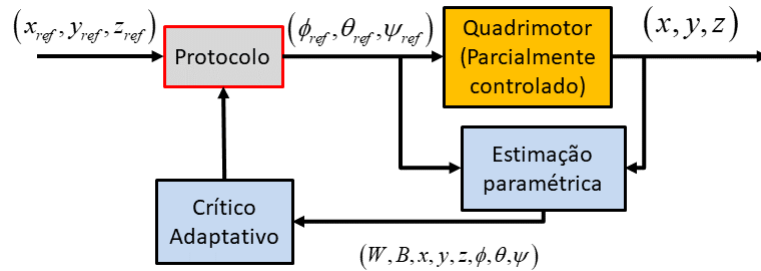


Figura 4.3: Sistema multiagente como controle dependente de modelo.

Fonte: Autor

Considerando a independência de modelo, Fig. 4.4, o crítico faz uso das informações relativas às ações de controle e estados do sistema, o que torna mais complexo o processo de ajuste dos parâmetros devido à redução da quantidade de informações disponíveis.

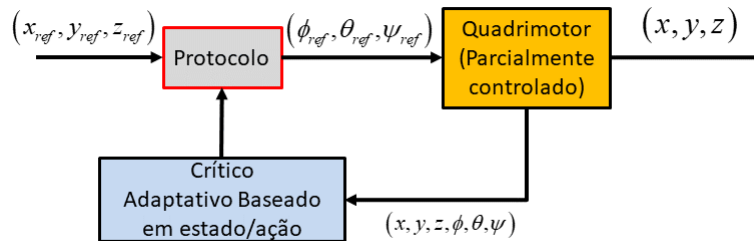


Figura 4.4: Sistema multiagente como controle independente de modelo.

Fonte: Autor

Para tanto, ficam definidas as formas de aplicação da teoria cooperativa dependente de grafo, restando definir os conceitos de grupos de agentes homogêneos e heterogêneos, antes do desenvolvimento do controle ótimo.

4.2 Sistemas Homogêneos e Heterogêneos

Um sistema multiagente é considerado homogêneo quando os elementos que o compõe são iguais em características e comportamento, ou seja, do ponto de vista de controle cooperativo, todos possuem a mesma dinâmica ao longo do tempo [49]. Já os sistemas heterogêneos, [50], são compostos por agentes com características e/ou comportamento distintos resultando em uma maior complexidade no cálculo paramétrico das leis de controle. Em vista disso, a partir desses conceitos, as formulações de agentes utilizados para o desenvolvimento da teoria de controle cooperativo ótimo são apresentadas, iniciando-se pelo sistema homogêneo.

4.2.1 Sistemas homogêneos

O sistema homogêneo, ou seja, em que todos os agentes possuem a mesma representação matemática, com $x_i(n) \in \mathbb{R}^{ne}$, $u_i(m) \in \mathbb{R}^m$, $W \in \mathbb{R}^{ne \times ne}$ e $B \in \mathbb{R}^{ne \times m}$, sendo ne e m as quantidades de estados e entradas, respectivamente, tem sua forma individual dada por

$$x_i(n+1) = Wx_i(n) + Bu_i(n), \quad (4.1)$$

que considerando uma quantidade N de agentes no conjunto, resultando em estados e entradas globais iguais a $x \in \mathbb{R}^{ne \times N}$ e $u \in \mathbb{R}^{m \times N}$ e tendo $\otimes$ como o produto de *Kronecker*, tem-se um modelo resultante global igual a

$$x(n+1) = I_N \otimes Wx(n) + I_N \otimes Bu(n). \quad (4.2)$$

Considerando que o desacordo global em relação a liderança e formação é dado por $\tilde{x}(n) = \bar{x}_o(n) - x(n) + \Delta(n)$, com $\bar{x}_o(n) \in \mathbb{R}^{ne \cdot N}$ e $\Delta(n) \in \mathbb{R}^{ne \cdot N}$, as dinâmicas do líder e formação são dadas, respectivamente, por

$$\bar{x}_o(n+1) = I_N \otimes W\bar{x}_o(n), \quad (4.3)$$

e

$$\Delta(n+1) = I_N \otimes W\Delta(n), \quad (4.4)$$

sendo $\tilde{x}(n+1) = \bar{x}_o(n+1) - x(n+1) + \Delta(n+1)$ e substituindo as Eqs. (4.2), (4.3) e (4.4) nesta expressão, resultando na equação dinâmica global dada por

$$\tilde{x}(n+1) = I_N \otimes W \tilde{x}(n) - I_N \otimes B u(n). \quad (4.5)$$

Determinada a representação matemática para o caso, passa-se a lei de controle para sistemas homogêneos. Logo, dado que cada W_i é o mesmo para todo i , possibilita que um único K seja adotado para todos os agentes. Dessa forma, dada a lei local de controle cooperativo, sendo

$$u_i(n) = cK\varepsilon_i(n), \quad (4.6)$$

tem-se a forma global, com c sendo o fator de acoplamento entre os agentes e $K \in \mathbb{R}^{m \times ne}$, representado por

$$u(n) = cI_N \otimes K\varepsilon(n) = (I_N \otimes K)(L+G)\tilde{x}(n). \quad (4.7)$$

Na Fig. 4.5 é contextualizado como cada agente enxerga a lei de cooperação que rege seu comportamento, baseado em uma realimentação do rastreo local e como o crítico pode atuar no sentido de minimizar uma dada função de custo, através da determinação dos parâmetros de K .

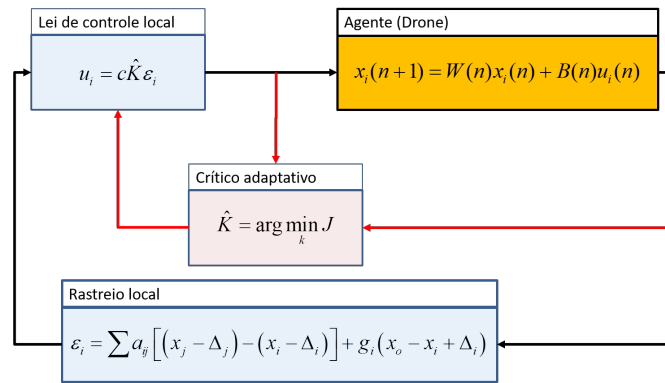


Figura 4.5: Óptica individual para o caso homogêneo.

Fonte: Autor.

Mediante a apresentação do caso homogêneo, passa-se a parte referente ao sistema heterogêneo que é mais complexo, pois cada elemento pode ter particularidades próprias.

4.2.2 Sistema heterogêneo

Para o caso heterogêneo, ou seja, agentes com características e/ou dinâmicas que diferem entre si, possui estrutura similar ao caso homogêneo, mas o tratamento matemático deixa de ser via produto de *Kronecker*, sendo substituído por um sistema de matrizes globais com blocos internos particularizados, representando a transição de estado de cada agente. Dessa maneira, considerando que a dinâmica do agente i é dada por

$$x_i(n+1) = W_i x_i(n) + B_i u_i(n), \quad (4.8)$$

com $x_i \in \mathbb{R}^{ne}$ sendo o vetor de estados, $u_i \in \mathbb{R}^m$ o vetor de entrada, $W_i \in \mathbb{R}^{ne \times ne}$ a matriz de transição de estados e $B_i \in \mathbb{R}^{ne \times m}$ a matriz de entrada. Lembrando que se trata de um sistema heterogêneo, ou seja, cada W_i e B_i podem ser únicos, com ne e m , podendo ser diferentes para os agentes i e j .

Considerando que a dinâmica com relação ao desacordo $\tilde{x}$, como é utilizado em [11], onde $x_o^i(n+1) = W_i x_o(n)$, com $x_o^i \in \mathbb{R}^{ne}$ e para formação com $\Delta_i(n+1) = W_i \Delta_i(n)$ com $\Delta_i \in \mathbb{R}^{ne}$, sendo a nova variável de estado $\tilde{x}_i(n) = x_o^i(n) - x_i(n) + \Delta_i(n)$, o levantamento do modelo global, considerando N agentes no sistema, adota-se uma formulação matricial composta por cada dinâmica individual, resultando em uma expressão dada por

$$\begin{bmatrix} x_1(n+1) \\ \vdots \\ x_N(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & W_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(n) \\ \vdots \\ x_N(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & B_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(n) \\ \vdots \\ u_N(n) \end{bmatrix}, \quad (4.9)$$

que é representada na sua forma compacta por

$$x(n+1) = \overline{W}x(n) + \overline{B}u(n). \quad (4.10)$$

Considerando o estado de desacordo global $\tilde{x}(n) = \bar{x}_o(n) - x(n) + \Delta(n)$, assim como para o caso homogêneo, tem-se como resultado a dinâmica global no espaço de estados igual a

$$\tilde{x}(n+1) = \overline{W}\tilde{x}(n) - \overline{B}u(n). \quad (4.11)$$

Já a lei de controle é individualizada, ou seja, existe um $K_i \in \mathbb{R}^{m \times ne}$ para cada agente, logo

dado um caso de m entradas e ne estados, resulta em uma expressão local dada por

$$u_i(n) = cK_i\epsilon_i = c \begin{bmatrix} k_{11}^i & \cdots & k_{1,ne}^i \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{m,1}^i & \cdots & k_{m,ne}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1^i \\ \vdots \\ \epsilon_{ne}^i \end{bmatrix} (n), \quad (4.12)$$

que resulta em uma lei global, dada em função de cada K_i particularizado, que compõe uma matriz de realimentação $\bar{K}$ dada por

$$u(n) = c \begin{bmatrix} k_{11}^1 & \cdots & k_{1,ne}^1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & 0 & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{m,1}^1 & \cdots & k_{m,ne}^1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & k_{11}^N & \cdots & k_{1,ne}^N \\ \vdots & \ddots & \vdots & 0 & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & k_{m,1}^N & \cdots & k_{m,ne}^N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1^1(n) \\ \vdots \\ \epsilon_{ne}^1(n) \\ \vdots \\ \epsilon_1^N(n) \\ \vdots \\ \epsilon_{ne}^N(n) \end{bmatrix}. \quad (4.13)$$

A forma compacta para a lei de controle é representada por

$$\begin{aligned} u(n) &= c \begin{bmatrix} k^1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & k^N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1^1(n) \\ \vdots \\ \epsilon_{ne}^1(n) \\ \vdots \\ \epsilon_1^N(n) \\ \vdots \\ \epsilon_{ne}^N(n) \end{bmatrix} \\ &= \bar{K}\epsilon = \bar{K}[(L+G) \otimes I_{ne}] \tilde{x} \end{aligned} \quad (4.14)$$

Consequentemente, a percepção global dos controladores deve refletir na visão individual. A Fig. 4.6 mostra essa percepção por meio de uma representação individualizada, sendo K_i determinado através de uma minimização da função de energia global.

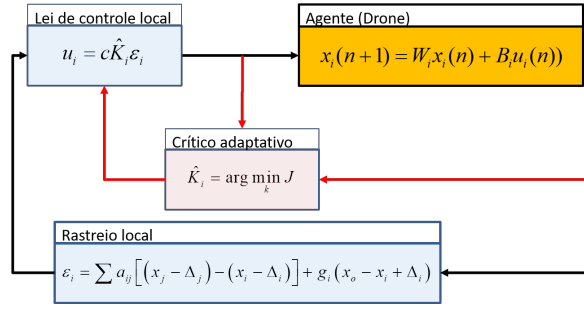


Figura 4.6: Óptica individual para o caso heterogêneo.

Fonte: Autor.

4.2.3 Erro de centralização

O erro de centralização ε possui estrutura conforme o tipo de efeito que se deseja impor ao sistema multiagente, como centralização, liderança, formação e velocidade correspondente, conforme apresentado no Capítulo 2. Especificamente, para o caso de controle cooperativo ótimo, os efeitos considerados são os de centralização, liderança e formação. Dados esses efeitos, seja um sistema com N agentes, distribuídos de acordo com um grafo $G(E, V)$, sendo que cada agente possui ne estados, ou seja, $x_i \in \mathbb{R}^{ne}$ e m entradas com $u_i \in \mathbb{R}^m$, a equação de rastreo que inclui esses efeitos, na forma local, é dada por

$$\varepsilon_i(n) = \sum a_{ij} [(x_j(n) - \Delta_j(n)) - (x_i(n) - \Delta_i(n))] + g_i [x_o(n) - x_i(n) + \Delta_i(n)]. \quad (4.15)$$

Considerando $\tilde{x}_i(n) = x_o(n) - x_i(n) + \Delta_i$ e $\tilde{x}_j(n) = x_o(n) - x_j(n) + \Delta_j$, tem-se o erro individual, Eq. (4.15), reformulada, igual a

$$\varepsilon_i(n) = \sum a_{ij} [\tilde{x}_i(n) - \tilde{x}_j(n)] + g_i [\tilde{x}_i(n)], \quad (4.16)$$

possuindo a mesma forma, tanto para o caso homogêneo quando heterogêneo. Assim, o erro global é dado por

$$\varepsilon(n) = (L + G) \otimes I_{ne} \tilde{x}(n). \quad (4.17)$$

4.3 Formulação Ótima Dependente de Grafo

O controle ótimo discreto é embasado na minimização de uma função objetivo. De forma generalizada e conforme a metodologia de cálculo apresentada em [51], considere o sistema não linear discreto, ressaltando-se que N , neste caso, refere-se a amostra de tempo final, sendo o modelo global e não linear para os agentes dado por

$$x_{n+1} = f^n(x_n, u_n), \quad (4.18)$$

com m entradas, ou seja, $u_n \in \mathbb{R}^m$ e ne estados com $x_n \in \mathbb{R}^{ne}$. Considere uma função objetivo que representa o custo de um dado processo, que depende dos estados do sistema e das ações resultantes de uma lei de controle, dada por

$$J_i = \phi(N, x_N) + \sum_{n=i}^{N-1} L^n(x_n, u_n), \quad (4.19)$$

com $\phi(N, x_N)$ sendo o custo final e $L^n(x_n, u_n)$ o acúmulo do custo ao longo do tempo, no intervalo $[i, N]$.

A Eq. (4.19) é particularizada para o problema de energia, onde são inclusos as energias da transição de estado e da ação controle. Essa particularização é dada por

$$J_n = \frac{1}{2} x_N^T S_N x_N + \frac{1}{2} \sum_{n=i}^{N-1} (x_n^T Q_n x_n + u_n^T R_n u_n). \quad (4.20)$$

Com base na solução por multiplicadores de Lagrange, tem-se que

$$J'_i = \phi(N, x_N) + \sum_{n=i}^{N-1} [L^n(x_n, u_n) + \lambda_{n+1} (f^n(x_n, u_n) - x_{n+1})], \quad (4.21)$$

resultando em uma função Hamiltoniana dada por

$$H^i(x_n, u_n) = L^n(x_n, u_n) + \lambda_{n+1} f^n(x_n, u_n). \quad (4.22)$$

Reescrevendo J'_i , Eq. (4.21), em função de $H^i(x_n, u_n)$, tem-se

$$J'_i = \phi(N, x_N) - \lambda_N^T x_N + H^i(x_i, u_i) + \sum_{n=i+1}^{N-1} [H^n(x_n, u_n) + \lambda_n^T x_n]. \quad (4.23)$$

O incremento mínimo de J'_i , ou seja, o valor diferencial é dado por

$$dJ'_i = (\phi_{x_N} - \lambda_N) dx_N + (H_{x_i}^i)^T dx_i + (H_{u_i}^i)^T du_i + \sum_{n=i+1}^{N-1} \left[(H_{x_n}^n - \lambda_n)^T dx_n + (H_{u_n}^n)^T du_n \right] + \sum_{n=i+1}^{N-1} \left[(H_{\lambda_n}^n - x_n)^T d\lambda_n \right], \quad (4.24)$$

que definindo $H_{x_n}^n \triangleq \frac{\partial H^n}{\partial x_n}$ obtêm-se as condições de mínimo da Hamiltoniana e dos termos internos necessários para o desenvolvimento das equações. Logo, têm-se as condições de contorno, conforme segue:

$$\frac{\partial H^n}{\partial u_n} = 0, \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial H^n}{\partial \lambda_{n+1}} = x_{n+1}, \quad (4.26)$$

$$\frac{\partial H^n}{\partial x_n} = \lambda_n, \quad (4.27)$$

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x_N} - \lambda_N \right) dx_N = 0, \quad (4.28)$$

$$\left(\frac{\partial H^i}{\partial x_i} - \lambda_N \right) dx_i = 0. \quad (4.29)$$

Apresentados os conceitos necessários, como a Hamiltoniana e as condições de contorno,

que são a base teórica para o cálculo de reguladores ótimos, resta aplicá-los ao sistema de controle cooperativo com base nas duas conjunturas: homogêneos e heterogêneos. Para isso, a função valor escolhida relaciona a energia de transição de estado da variável de erro ε e da ação de controle cooperativo, já que esta contém características do grafo e a variável de desacordo $\tilde{x}$, portanto, a função de energia adotada é

$$J = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n^T Q \varepsilon_n + u_n^T R u_n. \quad (4.30)$$

4.3.1 LQR discreto para controle cooperativo dependente de grafo

Para o desenvolvimento de controle cooperativo ótimo via Programação Dinâmica, primeiramente busca-se uma solução ótima direta para avaliar se as equações e procedimentos propostos conseguem resolver o problema de controle, com base na óptica multiagente.

Para facilitar os cálculos, considera-se um conjunto de N agentes dispostos através de um grafo $G(V, E)$, conectado e não direcionado, sabendo que

- $x_o \in \mathbb{R}$ é o estado do líder;
- $x_i \in \mathbb{R}$ é o estado do agente;
- $u \in \mathbb{R}$ a entrada;
- $g_i \in \mathbb{R}^+$ como a constante indicativa de que um determinado agente i recebe informação sobre x_o ;

e omitindo o fator de acoplamento para facilitar os cálculos, tem-se um problema de controle ótimo com equação dinâmica dada por

$$\tilde{x}_{n+1} = \overline{W}_n \tilde{x}_n - \overline{B}_n u_n, \quad (4.31)$$

tendo como estado o erro de centralização com uma formulação global igual a

$$\varepsilon_n = (L + G) \tilde{x}_n, \quad (4.32)$$

mediante uma lei de controle, via realimentação de estado, no caso ε , sendo

$$u_n = \bar{K}_n \epsilon_n. \quad (4.33)$$

Para solucionar o problema de controle ótimo cooperativo, propõe-se uma função de energia que contém a matriz Laplaciana, tornando o processo de ajuste dos parâmetros dependente dessa matriz. Para que isso seja viabilizado, o erro de centralização é considerado como estado, desejando-se minimizar o custo de transição e realimentação desse sistema. Para tanto, considera-se

$$J_i = \frac{1}{2} \epsilon_N^T S_N \epsilon_N + \frac{1}{2} \sum_{n=i}^{N-1} (\epsilon_n^T Q_n \epsilon_n + u_n^T R_n u_n), \quad (4.34)$$

que tem como subproduto uma função Hamiltoniana dada por

$$H^n = \frac{1}{2} (\epsilon_n^T Q_n \epsilon_n + u_n^T R_n u_n) + \lambda_{n+1} (\bar{W}_n \tilde{x}_n - \bar{B}_n u_n). \quad (4.35)$$

Logo, dadas as condições de contorno previamente apresentadas, com derivadas em relação a λ_{n+1} e $\tilde{x}_n$, tem-se que

$$\frac{\partial H^n}{\partial \lambda_{n+1}} = \tilde{x}_{n+1} = \bar{W}_n \tilde{x}_n - \bar{B}_n u_n, \quad (4.36)$$

$$\frac{\partial H^n}{\partial \tilde{x}_n} = \lambda_n = \frac{\partial}{\partial \tilde{x}_n} \left[\{(L+G)\tilde{x}_n\}^T Q \{(L+G)\tilde{x}_n\} \right] + \lambda_{n+1} \bar{W}_n, \quad (4.37)$$

que resulta na determinação do multiplicador de *Lagrange* dado por

$$\lambda_n = (L+G)^T Q (L+G) \tilde{x}_n + \bar{W}_n^T \lambda_{n+1}. \quad (4.38)$$

A partir da derivada da Hamiltoniana em relação a entrada de controle $\frac{\partial H^n}{\partial u_n} = 0$, obtém-se

$$u_n = R_n^{-1} \lambda_{n+1} \bar{B}_n = R_n^{-1} \bar{B}_n^T \lambda_{n+1}, \quad (4.39)$$

e portanto, o sistema submetido a essa entrada resulta em

$$\tilde{x}_{n+1} = \bar{W}_n \tilde{x}_n - \bar{B}_n R_n^{-1} \bar{B}_n^T \lambda_{n+1}, \quad (4.40)$$

ou seja, a partir do conjunto de equações $\begin{cases} \lambda_n = (L+G)^T Q(L+G) \tilde{x}_n + \bar{W}_n^T \lambda_{n+1} \\ \tilde{x}_{n+1} = \bar{W}_n \tilde{x}_n - \bar{B}_n R_n^{-1} \bar{B}_n^T \lambda_{n+1} \end{cases}$ obtêm-se a forma matricial, dada por

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_{n+1} \\ \lambda_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{W}_n & -\bar{B}_n R_n^{-1} \bar{B}_n^T \\ (L+G)^T Q(L+G) & \bar{W}_n^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_n \\ \lambda_{n+1} \end{bmatrix}. \quad (4.41)$$

Considerando que $|\bar{W}_n| \neq 0$ e com $\tilde{x}_n = \bar{W}_n^{-1} \tilde{x}_{n+1} + \bar{W}_n^{-1} \bar{B}_n R_n^{-1} \bar{B}_n^T \lambda_{n+1}$, com base na Eq. (4.40), tem-se que

$$\begin{aligned} \lambda_n &= (L+G)^T Q(L+G) \left(\bar{W}_n^{-1} \tilde{x}_{n+1} + \bar{W}_n^{-1} \bar{B}_n R_n^{-1} \bar{B}_n^T \lambda_{n+1} \right) + \bar{W}_n^T \lambda_{n+1}, \\ \lambda_n &= (L+G)^T Q(L+G) \bar{W}_n^{-1} \tilde{x}_{n+1} + (L+G)^T Q(L+G) \bar{W}_n^{-1} \bar{B}_n R_n^{-1} \bar{B}_n^T \lambda_{n+1} + \bar{W}_n^T \lambda_{n+1}, \\ \lambda_n &= (L+G)^T Q(L+G) \bar{W}_n^{-1} \tilde{x}_{n+1} + \left[\bar{W}_n^T + (L+G)^T Q(L+G) \bar{W}_n^{-1} \bar{B}_n R_n^{-1} \bar{B}_n^T \right] \lambda_{n+1}, \end{aligned}$$

que resulta na formulação matricial

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_n \\ \lambda_n \end{bmatrix} = H^{-1} \begin{bmatrix} \tilde{x}_{n+1} \\ \lambda_{n+1} \end{bmatrix}, \quad (4.42)$$

dado que

$$H^{-1} = \begin{bmatrix} \bar{W}_n^{-1} & \bar{W}_n^{-1} \bar{B}_n R_n^{-1} \bar{B}_n^T \\ (L+G)^T Q(L+G) \bar{W}_n^{-1} & \bar{W}_n^T + (L+G)^T Q(L+G) \bar{W}_n^{-1} \bar{B}_n R_n^{-1} \bar{B}_n^T \end{bmatrix}. \quad (4.43)$$

Para determinar as equações de controle é avaliado o estado final livre em malha fechada, ou seja, sem limitação de estado final $\tilde{x}_N$. Portanto, seja

$$\begin{cases} \lambda_n = (L+G)^T Q(L+G) \bar{W}_n^{-1} \tilde{x}_{n+1} + \left[\bar{W}_n^T + (L+G)^T Q(L+G) \bar{W}_n^{-1} \bar{B}_n R_n^{-1} \bar{B}_n^T \right] \lambda_{n+1}, \\ \tilde{x}_{n+1} = \bar{W}_n \tilde{x}_n - \bar{B}_n R_n^{-1} \bar{B}_n^T \lambda_{n+1}, \end{cases} \quad (4.44)$$

com $\frac{\partial \phi}{\partial \varepsilon_N} - \lambda_N = 0 \rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial \varepsilon_N} = \lambda_N$ resultando em $\lambda_N = S_N \varepsilon_N = S_N (L+G) \tilde{x}_N$ onde pode-se assumir que

$$\lambda_n = S_n (L+G) \tilde{x}_n. \quad (4.45)$$

Obtida a formulação para λ_n , pode-se assumir que $\lambda_{n+1} = S_{n+1} (L+G) \tilde{x}_{n+1}$ e substituindo na Eq. (4.40), obtém-se

$$\tilde{x}_{n+1} = \left[I + \bar{B}_n R_n^{-1} \bar{B}_n^T S_{n+1} (L+G) \right]^{-1} \bar{W}_n \tilde{x}_n. \quad (4.46)$$

Com base na Eq. (4.38) e na Eq. (4.45) determina-se a relação

$$S_n (L+G) \tilde{x}_n = (L+G)^T Q(L+G) \tilde{x}_n + \bar{W}_n^T S_{n+1} (L+G) \tilde{x}_{n+1},$$

que substituindo a Eq. (4.46) obtém-se como solução para S a equação algébrica igual a

$$S_n (L+G) = (L+G)^T Q(L+G) + \bar{W}_n^T S_{n+1} (L+G) \left[I + \bar{B}_n R_n^{-1} \bar{B}_n^T S_{n+1} (L+G) \right]^{-1} \bar{W}_n. \quad (4.47)$$

Seja a matriz da Eq.(4.47),

$$\left[I + \bar{B}_n R_n^{-1} \bar{B}_n^T S_{n+1} (L+G) \right]^{-1}$$

em comparação com a matriz em blocos $A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$ dada a relação de equivalência

$$(A_{11}^{-1} + A_{12} A_{22} A_{21})^{-1} = A_{11} - A_{11} A_{12} (A_{21} A_{11} A_{12} + A_{22}^{-1})^{-1} A_{21} A_{11},$$

adotando que $A_{11} = I$, $A_{12} = \bar{B}_n$, $A_{21} = \bar{B}_n^T S_{n+1}(L+G)$ e $A_{22} = R_n^{-1}$, obtém-se uma forma expandida dada por

$$\left[I + \bar{B}_n R_n^{-1} \bar{B}_n^T S_{n+1}(L+G) \right]^{-1} = I - \bar{B}_n \left\{ \bar{B}_n^T S_{n+1}(L+G) \bar{B}_n + R \right\}^{-1} \bar{B}_n^T S_{n+1}(L+G),$$

que resultam em

$$S_n(L+G) = (L+G)^T Q(L+G) + \bar{W}_n^T \left[S_{n+1}(L+G) - S_{n+1}(L+G) \bar{B}_n \left\{ \bar{B}_n^T S_{n+1}(L+G) \bar{B}_n + R \right\}^{-1} \bar{B}_n^T S_{n+1}(L+G) \right] \bar{W}_n. \quad (4.48)$$

Retornando a expressão entre colchetes a forma $(A_{11}^{-1} + A_{12}A_{22}A_{21})^{-1}$, determina-se a equação de *Riccati* para S_n dada por

$$S_n(L+G) = (L+G)^T Q(L+G) + \bar{W}_n^T \left[\{S_{n+1}(L+G)\}^{-1} + \bar{B}_n R_n^{-1} \bar{B}_n^T \right]^{-1} \bar{W}_n. \quad (4.49)$$

Definida a equação que determina S_n , resta definir a lei de controle, dada a Eq.(4.39) e (4.45), sendo

$$u_n = R_n^{-1} \bar{B}_n^T \lambda_{n+1} = R_n^{-1} \bar{B}_n^T S_{n+1}(L+G) \tilde{x}_{n+1}, \quad (4.50)$$

que substituindo a dinâmica global, Eq.(4.31), dos agentes, resulta na lei de controle igual a

$$u_n = R_n^{-1} \bar{B}_n^T S_{n+1}(L+G) (\bar{W}_n \tilde{x}_n - \bar{B}_n u_n). \quad (4.51)$$

Logo, manipulando a Eq. (4.51) obtém-se a lei de controle ótima e sensível ao grafo, resultando na expressão

$$u_n = \left\{ I + R_n^{-1} \bar{B}_n^T S_{n+1}(L+G) \bar{B}_n \right\}^{-1} R_n^{-1} \bar{B}_n^T S_{n+1}(L+G) \bar{W}_n \tilde{x}_n. \quad (4.52)$$

Comparando essa expressão com a lei de controle multiagente $u_n = \bar{K}(L+G) \tilde{x}_n$ tem-se

$$\begin{aligned}
K_n(L+G) &= \left\{ I + R_n^{-1} \bar{B}_n^T S_{n+1} (L+G) \bar{B}_n \right\}^{-1} R_n^{-1} \bar{B}_n^T S_{n+1} (L+G) \bar{W}_n, \\
K_n(L+G) &= \left\{ R_n + \bar{B}_n^T S_{n+1} (L+G) \bar{B}_n \right\}^{-1} \bar{B}_n^T S_{n+1} (L+G) \bar{W}_n.
\end{aligned} \tag{4.53}$$

Portanto, em síntese, as equações finais para determinação do controle ótimo dependente do grafo de comunicação é dada pela equação de *Riccati* multiagente e de $\bar{K}(L+G)$, igual a

$$\begin{cases} S_n(L+G) = (L+G)^T Q(L+G) + \bar{W}_n^T \left[\{S_{n+1}(L+G)\}^{-1} + \bar{B}_n R_n^{-1} \bar{B}_n^T \right]^{-1} \bar{W}_n, \\ K_n(L+G) = \left\{ R_n + \bar{B}_n^T S_{n+1} (L+G) \bar{B}_n \right\}^{-1} \bar{B}_n^T S_{n+1} (L+G) \bar{W}_n. \end{cases} \tag{4.54}$$

Do ponto de vista de sistemas homogêneos, basta uma substituição simples, dadas as relações de equivalência $\bar{W} \equiv I_N \otimes W$ e $\bar{B} \equiv I_N \otimes B$, resultando no conjunto de equações dadas por

$$\begin{cases} S_n(L+G) = (L+G)^T Q(L+G) + (I_N \otimes W)_n^T \left[\{S_{n+1}(L+G)\}^{-1} + \bar{B}_n R_n^{-1} \bar{B}_n^T \right]^{-1} (I_N \otimes W)_n, \\ K_n(L+G) = \left\{ R_n + (I_N \otimes B)_n^T S_{n+1} (L+G) (I_N \otimes B)_n \right\}^{-1} (I_N \otimes B)_n^T S_{n+1} (L+G) (I_N \otimes W)_n. \end{cases} \tag{4.55}$$

No Algoritmo 3 é apresentado o processo de cálculo dos parâmetros ótimos para o caso DLQR cooperativo relativo aos métodos desenvolvidos.

Algoritmo 3: Iteração para os cálculo de $S(L+G)$ e $\bar{K}$ **Entrada:**

- Matriz Adjacente A , Número de agentes N , condições iniciais x_i , Fator de acoplamento c , Formação Δ_i e estado do líder x_o para cada $i \in (1, N)$;

Inicialização:

- Matriz Laplaciana L e vetores globais x , Δ e $\bar{x}_o$;
- Matrizes de ponderação S , Q e R ;
- Matrizes globais do sistema: $\bar{W}$ e $\bar{B}$ para o caso heterogêneo;
- Matrizes globais do sistema: $\bar{W} = I_n \otimes W$ e $\bar{B} = I_n \otimes B$ para o caso homogêneo;
- Matrizes $\bar{S} = S(L+G)$ e $\bar{Q} = (L+G)Q(L+G)$.

início**enquanto** $|\bar{S}_n - \bar{S}_{n+1}| > \rho$ **faça**

Calcule:

$$S_n(L+G) = (L+G)^T Q(L+G) + \bar{W}_n^T \left[\{S_{n+1}(L+G)\}^{-1} + \bar{B}_n R_n^{-1} \bar{B}_n^T \right]^{-1} \bar{W}_n$$

Calcule o ganho ótimo:

$$K(L+G) = \left\{ R_n - \bar{B}_n^T S_{n+1} (L+G) \bar{B}_n \right\}^{-1} \bar{B}_n^T S_{n+1} (L+G) \bar{W}_n$$

fim**fim****Saída:** $\bar{S}$ e $\bar{K} = K(L+G)$

Inicialmente, configuram-se os parâmetros de quantidade de agentes, formação, líder e inicialização dos estados. Introduzida a matriz adjacente, calculam-se os demais parâmetros como L e G . Caso um fator de acoplamento seja configurado, este deve aparecer multiplicando $L+G$, ou seja, troca-se por $c(L+G)$, definindo-se as matrizes R , Q e S e determinando $\bar{Q}$ e $\bar{S}$. Posteriormente, executa-se a Equação Algébrica de Riccati dependente de grafo, até que se atinja um erro mínimo desejado, obtendo assim, $\bar{K} = K(L+G)$.

4.4 Solução ótima para sistema multiagente via DHDP

Buscando viabilizar a adaptabilidade do controle cooperativo a programação dinâmica heurística é utilizada. A utilização da DHDP é justificada pela possibilidade de haver agentes com dinâmicas não lineares. Quando estes estão situados em um dado ponto de operação e uma matriz de realimentação ótima é determinada, é válido partir desta matriz prévia para o cálculo de novos ganhos de realimentação, quando os agentes se deslocarem para um outro ponto de operação.

Considerando as mesmas condições de simplificação de cálculo do caso DLQR, ou seja, um conjunto de N agentes em um grafo $G(V, E)$, conectado e não direcionado, é que este método é desenvolvido, sendo o estado do líder $x_o \in \mathbb{R}$, o do agente $x_i \in \mathbb{R}$, a entrada $u \in \mathbb{R}$ e $g_i \in \mathbb{R}^+$. Lembrando que c foi omitido, considere a função de custo para a solução via programação dinâmica

dada por

$$J = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n^T Q \epsilon_n + u_n^T R u_n, \quad (4.56)$$

que implica em uma função valor, ao longo do tempo discreto, igual a

$$V^n(\epsilon_n) = \sum_{k=n}^{\infty} \gamma^{k-n} (\epsilon_k^T Q \epsilon_k + u_k^T R u_k). \quad (4.57)$$

Substituindo a Eq. (4.33) em (4.57), obtém-se a reformulação para função valor dada por

$$V^n(\epsilon_n) = \sum_{k=n}^{\infty} \gamma^{k-n} \left[\epsilon_k^T \left(Q + \bar{K}^T R \bar{K} \right) \epsilon_k \right], \quad (4.58)$$

que possibilita assumir como possível solução $V^n(\epsilon_n) = \epsilon_n^T S \epsilon_n$ e considerando a formulação de Bellman, tem-se a equação dada por

$$\begin{aligned} V^n(\epsilon_n) &= r(\epsilon_n, u_n) + \gamma V^n(\epsilon_{n+1}, u_n), \\ \epsilon_n^T S \epsilon_n &= \epsilon_n^T Q \epsilon_n + u_n^T R u_n + \gamma \epsilon_{n+1}^T S \epsilon_{n+1}. \end{aligned} \quad (4.59)$$

Considerando a derivada em relação aos parâmetros de K e da regra da cadeia, tem-se que o ponto de mínimo da função valor é

$$\frac{\partial V}{\partial k} = \frac{\partial r \partial h}{\partial h \partial k} + \gamma \frac{\partial V^{k+1}(\epsilon_{k+1}, u_k) \partial \epsilon_{k+1} \partial h}{\partial \epsilon_{k+1} \partial h \partial k} = 0, \quad (4.60)$$

onde os elementos resultantes desse gradiente são $\frac{\partial r}{\partial h} = 2u^T R$, $\frac{\partial V^{n+1}(\epsilon_{n+1}, u_n)}{\partial \epsilon_{n+1}} = 2\epsilon_{n+1}^T S$ e $\frac{\partial \epsilon_{n+1}}{\partial h} = \frac{\partial [(L+G)\tilde{x}_{n+1}]}{\partial h} = -(L+G)\bar{B}$ que substituindo na Eq. (4.60) resulta na expressão dada por

$$2u_n^T R - \gamma 2\epsilon_{n+1}^T S (L+G)\bar{B} = 0. \quad (4.61)$$

De posse que $\epsilon_{n+1} = (L+G) [\bar{W}\tilde{x}(n) - \bar{B}u(n)]$, determina-se a equação final para lei de

controle, ressaltando-se que o índice temporal n foi omitido para simplificar as equações (exemplo, R_n , $\bar{W}_n$, $\bar{B}_n$ e S_n , exceto L e G), dada por

$$u(n) = \gamma \left[R + \gamma \bar{B}^T (L + G)^T S (L + G) \bar{B} \right]^{-1} \cdot \left[\bar{B}^T (L + G)^T S (L + G) \bar{W} \right] \tilde{x}(n). \quad (4.62)$$

Como pode ser observado, neste caso, as matrizes que fazem referência ao comportamento multiagente aparecem diretamente na lei de controle, indicando uma sensibilidade referente aos grafos e parâmetros de acoplamento ao líder, resultando em uma adaptabilidade às variações desses parâmetros. Por isso, em termos concretos, a realimentação de estado é dada por

$$\bar{K}(L + G) = \gamma \left[R + \gamma \bar{B}^T (L + G)^T S (L + G) \bar{B} \right]^{-1} \cdot \left[\bar{B}^T (L + G)^T S (L + G) \bar{W} \right]. \quad (4.63)$$

O próximo passo é a determinação da matriz S . Para isso, realiza-se a substituição da Eq.(4.62) na equação dada por

$$\varepsilon_n^T S \varepsilon_n = \varepsilon_n^T Q \varepsilon_n + u_n^T R u_n + \gamma \varepsilon_{n+1}^T S \varepsilon_{n+1}. \quad (4.64)$$

Dada a relação $\varepsilon_{n+1} = (L + G) \bar{W} \tilde{x}_n - (L + G) \bar{B} u_n$ e a Eq. (4.64), obtém-se, como resultado parcial, a expressão igual a

$$\begin{aligned} \tilde{x}_n^T (L + G)^T S (L + G) \tilde{x}_n &= \tilde{x}_n^T (L + G)^T Q (L + G) \tilde{x}_n + \gamma \tilde{x}_n^T \bar{W}^T (L + G)^T S (L + G) \bar{W} \tilde{x}_n + \\ &u_n^T \left[R + \gamma \bar{B}^T (L + G)^T S (L + G) \bar{B} \right] u_n, \end{aligned}$$

que dada a relação

$$\begin{aligned} u_n^T \left[R + \gamma \bar{B}^T (L + G)^T S (L + G) \bar{B} \right] u_n &= \\ \tilde{x}_n^T \gamma \left[\bar{B}^T (L + G)^T S (L + G) \bar{W} \right]^T \left[R + \gamma \bar{B}^T (L + G)^T S (L + G) \bar{B} \right]^{-1} &\left[\bar{B}^T (L + G)^T S (L + G) \bar{W} \right] \tilde{x}_n, \end{aligned}$$

fornece uma equação algébrica dada por

$$\begin{aligned}
& \gamma \bar{W}^T (L+G)^T S (L+G) \bar{W} + (L+G)^T Q (L+G) - (L+G)^T S (L+G) + \\
& \gamma \left[\bar{W}^T (L+G)^T S (L+G) \bar{B} \right] \left[R + \gamma \bar{B}^T (L+G)^T S (L+G) \bar{B} \right]^{-1} \cdot \\
& \left[\bar{B}^T (L+G)^T S (L+G) \bar{W} \right] = 0.
\end{aligned} \tag{4.65}$$

Como pode ser observado, é possível tratar a relação $(L+G)^T S (L+G)$ como uma relação de transformação da matriz S inicial em uma $\bar{S}$ por meio das características do grafo.

De forma análoga ao realizado no LQR, para determinar o caso homogêneo, basta introduzir a questão da equivalência entre os modelos, logo a lei de controle é igual a

$$u(n) = \left[R + \gamma (I_N \otimes B)^T S (I_N \otimes B) \right]^{-1} \left[\gamma (I_N \otimes B)^T S (I_N \otimes W) \right] \bar{x}(n), \tag{4.66}$$

que considerando os parâmetros de realimentação, resulta em

$$\begin{aligned}
& (I_N \otimes K) (L+G) = \\
& \gamma \left[R + \gamma (I_N \otimes B)^T (L+G)^T S (L+G) (I_N \otimes B) \right]^{-1} \left[(I_N \otimes B)^T (L+G)^T S (L+G) (I_N \otimes W) \right]
\end{aligned} \tag{4.67}$$

Por fim, a equação para determinação de S é dada por

$$\begin{aligned}
& \gamma (I_N \otimes W)^T (L+G)^T S (L+G) (I_N \otimes W) + (L+G)^T Q (L+G) - (L+G)^T S (L+G) + \\
& \gamma \left[(I_N \otimes W)^T (L+G)^T S (L+G) (I_N \otimes B) \right] \cdot \\
& \left[R + \gamma (I_N \otimes B)^T (L+G)^T S (L+G) (I_N \otimes B) \right]^{-1} \cdot \\
& \left[(I_N \otimes B)^T (L+G)^T S (L+G) (I_N \otimes W) \right] = 0.
\end{aligned} \tag{4.68}$$

Mantendo a analogia ao caso LQR, as mesmas considerações são aplicadas para o caso via Programação Dinâmica, ou seja, da inicialização dos parâmetros até as questões relativas ao fator de acoplamento. O Algoritmo 4 mostra como ocorre o processo de determinação do controle cooperativo ótimo proposto.

Algoritmo 4: Iteração para os cálculo de $(L + G)S(L + G)$ e $\bar{K}$ via programação dinâmica**Entrada:**

- Matriz Adjacente A , Número de agentes N , condições iniciais x_i , Fator de acoplamento c , Formação Δ_i e estado do líder x_o para cada $i \in (1, N)$;

Inicialização:

- Matriz Laplaciana L e vetores globais x , Δ e $\bar{x}_o$;
- Matrizes de ponderação S , Q e R ;
- Matrizes globais do sistema: $\bar{W}$ e $\bar{B}$ para o caso heterogêneo;
- Matrizes globais do sistema: $\bar{W} = I_n \otimes W$ e $\bar{B} = I_n \otimes B$ para o caso homogêneo;
- Matrizes $\bar{S} = (L + G)S(L + G)$ e $\bar{Q} = (L + G)Q(L + G)$.

início**enquanto** $|\bar{S}_n - \bar{S}_{n+1}| > \rho$ **faça**

Calcule:

$$\bar{S}_n = \gamma \bar{W}^T \bar{S}_{n+1} \bar{W} + (L + G)^T Q (L + G) + \gamma \left[\bar{W}^T \bar{S}_{n+1} \bar{B} \right] \left[R + \gamma \bar{B}^T \bar{S}_{n+1} \bar{B} \right]^{-1} \cdot \left[\bar{B}^T \bar{S}_{n+1} \bar{W} \right]$$

Calcule o ganho ótimo:

$$\bar{K}(L + G) = \gamma \left[R + \gamma \bar{B}^T \bar{S}_{n+1} \bar{B} \right]^{-1} \cdot \left[\bar{B}^T \bar{S}_{n+1} \bar{W} \right]$$

fim**fim****Saída:** $\bar{S}$ e $\bar{K} = K(L + G)$

Sistema Anticolisão Baseado na Antilaplaciana

O desenvolvimento de um sistema anticolisão tem como objetivo suprir as fragilidades dos protocolos, dadas as características de centralização, formação e liderança. Logo, neste capítulo, é apresentada a proposta de um método baseado na ideia fundamental da primeira regra de *Reynold's*, conforme o Capítulo 2, utilizando o efeito contrário à centralização de bando.

5.1 Sistema anticolisão

O processo de desenvolvimento deste sistema ocorre através do aproveitamento de um dos efeitos não desejáveis na teoria de controle, a divergência. A princípio, o sistema é aplicado a sistemas em que não há adaptabilidade na determinação dos protocolos, até se ter uma forma de se anular, temporariamente, o efeito de convergência do adaptativo em detrimento do sistema anticolisão. Isso ocorre devido ao ajuste dos parâmetros de realimentação que podem sobrepor o efeito de divergência apresentado neste capítulo.

Portanto, a ideia do sistema é baseada na premissa de centralização e descentralização citadas nos capítulos iniciais de [11].

5.1.1 Efeitos de centralização e descentralização

Um dos princípios básicos do controle cooperativo é a centralização dos agentes, como visto no Capítulo 2, que busca trazer todos os agentes para um ponto ou objetivo comum. A equação que representa o efeito de centralização é dada por

$$\varepsilon_i^c(n) = c \sum_{j \in N} a_{ij} (x_j^n - x_i^n). \quad (5.1)$$

Enquanto o efeito de descentralização é realizado por formulação similar, mas de sinal contrário, sendo igual a

$$\varepsilon_i^d(n) = -c \sum_{j \in N} f_{ij} (x_j^n - x_i^n), \quad (5.2)$$

com f_{ij} proporcionando um efeito de enfraquecimento da centralização no grafo de comunicação, resultando na equação de balanceamento dada por

$$\begin{aligned} \varepsilon_i(n) &= \varepsilon_i^c(n) + \varepsilon_i^d(n), \\ \varepsilon_i(n) &= c \sum_{j \in N} a_{ij} (x_j^n - x_i^n) - c \sum_{j \in N} f_{ij} (x_j^n - x_i^n). \end{aligned} \quad (5.3)$$

Como previamente conhecido neste trabalho, os conceitos de grau de entrada d_i , que através da globalização, torna-se uma matriz diagonal $D = \{d_i\} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ e da matriz Laplaciana, dada por $L = D - A$, sendo A a matriz de adjacência ou conectividade entre os agentes, proporcionam uma centralização do bando. Para viabilizar um efeito contrário, define-se a matriz anti-Laplaciana representada por $\bar{L}$ que é dada por

$$\bar{L} = D_f - F, \quad (5.4)$$

sendo $F = \{f_{ij}\}$ definida como matriz de enfraquecimento da conectividade (oposição a A) e $D_f = \text{diag} \{d_i^f\}$ a matriz diagonal formada pelos graus de entrada de F .

Portanto, considerando o caso mais simples, $x_i \in \mathbb{R}$, obtém-se a forma individual para ε_i , por meio de

$$\varepsilon_i = -c \sum_{j \in N} f_{ij} x_j(n) + c \sum_{j \in N} f_{ij} x_i(n) + c \sum_{j \in N} a_{ij} x_j(n) - c \sum_{j \in N} a_{ij} x_i(n),$$

que na sua forma globalizada, é representada por

$$\varepsilon = -cFx(n) + cD_f x(n) + cAx(n) - cDx(n),$$

resultando em um erro de centralização igual a

$$\varepsilon(n) = c(\bar{L} - L)x(n). \quad (5.5)$$

Este desenvolvimento cria uma relação de liquidez entre centralização e descentralização, através da diferença $\bar{L} - L$, indicando em qual sentido o protocolo atuará. Logo, com base na propriedade da Laplaciana, que possui autovalores no semiplano direito, tem-se os efeitos:

$$\begin{aligned} \varepsilon^d &= c\bar{L}x(n) \rightarrow \text{descentralizar}, \\ \varepsilon^c &= -cLx(n) \rightarrow \text{centralizar}. \end{aligned}$$

5.1.2 Ajuste da matriz anticolisão

O desenvolvimento da técnica anticolisão parte de uma premissa que diz: o balanço entre os autovalores de L e $\bar{L}$ atuam sobre o grau de intensidade entre centralizar e descentralizar. Para representar matematicamente esse balanço, basta criar uma relação entre as duas matrizes. Neste caso, optou-se por uma relação de proporcionalidade utilizando o parâmetro α , sendo

$$\bar{L} = \alpha L. \quad (5.6)$$

Para avaliar essa premissa e a relação de proporcionalidade, toma-se M como uma matriz de transformação para a forma de Jordan, tal que $J_L = M^{-1}LM$. Portanto, a relação $\bar{L} = \alpha L$ resulta em uma matriz equivalente $J_{\bar{L}} = \alpha J_L = \alpha M^{-1}LM$. Como consequência, α é diretamente aplicado aos valores singulares de L , ou seja, todo autovalor de $\bar{L}$ é proporcional aos de L , resultando em $\Lambda_i^{\bar{L}} = \alpha \Lambda_i^L$. Dessa forma, o valor singular resultante, visto pelos protocolos, é dado por

$$\Lambda_i = \Lambda_i^{\bar{L}} - \Lambda_i^L. \quad (5.7)$$

Todo esse processo de desenvolvimento é caracterizado para o tempo discreto, com os critérios de estabilidade específicos sendo considerados. Isso implica que para um efeito convergente os valores singulares resultantes Λ_i devem estar situados dentro do círculo unitário, considerando

tanto componentes reais quanto imaginários. Dado esse critério, adota-se para convergência e divergência as regiões que são dadas por

$$\begin{aligned} |\Lambda_i| &\geq 1 \rightarrow \text{Divergente,} \\ |\Lambda_i| &< 1 \rightarrow \text{Convergente,} \end{aligned} \quad (5.8)$$

que em termos da diferença entre $\bar{L}$ e L , resulta em

$$\begin{aligned} \left| \Lambda_i^{\bar{L}} - \Lambda_i^L \right| &\geq 1 \rightarrow \text{Divergente,} \\ \left| \Lambda_i^{\bar{L}} - \Lambda_i^L \right| &< 1 \rightarrow \text{Convergente.} \end{aligned} \quad (5.9)$$

Considerando a relação de proporcionalidade entre Laplaciana e Anti-laplaciana $\Lambda_i^{\bar{L}} = \alpha \Lambda_i^L$, tem-se que

$$\begin{aligned} \left| \alpha \Lambda_i^L - \Lambda_i^L \right| &\geq 1 \rightarrow |(\alpha - 1) \Lambda_i^L| \geq 1, \\ \left| \alpha \Lambda_i^L - \Lambda_i^L \right| &< 1 \rightarrow |(\alpha - 1) \Lambda_i^L| < 1, \end{aligned}$$

resultando em valores modulares para α que compreendem os respectivos intervalos:

$$\begin{aligned} |\alpha - 1| &\geq \frac{1}{|\Lambda_i^L|} \rightarrow \text{Divergente,} \\ |\alpha - 1| &< \frac{1}{|\Lambda_i^L|} \rightarrow \text{Convergente.} \end{aligned}$$

Como consequência dessas regiões modulares, os intervalos em que α pode variar e causar os efeitos citados são:

- Faixa de divergência:

$$\begin{cases} \alpha \geq \frac{1}{|\Lambda_i^L|} + 1 \text{ e} \\ \alpha \leq -\frac{1}{|\Lambda_i^L|} + 1. \end{cases} \quad (5.10)$$

- Faixa de convergência:

$$\begin{cases} \alpha < \frac{1}{|\Lambda_i^L|} + 1 \text{ e} \\ \alpha > -\frac{1}{|\Lambda_i^L|} + 1. \end{cases} \quad (5.11)$$

Ao se observar as faixas variacionais de α é possível afirmar que: quando um autovalor de L está situado na origem do plano complexo a faixa de valores que α assume, torna-se infinito. Isso implica que para um grafo em árvore onde $\Lambda_1 = 0$ (agente 1), α não se aplica. Para os demais agentes é determinável, sendo função da inversa dos autovalores correspondentes. Além disso, observa-se que não há a necessidade de utilizar toda a faixa de valores disponíveis para esse parâmetro, que aborda tanto valores positivos quanto negativos. Portanto, considerando apenas a faixa positiva, tem-se

$$\begin{cases} 0 \leq \alpha < \frac{1}{|\Lambda_i^L|} + 1 \rightarrow \text{Convergente}, \\ \alpha \geq \frac{1}{|\Lambda_i^L|} + 1 \rightarrow \text{Divergente}. \end{cases} \quad (5.12)$$

5.1.3 Particularização de α

Definidas as faixas de convergência e divergência, trata-se agora da forma como o fator de proporcionalidade pode ser aplicado. Logo, sabendo que L possui N valores singulares, é possível utilizar apenas um parâmetro α aplicado a todos os agentes, ou seja, tem-se uma influência generalizada do parâmetro de ajuste. O ponto negativo é que sua variação influencia em todo o conjunto de agentes em uma situação individualizada de colisão, exceto para o agente 1 com $\Lambda_1 = 0$. Como exemplo, suponha $N = 6$, com efeito de um suposto $\alpha = 0,2$. Isso implicará em diferentes comportamentos para os agentes 2 e 3, dado que $\Lambda_2 \neq \Lambda_3$.

A unicidade do parâmetro de ajuste causaria interferências desnecessárias em agentes que não estão em rota de colisão, podendo gerar resultados indesejados. Logo, pretende-se realizar o ajuste de forma particular, envolvendo apenas os agentes necessários. Assim tomando como referência dois agentes i e j que se aproximam, a anticolisão é ajustada apenas para um deles, no caso o elemento j , fazendo com que α_j atue no sentido de evitar a colisão.

Para implementação desses parâmetros de forma particularizada e que faça sentido matematicamente, considera-se um vetor $vec(\alpha) = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N]$, $\forall i \in [1, N]$, que resulta em uma matriz diagonal formada por esses parâmetros, dada por

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \alpha_2 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_N \end{bmatrix}, \quad (5.13)$$

que multiplicada pela matriz de *Jordan*, apresenta o resultado individualizado para cada agente, como mostra a matriz igual a

$$\Gamma J^L = \begin{bmatrix} \alpha_1 \Lambda_1^L & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \alpha_2 \Lambda_2^L & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_N \Lambda_N^L \end{bmatrix}. \quad (5.14)$$

Dessa forma, partindo da formulação de parâmetro único $(\alpha - 1)L \rightarrow (\Gamma - I_N)L$, obtém-se a forma particularizada igual a

$$\varepsilon(n) = c(\Gamma - I_N)Lx(n). \quad (5.15)$$

Determinados os aspectos de influência de α_j , resta determinar como esse parâmetro irá variar, cumprindo o papel de anticolisão. Para isso, foram delimitadas quatro regiões de criticidade para os agentes.

5.1.4 Regiões críticas

As regiões de criticidade para colisão são divididas em região de contato, crítica, moderada e livre. Estas dizem respeito a presença de um agente j na região de ação de i . Assim, para cada subespaço, existe uma atuação particularizada de α_j , resultando nos efeitos: nulo, desaceleração e divergência. Portanto, tem-se:

- *Região de contato (RC)*: corresponde aos espaços em que o agente j interfere diretamente no agente i , ou seja, trata-se da região de contato direto. Em se tratando de agentes com corpo físico e com deslocamento espacial, representa a colisão, resultando em perda do equipamento;

- *Região crítica (RCT)*: é uma zona de risco elevada onde a colisão é iminente, e a interferência de um em outro é alta, mas não direta. É onde a divergência deve atuar de forma tênue para evitar que se chegue ao caso RC.
- *Região moderada (RM)*: zona em que a aproximação é observada com um nível de alerta moderado, ou seja, deve-se atuar no sentido de atenuar a aproximação, com α_j ainda na região convergente, mas deixando o sistema preparado para transição para uma região de divergência, caso j invada a RCT de i .
- *Região livre (RL)*: como o próprio nome diz, região de livre circulação de j no entorno de i , ou seja, o parâmetro moderador é nulo sem influenciar no protocolo.

Adotando regiões circulares ou esféricas, foram determinados os raios que limitam as regiões de criticidade, a partir do centro de referência do agente. A Fig. 5.1 mostra os raios relativos às regiões, sendo r_c o raio que caracteriza a colisão propriamente dita, dependendo das dimensões físicas do agente ou de uma região cuja invasão seja proibida. Já r_{ct} define o raio limite da área crítica, onde a divergência deve ser predominante, e o raio r_m limita a região moderada.

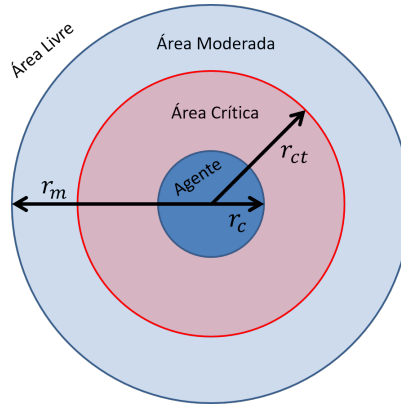


Figura 5.1: Regiões de criticidade do sistema anticolisão.

Fonte: Autor.

Definidos os raios que limitam as regiões, resta relacioná-los matematicamente, com base nos limites apresentados na Fig. 5.2, que mostra as diversas situações em que um agente j entra nas regiões limite de i , seja ela, crítica, moderada ou colisão.

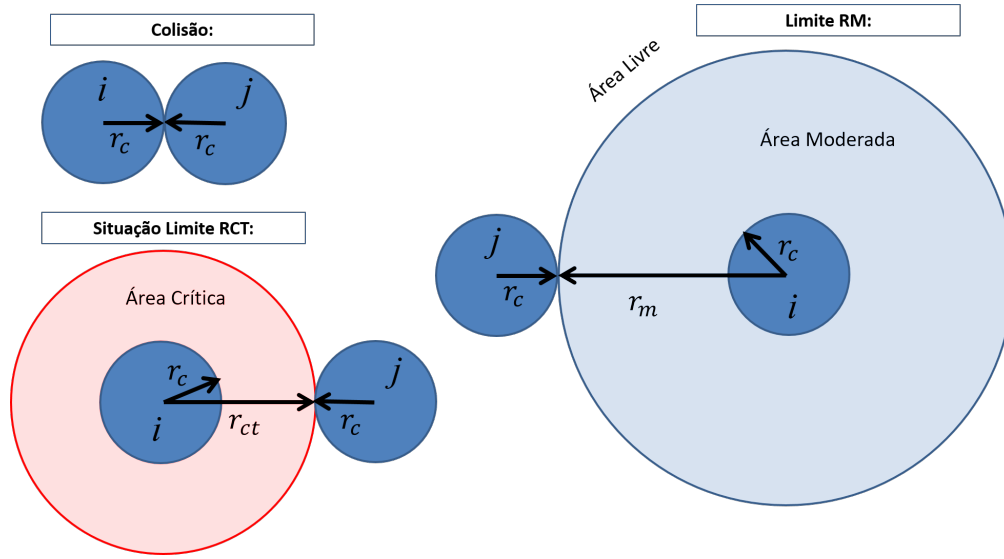


Figura 5.2: Representação das possíveis situações limite do sistema anticolisão.
Fonte: Autor.

Portanto, considere dois agentes, i centrado em (x_i, y_i, z_i) e j em (x_j, y_j, z_j) , com d_{ij} sendo a distância entre eles. Caso os dois tenham características r_c diferentes, a RC é dada por

$$RC : d_{ij} \leq r_c^i + r_c^j,$$

e caso esses agentes sejam iguais, tem-se que

$$RC : d_{ij} \leq 2r_c.$$

Para RCT, a distância limitante superior é dada por $d_{\max} = r_c^i + r_c^j + r_{ct} - r_c^i = r_c^j + r_{ct}$ e limitada inferiormente pela RC, como pode ser observado na Fig. 5.2. Logo, para os casos de raios r_c diferentes e iguais, respectivamente, tem-se

$$RCT : r_c^i + r_c^j < d_{ij} \leq r_c^j + r_{ct} \text{ (caso } i \text{ e } j \text{ diferentes),}$$

$$RCT : 2r_c < d_{ij} \leq r_c + r_{ct} \text{ (iguais).}$$

Para RM, o mesmo cálculo é realizado, tendo como região limitante inferior a RCT. Logo, tem-se

$$RM : r_c^i + r_{ct} < d_{ij} \leq r_c^j + r_m \text{ (diferentes),}$$

$$RM : r_c + r_{ct} < d_{ij} \leq r_c + r_m \text{ (iguais).}$$

Por fim, a RL é tudo aquilo que não é compreendido pelos demais casos, ou seja

$$RL : d_{ij} > r_c^j + r_m \text{ (diferentes),}$$

$$RL : d_{ij} > r_c + r_m \text{ (iguais).}$$

Definidas as regiões em função dos raios, enquadrando a distância d_{ij} conforme as regiões de criticidade, resta determinar como o parâmetro anticolisão α irá variar em cada faixa de atuação. Esse ajuste pode ocorrer de forma determinística ou via inteligência computacional, como Lógica *Fuzzy*, por exemplo. Inicialmente, será tratado de forma simples, com base em uma variação exponencial.

5.1.5 Ajuste exponencial do parâmetro anticolisão

Considerando que α assume uma formatação $\alpha(d_{ij}) = a \cdot b^{-d_{ij}}$, os parâmetros a e b são determinados conforme as regiões de contorno de cada região crítica, iniciando pelo caso mais simples, a região RL. Nesta, o efeito da divergência deve ser nulo para o agente j . Portanto, com base em uma regra *if – then*, tem-se

$$\text{se } d_{ij} \in RL \rightarrow \alpha_j = 0.$$

Como já mencionado, caso a região seja RM, α deve atuar na faixa convergente, aumentando a medida que d_{ij} diminui, até o limiar da região crítica, conforme é apresentado na Fig. 5.3.

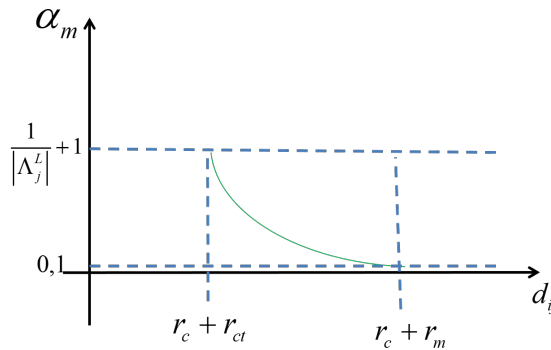


Figura 5.3: Variação exponencial de α na região moderada.

Fonte: Autor.

O comportamento aproximado escolhido para α dentro da RM, em função de d_{ij} , ocorre de forma exponencial. Assim, foi estabelecido um valor de referência inferior de 0,1 como ponto de partida para o parâmetro anticolisão quando $d_{ij} = r_c + r_m$. Portanto, tendo os limites superior e inferior, determina-se a função exponencial que caracteriza essa região, sabendo que $a = \frac{1}{|\Lambda_j^L|} + 1$ e b é determinado da seguinte forma:

$$\begin{cases} \frac{1}{|\Lambda_j^L|} + 1 = \left(\frac{1}{|\Lambda_j^L|} + 1 \right) b^{-(r_c^j + r_{ct})}, \\ 0, 1 = \left(\frac{1}{|\Lambda_j^L|} + 1 \right) b^{-(r_c^j + r_m)}. \end{cases}$$

Relacionando as duas expressões, chega-se a solução $b = \left(\frac{10}{|\Lambda_j^L|} + 10 \right)^{\frac{1}{r_m - r_{ct}}}$, tendo como resultado final para RM um α ajustado de acordo com a expressão dada por

$$\alpha_j^m(d_{ij}) = \left(\frac{1}{|\Lambda_j^L|} + 1 \right) \left(\frac{10}{|\Lambda_j^L|} + 10 \right)^{\frac{-d_{ij}}{r_m - r_{ct}}}. \quad (5.16)$$

Para região RCT não há um limite superior definido. Logo, para que essa variação não seja ilimitada define-se o parâmetro $p > 1$, que indica quantas vezes o limite superior de α é maior que a inferior. Esse limitante ocorre quando d_{ij} está no limite de transição para região de contato, como mostra a Fig. 5.4.

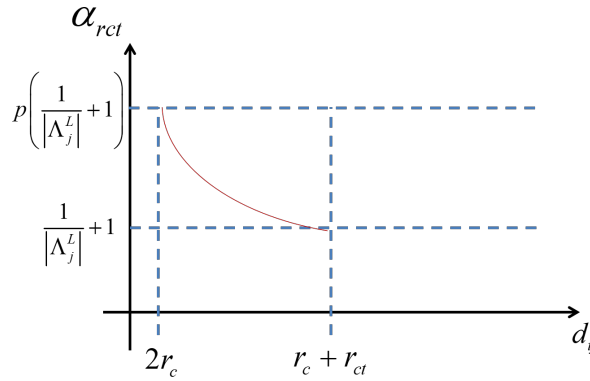


Figura 5.4: Variação exponencial de α na região crítica.

Fonte: Autor.

Portanto, realizando o mesmo procedimento do caso anterior, com $\alpha_{\max}^{ct} = p \left(\frac{1}{|\Lambda_j^L|} + 1 \right)$ e $d_{ij} = 2r_c^j$ como ponto de limite superior, $\alpha_{\min}^{ct} = \left(\frac{1}{|\Lambda_j^L|} + 1 \right)$ e $d_{ij} = r_c^j + r_{ct}$ como inferior, tem-se:

$$\begin{cases} p \left(\frac{1}{|\Lambda_j^L|} + 1 \right) = p \left(\frac{1}{|\Lambda_j^L|} + 1 \right) b^{-2r_c^j}, \\ \left(\frac{1}{|\Lambda_j^L|} + 1 \right) = p \left(\frac{1}{|\Lambda_j^L|} + 1 \right) b^{-(r_c^j + r_{ct})}, \end{cases}$$

que tem como solução $b = p$, que substituindo na expressão para região RCT, resulta em

$$\alpha_j^{ct}(d_{ij}) = p \left(\frac{1}{|\Lambda_j^L|} + 1 \right) p^{\frac{-d_{ij}}{r_{ct}-r_c^j}}. \quad (5.17)$$

Consequentemente, a equação final para α é uma composição das expressões de cada região, resultando na formulação:

$$\alpha_j(d_{ij}) = \begin{cases} 0 & \text{se } d_{ij} \in RL, \\ \left(\frac{1}{|\Lambda_j^L|} + 1 \right) \left(\frac{10}{|\Lambda_j^L|} + 10 \right)^{\frac{-d_{ij}}{r_m-r_{ct}}} & \text{se } d_{ij} \in RM, \\ p \left(\frac{1}{|\Lambda_j^L|} + 1 \right) p^{\frac{-d_{ij}}{r_{ct}-r_c^j}} & \text{se } d_{ij} \in RCT, \end{cases} \quad (5.18)$$

onde é verificada e classificada, respectivamente, a distância entre os agentes i e j , dentro das regiões de criticidade, conforme Fig. 5.5. Nessa figura é apresentado o fluxograma de decisão do método anticolisão desenvolvido.

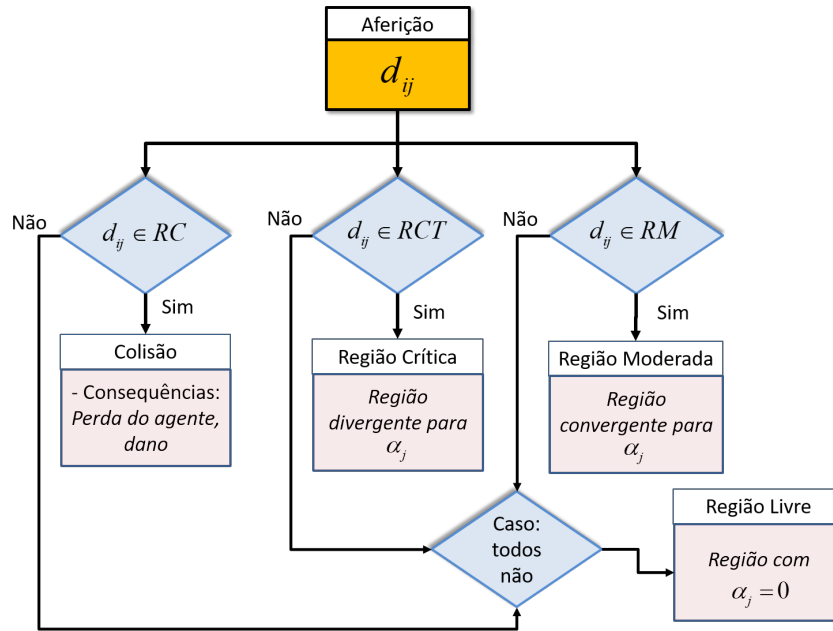


Figura 5.5: Fluxograma para o ajuste de α_j do sistema anticolisão, conforme Eq.(5.18).

Fonte: Autor.

A distância d_{ij} avaliada é dada pela norma Euclidiana relativa aos estados dos dois agentes envolvidos como, por exemplo, a distância espacial, dados os eixos (x, y, z) , igual a

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2}. \quad (5.19)$$

Definidas as equações, a forma de atuação e o cálculo da distância para os agentes, apresenta-se a equação final do protocolo com o efeito da anticolisão embutido. Como visto, os efeitos inerentes aos protocolos multiagentes são: centralização, liderança formação e velocidade correspondente. Neste caso específico, aplica-se o efeito anticolisão na parte do protocolo responsável pela centralização, já que trata-se do efeito que une os agentes em um dado ponto, como a Eq. (5.15), por exemplo. Portanto, o protocolo contendo todos os efeitos, acrescentado o efeito anticolisão, é igual a

$$\varepsilon(n) = [c(\Gamma - I_N)L + g_g I_N] \hat{x}(n) + (\gamma c L + k_v I_N) \hat{v}(n) + \bar{a}_o(n), \quad (5.20)$$

dado que $\hat{x} \in \mathbb{R}^N$, $\hat{v} \in \mathbb{R}^N$ e $\bar{a} \in \mathbb{R}^N$, com $\Gamma = \text{diag}\{\alpha_i\} \in \mathbb{R}^{N \times N}$. O Algoritmo 5 é relacionado ao fluxograma da Fig. 5.5 e mostra a forma como o sistema desenvolvido é aplicado.

Algoritmo 5: Sistema anticolisão com ajuste de α **Dados:**

- Inicializar parâmetros r_c , r_{ct} , r_m e p ;
- Considerando N agentes dispostos por meio de um grafo com Laplaciana L .

início**para** cada i de 1 a N agentes **faça****para** cada j de $i + 1$ a N agentes **faça**1. Cálculo da distância $d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2}$;

2. Verificar condições críticas:

se $d_{ij} \leq 2r_c$ **então**

Colisão: perda ou dano

fim**se** $2r_c < d_{ij} \leq r_c + r_{ct}$ **então**

$$\alpha_j(d_{ij}) = p \left(\frac{1}{|\Lambda_j^L|} + 1 \right) p^{\frac{-d_{ij}}{r_{ct} - r_c}}$$

fim**se** $r_c + r_{ct} < d_{ij} \leq r_c + r_m$ **então**

$$\alpha_j(d_{ij}) = \left(\frac{1}{|\Lambda_j^L|} + 1 \right) \left(\frac{10}{|\Lambda_j^L|} + 10 \right)^{\frac{-d_{ij}}{r_m - r_{ct}}}$$

fim**se** $d_{ij} > r_c + r_m$ **então**

$$\alpha_j = 0$$

fim**fim****fim**Montagem da matriz $\Gamma = \text{diag}([\alpha_1, \dots, \alpha_N])$ **fim****Saída:** Γ , para uso no protocolo (Exemplo, Eq.(5.20))

Plataforma de Simulação e Testes

Neste capítulo é apresentada a plataforma de testes desenvolvida com base em técnicas de modelagem 3D em *Python*, com os resultados obtidos e as considerações sobre eles, que estão distribuídos em tabelas e gráficos. Estes são frutos de simulações e experimentos com minidrones, focados, principalmente, no sistema anticolisão, utilizando a plataforma 3D. Quanto ao algoritmo de controle ótimo dependente da Laplaciana, tem-se resultados em caráter de aplicação da teoria multiagente.

6.1 Plataforma 3D de Simulação

Com a finalidade de avaliar os protocolos multiagentes e buscar melhor desempenho, como evitar danos, uma plataforma 3D foi desenvolvida na linguagem *Python*. A plataforma é estruturada através da elaboração de bibliotecas próprias, buscando a fácil aplicação da teoria de controle multiagente, possibilitando a expansão para outros tipos de sistemas. Nela, são realizadas as simulações e experimentos com minidrones, com voos controlados manualmente e automatizados pelos protocolos.

A parte relativa às simulações é composta por alguns algoritmos que foram desenvolvidos. O primeiro apresentado é relativo ao modelo do quadrimotor.

6.1.1 Modelo do quadrimotor

Uma biblioteca contendo o algoritmo do quadrimotor foi desenvolvida, sendo composta pelos modelos matemáticos e por parâmetros do Drone (Algoritmos 1 e 2), como equações translacionais e de rotação, bem como os controladores internos. O sistema de equações é simulado através do método de Euler de passo simples. A construção do quadrimotor como uma biblioteca

facilita o uso de vários drones de mesma ou diferentes características, viabilizando a aplicação dos protocolos cooperativos.

6.1.2 Protocolos multiagentes

O segundo elemento constituinte desse sistema é a biblioteca de protocolos multiagentes. Esta possui as formulações baseadas nos Capítulos 2, 3, 4 e 5. Além disso, algumas formulações que foram apenas citadas em [11], mas não desenvolvidas, foram minuciosamente determinadas e incluídas na biblioteca. Nela é possível avaliar protocolos que vão desde a simples centralização de bando até sistemas com formação, liderança e anticolisão.

6.1.3 Sistema de detecção de colisão

A detecção de colisões entre os agentes são baseadas na teoria de espaço de influência entre os agentes, como é citado no Capítulo 2. Com base nisso, foi desenvolvido um sistema de colisão baseado em uma região esférica, tendo como referência o centro geométrico do agente.

Quando esse sistema traduz a realidade, é considerada a perda do agente em situação de colisão, gerando uma modificação na estrutura da matriz de conectividade, que por consequência, altera a dinâmica global do sistema, podendo levá-lo à instabilidade.

As colisões podem ocorrer entre agentes e objetos inerentes ao ambiente onde estes se encontram. Quando a colisão ocorre entre dois agentes, a perda é considerada maior em termos de interferência na estabilidade global, já que dois elos de comunicação foram perdidos na matriz adjacente, tornando o valor correspondente a posição i, j desses agentes na matriz A nulo. No entanto, quando a colisão ocorre entre objeto e agente a perda pode ser considerada de menor impacto.

Nesse contexto, estão implementadas detecções de colisões entre agentes visando avaliar os protocolos com e sem anticolisão. Isso ocorre por meio de regiões esféricas no entorno do agente, onde são consideradas as regiões de criticidade para ajuste da matriz anticolisão.

6.1.4 Interface e Ferramentas

A interface desenvolvida é constituída de uma área de simulação/supervisão, com dimensões ajustáveis e um painel de configuração. Ela viabiliza o ajuste de parâmetros, como quantidade de agentes, sejam eles virtuais ou minidrones, a configuração das posições iniciais dos agentes virtuais e a leitura das coordenadas dos *Crazyflies* (minidrones). Na parte referente ao protocolo, é possível escolher quais efeitos são aplicáveis, como liderança, formação, velocidade correspon-

dente e anticolisão. Possibilita também, o ajuste das constantes e das matrizes que envolvem o protocolo, além dos parâmetros de entrada, como x_o e Δ . A imagem representativa da plataforma é apresentada na Fig. 6.1.

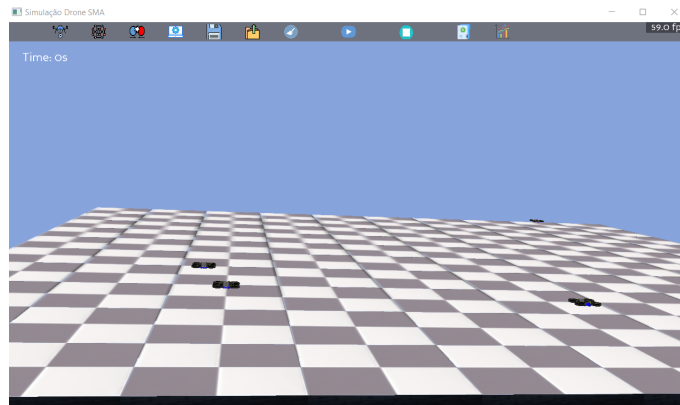


Figura 6.1: Plataforma de Simulação 3D multiagente para Quadrimotores.

Fonte: Autor

No final de uma simulação é apresentado um relatório de desempenho com gráficos 3D e 2D, com informações de deslocamento, pontos de colisão, de acordo com o raio r_c , tabelas com dados envolvendo os N agentes, conforme cada item especificado na análise de desempenho na Seção 6.1.5.

6.1.5 Métricas de desempenho

A avaliação de desempenho é realizada com base em critérios físicos, como:

- Energia, com base nas equações de energia cinética e potencial, tendo como parâmetros a massa do objeto, altura, gravidade e velocidade de deslocamento vetorizado;
- Avaliação de formação, que trata da avaliação do tempo necessário para se obter a formação desejada;
- Avaliação da quantidade de colisões, considerando a particularidade do protocolo utilizado;
- Avaliação da capacidade de seguir uma dada trajetória, determinada pelo erro médio e máximo que incluem a formação e a convergência em relação a x_o .

Energias Cinética e Potencial

A avaliação das energias cinética e potencial fornecem, de forma aproximada, o gasto de energia do agente durante seu deslocamento e estabilização. Com isso, é avaliado o quesito energia, que é tão escasso, principalmente quando se fala em VANTs, que possuem uso limitado de bateria.

Os valores de energia são mensurados para cada agente enquanto se deslocam. Os cálculos são realizados com base nas estimativas de suas velocidades, altitudes, massa e aceleração da gravidade, que são determinados de acordo com as leis físicas dadas por

$$Ec_i = \frac{1}{2}m_i v_i^2, \quad (6.1)$$

$$Ep_i = m_i gh, \quad (6.2)$$

sendo m_i a massa do agente em kg, v_i a velocidade em m/s, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ a aceleração da gravidade e h a altitude, em metros, que o agente se encontra.

Os valores das Equações (6.1) e (6.2), sendo as energias cinética e potencial, respectivamente, são armazenados a cada iteração, gerando, ao final, o gráfico das energias com valores médios e máximos.

Quantidade de Colisões

As colisões são avaliadas de acordo com a contagem que ocorre em cada ciclo de iteração. Através dos dados apresentados, no relatório final da simulação, eles são avaliados, através dos gráficos gerados, do período e das posições em que as colisões ocorreram.

A colisão é considerada quando um agente entra na região esférica do outro, delimitada por um raio r_c , sendo possível alterar este parâmetro de acordo com as dimensões do drone. Ela é contabilizada de forma excludente, ou seja, um incidente de i em j é a mesma colisão de j em i , evitando duplicidade na contabilização.

Desempenho relacionado a formação e liderança

A análise de desempenho com relação à formação e liderança dependem do protocolo aplicado. Caso este não envolva formação ou liderança, tanto as variáveis de referência quanto de formação devem ser inicializadas como nulas. O sistema, no relatório final, apresenta os valores médios e máximos do erro, além do tempo de convergência. Este é determinado através do vetor de tempo e de erro, que considera a formulação dada por

$$E_i(t) = x_o(t) + \Delta_i - x_i(t), \quad (6.3)$$

sendo E_i o erro gerado em cada eixo (x, y, z) , x_o é a referência ou estado do líder, Δ_i é o *offset* que determina a formação (que deve ser nulo em casos de protocolos que não utilizam esse tipo de recurso) e x_i , o estado atual do agente.

O ponto de convergência é definido através da varredura do vetor de erro, dado um critério de desempenho $|E_i| < \delta$ para todos os agentes, sendo δ o valor de erro admissível.

6.2 Quadrimotores Virtuais e Experimentais

O quadrimotor utilizado para as simulações possui os seguintes parâmetros [52]:

- $m = 0,468 \text{ kg}$;
- $l = 0,225 \text{ m}$;
- $I_{xx} = 4,856 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$;
- $I_{yy} = 4,856 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$;
- $I_{zz} = 8,801 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$;
- $b = 2,98 \cdot 10^{-6}$;
- $d = 1,14 \cdot 10^{-7}$;
- $J = 6 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$;

Os dados dos motores utilizados para simulação são os do modelo 16G88 211E1 Brush DC e são encontrados no site do fabricante *Portescap*. Assim, alguns dos parâmetros considerados para o conjunto motor-hélice são: $k_m = 13,1 \cdot 10^{-3} \text{ Nm/A}$, $R = 13 \Omega$, $J_m = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ Nm}$, $J_r = 8 \cdot 10^{-8} \text{ Nm}$ (carga da hélice mais redução) e $d = 1,14 \cdot 10^{-7}$ (coeficiente de arrasto da hélice).

6.2.1 Controle de Velocidade dos Motores

O controlador escolhido para velocidade dos motores foi o clássico PI (Proporcional e Integral). Este é utilizado como parte integrante do sistema, pois o foco da aplicação da teoria multiagente, neste caso, não é o controle de motores e sim o comportamento do agente em x , y e

z. Portanto, o controlador utilizado para cada motor possui os parâmetros: $k_p = 0,45$ e $k_i = 4,5$, ambos determinados via método de tentativa e erro, tendo como resultado a Figura 6.2 que mostra o erro ao longo do tempo dos quatro motores, tendo uma resposta rápida e aceitável.

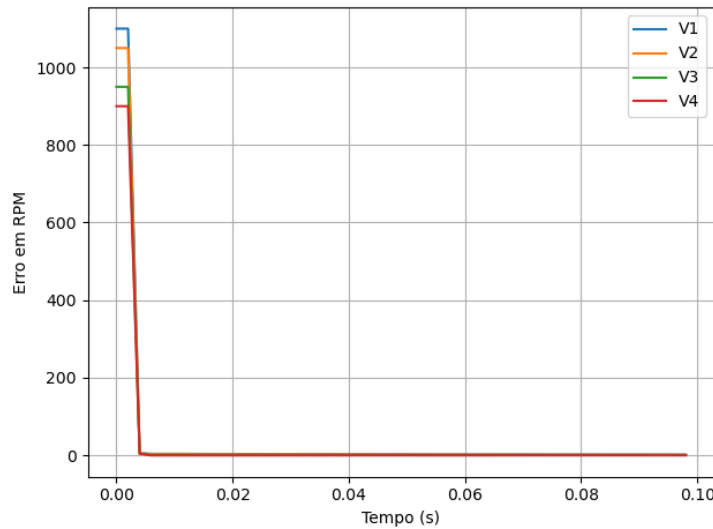


Figura 6.2: Gráfico do Erro de Velocidade dos Motores (RPM) pelo Tempo (s)

Os valores do controlador foram escolhidos de forma tal que não haja picos e a estabilização do quadrimotor seja mais suave.

Determinação dos parâmetros de controle

Com base nas equações de malha fechada são determinados os parâmetros de controle conforme as necessidades de desempenho. Como todas as dinâmicas de malha fechada possuem a mesma forma, aplicou-se os mesmos valores de constantes para todos os controles de ângulos. Para isso, através do método de tentativa e erro, vários pontos foram avaliados e ajustados até se obter os valores de $k_p = 0,4$, $k_d = 0,1$ e $k_i = 0,1$, conforme equações de malha fechada apresentadas na Seção 3.3.1, que são equações não convencionais de um controlador PID. Como exemplo, o termo derivativo tem como entrada a variação da variável do ângulo de ataque, enquanto os termos P e I são em função do erro da variável em questão (ângulo de ataque) e o valor desejado.

Através dos mesmos métodos, testes e ajustes paramétricos, os valores para o controle de altitude foram determinados, obtendo-se $k_{p,z} = 0,4$, $k_{d,z} = 0,9$ e $k_{i,z} = 0$. Os resultados são apresentados na Figura 6.3, onde o desempenho dos controladores foram avaliados utilizando as dinâmicas não lineares.

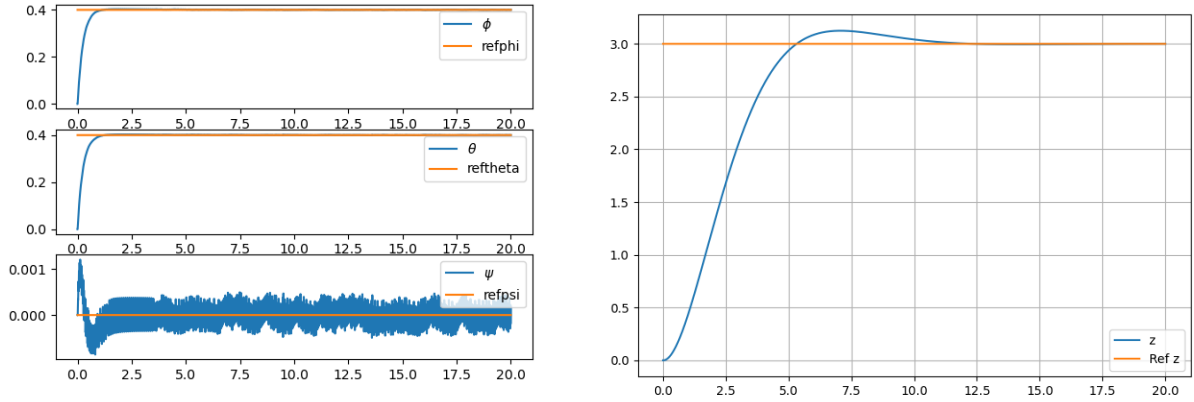
(a) Resposta dos ângulos de Euler (*rad*) pelo Tempo (*s*).(b) Resposta em z ($m \times s$)

Figura 6.3: Resposta do sistema controlado: subsistema de ângulos e altura.

A resposta dinâmica em malha fechada atinge os valores de referência desejados mesmo na presença de não linearidades, deixando o sistema apto aos testes da teoria multiagente, onde os protocolos são responsáveis pela última camada de controle, ou seja, o deslocamento em x , y e z . Já para o uso de protocolos multiagente como sistema guia, essa camada de controle passa a ser desempenhada por um controlador clássico e os protocolos indicam a posição em que o agente deve se deslocar. Logicamente, em uma escala de tempo curta. Portanto, para este segundo caso, os controladores clássicos são apresentados na Seção 6.2.2.

6.2.2 Controle de Posição

O controle de posição é dependente de U e dos ângulos de Euler, mas U já é utilizada como variável para o controle de estabilização, restando assim, apenas os ângulos ϕ e θ como variáveis para o controle de deslocamento em x e y .

Controle em X

O desenvolvimento do controle em x depende diretamente do sistema de equações em z , já que a dinâmica de x também é dependente de U e portanto de U_{ref} , definido como sinal de controle para a dinâmica em z . Portanto, considerando que a dinâmica em x é dada por

$$\ddot{x} = (\sin \psi \sin \phi + \cos \psi \sin \theta \cos \phi) \frac{U}{m},$$

sendo $U_{ref} = \frac{m(g + k_{p,z}e_z - k_{d,z}\dot{z} + k_{i,z}\int e_z dt)}{\cos \theta \cos \phi}$, e $u_z = k_{p,z}e_z - k_{d,z}\dot{z}$ já que $k_{i,z} = 0$, e substituindo na equação dinâmica de x , obtém-se

$$m\ddot{x} = (u_z + mg) \left(\frac{\sin \psi \tan \phi}{\cos \theta} + \cos \psi \tan \theta \right). \quad (6.4)$$

Para facilitar o projeto de controle, algumas considerações são feitas. Com base em [45], quando $\psi \rightarrow \psi_{ref}$ e $z \rightarrow z_{ref}$ em um determinado tempo, os erros tendem a zero e $u_z \rightarrow 0$. Isso permite que se possa reduzir a dinâmica de x para

$$\ddot{x} = g \tan \theta. \quad (6.5)$$

Essas simplificações permitem considerar que o sistema em x seja diretamente proporcional a θ quando este possui valor suficientemente pequeno para que $\tan \theta = \theta$. Portanto, seja a lei de controle dada por

$$\theta_{ref} = k_{p,x}e_x + k_{d,x}\dot{x} + k_{i,x} \int e_x dt, \quad (6.6)$$

que resulta na equação de malha fechada igual a

$$x(s) = \frac{gk_{p,x}s + gk_{i,x}}{s^3 - gk_{d,x}s^2 + gk_{p,x} + gk_{i,x}} x_{ref}(s). \quad (6.7)$$

Controle em Y

Para equação dinâmica em y é válido o mesmo realizado para x . Portanto, seja a dinâmica considerando u_z e U_{ref} :

$$m\ddot{y} = (u_z + mg) \left(\sin \psi \tan \theta - \frac{\cos \psi \tan \phi}{\cos \theta} \right). \quad (6.8)$$

sendo

$$\ddot{y} = -g \frac{\tan \phi}{\cos \theta}, \quad (6.9)$$

$$\phi_{ref} = k_{p,y}e_y + k_{d,y}\dot{x} + \int e_y dt, \quad (6.10)$$

e considerando ϕ pequeno, a dinâmica para y é diretamente proporcional a $-\phi$. Neste contexto, fica definida a equação de malha fechada dada por

$$Y(s) = \frac{gk_{p,y}s - gk_{i,y}}{s^3 + gk_{d,y}s^2 - gk_{p,y} - gk_{i,y}} x_{ref}(s). \quad (6.11)$$

6.2.3 Determinação dos parâmetros de controle (x,y)

O detalhe fundamental no projeto destes controladores é que devem ser mais lentos que as dinâmicas de malha fechada de ϕ , θ e ψ , já que o sinal de controle referente as x e y são os sinais de referência para os controladores de θ e ϕ .

Outro ponto a ser salientado, é que as equações de malha fechada para x e y possuem a mesma forma, sendo que para y há apenas uma inversão de sinal já que é função de $-\phi$. Isso significa que as constantes de controle de um servem para o outro, apenas considerando o fator sinal.

Portanto, mantendo os métodos de determinação dos parâmetros, foram determinados os valores de $k_p = 0,31$, $k_d = 0,5$ e $k_i = 0,049$ para as coordenadas x e y . Com isso, ficam definidos todos os controladores que fazem parte da simulação do agente, tanto para sistema guia quanto para controle na última camada.

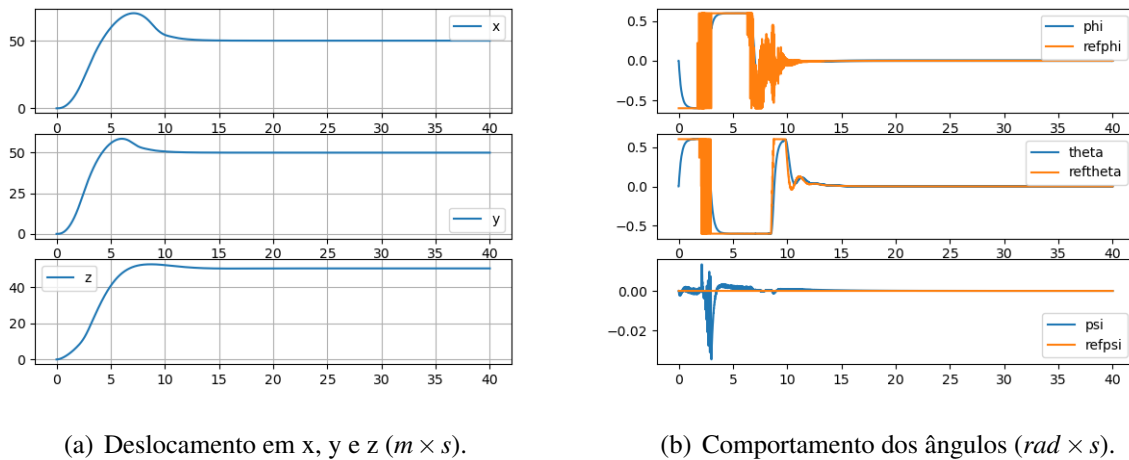


Figura 6.4: Resposta do sistema controlado em todas as camadas.

Na Figura 6.4 é apresentado o resultado de uma simulação, tomando como ponto de referência ($x = y = z = 50$), onde o VANT atinge o ponto desejado no espaço. Além disso, apresenta o comportamento dos ângulos de Euler ao longo desse processo, onde todos os controles internos atuam nos ajustes dos ângulos de acordo com as referências geradas pelos controladores de x , y e z .

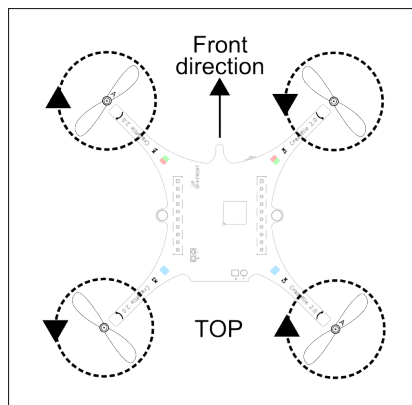
6.2.4 Saturação dos controladores

Com base nas características dos motores, o valor máximo gerado para variável U é de $12N$. Para que os motores mantenham o equilíbrio, sem inversão do sentido de rotação (velocidades negativas), limitou-se $U = 8$ e os demais em uma faixa de -2 a 2 . Além disso, através de testes os ângulos também foram limitados, para que não houvesse uma perda de sustentação, em uma faixa de trabalho entre $-0,6$ e $0,6 \text{ rad}$.

6.3 Plataforma experimental

Para avaliar a teoria desenvolvida e observar o comportamento real do sistema é utilizado o quadrimotor *Crazyfly 2.1*, Fig. 6.5. Trata de um drone versátil, leve, que sem acessórios, possui uma massa de 27 g e se comunica via rádio, além de possuir linguagem aberta e interagir tanto com *Python* quanto com sua interface própria de comando.

O *Crazyfly* possui tamanho 92 mm de largura e comprimento, e 29 mm de altura, entre motor-motor e motor-solo, respectivamente. Com processador *STM32F405*, um MCU para gerenciamento de rádio *nRF51822* de 32 MHz , conexão USB e EEPROM de 8KB , disponibiliza boa capacidade de processamento e comunicação. Possui Acelerômetro/Giroscópio de 3 eixos e sensor de pressão de alta precisão. Necessitando de 40 min para recarga, a bateria possui autonomia de 7 min de voo, podendo levar, no máximo, 15 g de carga extra.



(a) Orientação do Crazyfly 2.



(b) Quadrimotor Crazyfly 2.0.

Figura 6.5: Quadrimotor experimental e sua orientação de deslocamento.

Fonte: <https://www.bitcraze.io>

Juntamente à estrutura básica do drone, existem algumas expansões que são adquiridas separadamente e são anexadas ao drone conforme imagem disponibilizada pelo fabricante, Fig. 6.6, indicando como esses módulos são inseridos no *Crazyfly*.

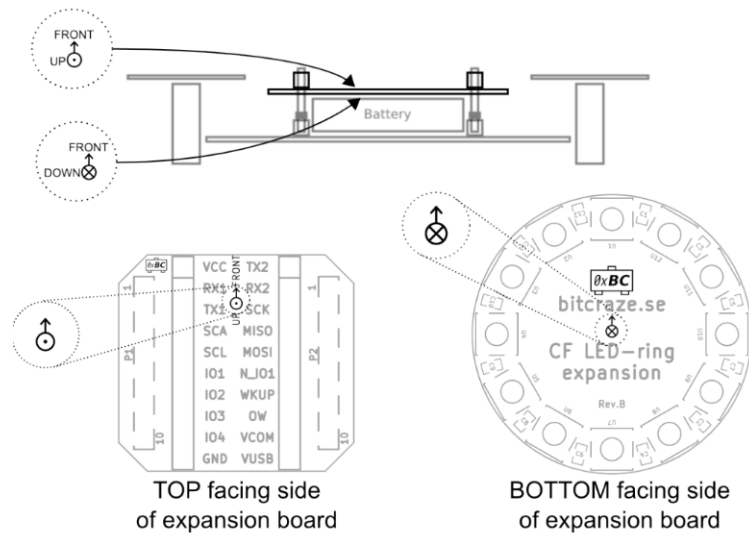


Figura 6.6: Diagrama de referência para inclusão dos módulos
 Fonte: <https://www.bitcraze.io>

Dentre os diversos módulos de expansão, dois deles são essenciais para o projeto de pesquisa em questão, ambos relativos à localização do drone. O *Lighthouse system* é um deles e utiliza tecnologia de realidade virtual (*SteamVR*) para estimar a posição em x, y e z. Para isso, são alocados 2 módulos fixados nas extremidades da região de utilização dos quadrimotores, que conta com um módulo específico para esse fim, como exemplifica a Fig 6.7.

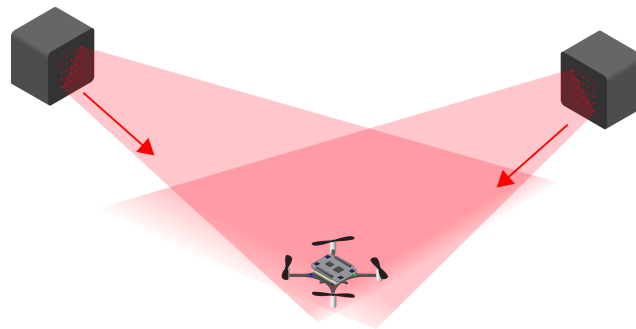


Figura 6.7: Esquemático para uso do *Lighthouse System*, sistema baseado em realidade virtual.
 Fonte: <https://www.bitcraze.io>

Para estimar a posição do drone, o *lighthouse deck* é constituído por quatro receptores infravermelhos (IR) que captam os sinais dos *lighthouses* que de acordo com a matriz de rotação de *Euler*, calcula a posição do agente. O *lighthouse deck* é apresentado na Fig 6.8.

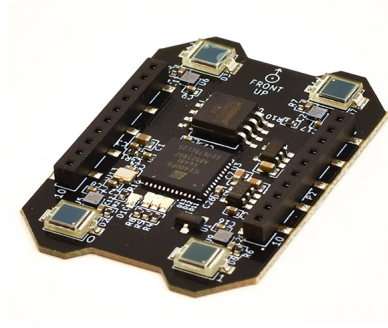


Figura 6.8: *Lighthouse deck* que é acoplado sobre o drone *Crazyflie*.
Fonte: <https://www.bitcraze.io>

Na Fig. 6.9 (imagem obtida do local dos experimentos) é mostrado como os VRs da Steam estão dispostos, estando em diagonal em relação a área de voo e separados por uma distância de aproximadamente dois metros, com uma altura em relação ao piso de 2,4 m.



Figura 6.9: Posicionamento do *Lighthouse VR* no teto.
Fonte: Autor

Dado o contexto do ambiente disponível para realizar os experimentos, esta foi a melhor posição encontrada, pois alguns fatores interferem na medição. Dentre eles, a existência de objetos reflexivos nas proximidades, iluminação solar direta ou outra fonte de grande intensidade. No caso específico do ambiente disponível, existem bancadas, janelas e móveis grandes nas proximidades, além da composição do próprio chão que é reflexivo. Devido a isso, houve dificuldades na realização dos experimentos. As condições apresentadas, não influenciam diretamente na precisão da medição, mas faz com que muitas vezes os drones se percam devido a problemas de conexão entre sensor e quadrimotor.

De posse dos equipamentos, são utilizadas duas bibliotecas em *Python* disponibilizadas pelo fabricante (*Cflib* e *Cf client*). Através delas é possível criar links de comunicação entre o computador e os drones, tanto individualmente quanto com múltiplos *crazyflies*, utilizando a antena apresentada na Fig. 6.10.



Figura 6.10: *Crazyradio PA* para comunicação com os minidrones *crazyfly*.

Fonte: <https://www.bitcraze.io>

A plataforma 3D desenvolvida foi adaptada para a parte experimental, servindo de supervisor no funcionamento dos minidrones. Nas bibliotecas disponibilizadas existem funções de comando individual e para vários drones ao mesmo tempo, sendo limitado a três drones por antena. Na comunicação para múltiplos drones são criadas *threads*, uma para cada *crazyfly* envolvido. Dessa forma, os algoritmos foram desenvolvidos conciliando os protocolos, agentes guia e funções de comando dos dispositivos. Diversos testes foram realizados até que fosse viável a aplicação dos algoritmos multiagentes.

Para o funcionamento dos drones, a cada experimento, é necessário calibrá-los. O primeiro passo deste processo é ler a matriz de rotação dos VR-Steams, em seguida, enviar para a memória dos drones e por fim, utilizar o filtro de *Kalman* para estimar a posição dos dispositivos. Vale ressaltar que, sempre um dos drones será a referência, devendo-se posicioná-lo no ponto em que se deseja como marco zero.

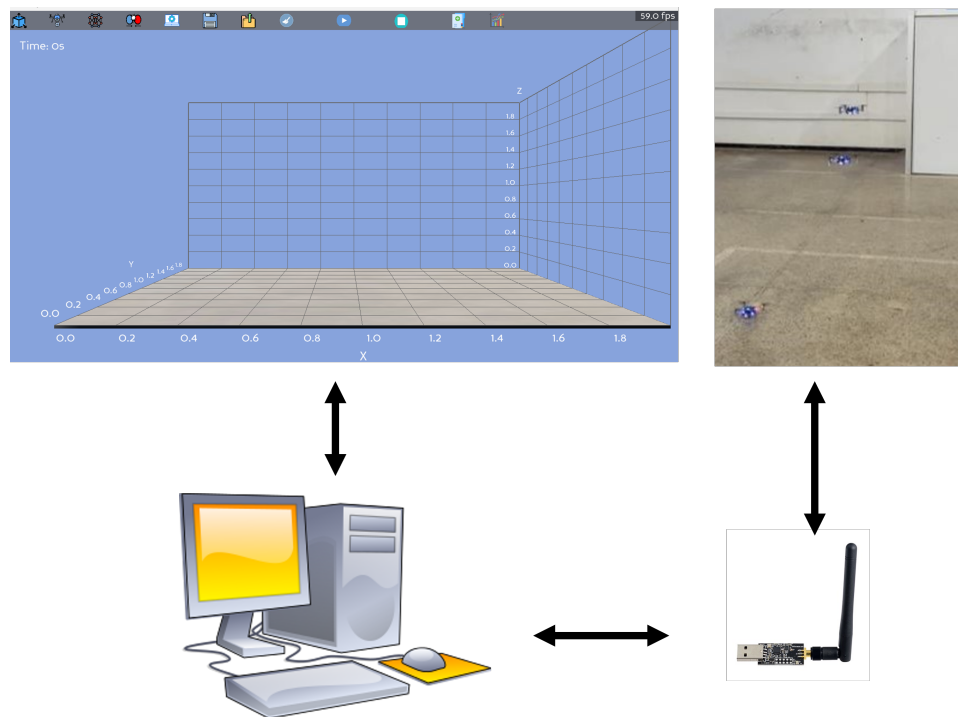


Figura 6.11: *Crazyradio PA* para comunicação com os minidrones *crazyfly*.

Como produto, tem-se a integração dos *crazyflies*, do sistema de comunicação, dos sensores e da execução de tarefas à Plataforma 3D, tanto individual quanto em bando, aplicando-se os protocolos multiagentes. Na Fig. 6.11 são apresentados alguns dos elementos, onde a plataforma 3D, presente no computador, envia e recebe informações dos minidrones enquanto executam uma dada tarefa.

6.4 Resultados Simulados

Nesta seção são avaliados dois conjuntos de resultados, um referente ao sistema anticolição, utilizando a plataforma de testes 3D e outra voltada para o cálculo de parâmetros ótimos na determinação do controle cooperativo ótimo dependente de grafo.

6.4.1 Sistema Anticolisão

Para avaliar o funcionamento do sistema anticolição são realizadas três simulações, uma com 3 (três), com 5 (cinco) e 6 (seis) agentes, com o objetivo de verificar se o aumento do número de elementos influencia no desempenho. Além disso, considera-se como colisão uma região circular envolta do agente de 30 cm. Vale ressaltar que a imagem 3D do *software* encontra-se em escala maior que 0,3 m para facilitar a visualização. Outro aspecto importante é que, neste caso, utiliza-se

o protocolo como guia, tendo como referência um modelo de primeira ordem de Newton (Cap. 2).

Como primeiro estudo de caso, consideram-se 3 (três) agentes, dado que cada drone possui seus controladores internos e estes vão ter como referência de trajetória o resultado do protocolo aplicado a um modelo de Newton de ordem 1. As conexões entre os agentes e a matriz de adjacência são apresentados na Fig. 6.12, com $c = 0,5$, definido por tentativa e erro.

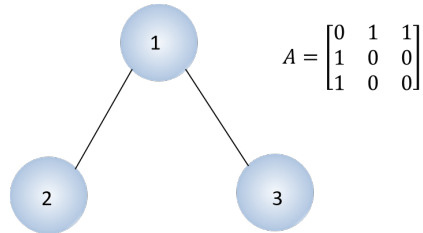


Figura 6.12: Grafo e matriz de adjacência utilizados na simulação para 3 agentes, para os casos com e sem anticolisão.

Como resultado da simulação, na Tabela 6.1 são apresentados os valores ponderados dos agentes, fornecidos pela plataforma desenvolvida. Para avaliar melhor o desempenho do sistema anticolisão, a estratégia adotada foi iniciada pelo pior caso, com uma lei apenas de centralização. Em média, os agentes colidiram 296 vezes, cada um, dado que o intervalo de verificação foi de 5 ms.

Tabela 6.1: Resultado do sistema guia, sem anticolisão, com efeito de centralização e liderança para 3 agentes.

Métricas:						
	$E_c(J)$	$E_p(J)$	Erro (m)			Colisões
			x	y	z	
Med	3,46	19,36	-1,94	-3,51	0,78	296,67
Max	23,58	25,09	3,07	-0,11	4,99	
Min	-	-	-14,33	-16,33	-0,47	
Final	-	-	-0,03	-0,11	-0,03	

A Figura 6.13 apresenta o comportamento dos agentes ao longo do tempo e permite comparar os dados e a influência do sistema anticolisão mais detalhadamente.

É observado que os agentes (drones) seguem corretamente o sistema guia se aproximando do ponto objetivo, coordenadas $(x,y,z) = (5,5,5)$, entre 10 e 12 s, com um padrão de energia potencial melhor distribuído que a cinética. Ocorrem colisões quando os agentes se aproximam do ponto alvo (líder virtual), lembrando que a Figura 6.13-(b) marca as coordenadas em que ocorrem os impactos. Separadamente, a Figura 6.14 apresenta a imagem retirada da simulação mostrando os drones sobrepostos, ou seja, em colisão devido ao efeito da centralização. Já as Figuras 6.13-(a), (c) e (d) mostram que os agentes atingem o ponto alvo por volta de 12 s, com o agente *D0* com uma

trajetória um pouco sinuosa em relação aos demais, refletindo diretamente no comportamento dos gráficos de energia.

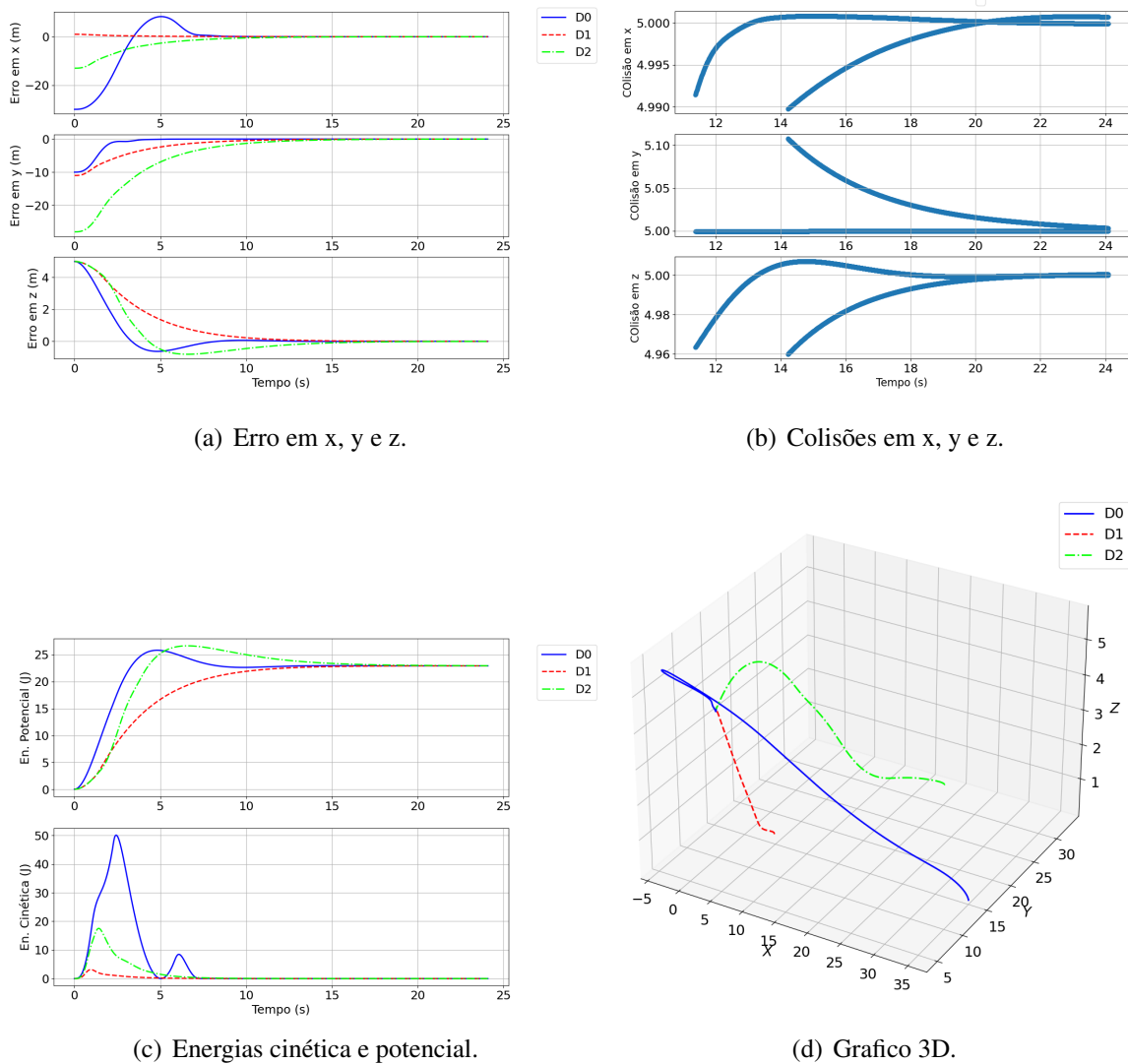


Figura 6.13: Resultado do sistema guia, sem anticolisão, com efeito de centralização e liderança para 3 agentes.

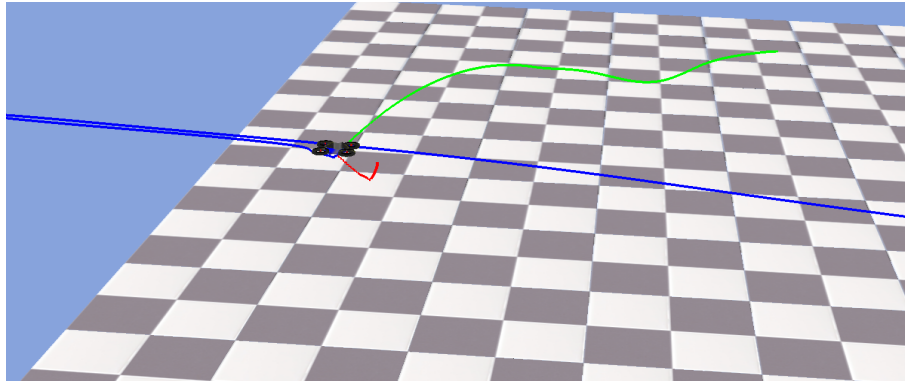


Figura 6.14: Resultado do sistema guia, sem anticolisão, com efeito de centralização e liderança para 3 agentes - visualização 3D.

Para realizar um comparativo relativo à presença ou não de anticolisão, a mesma simulação é realizada, sob as mesmas condições iniciais e referências, incluindo o fator anticolisão. Inicialmente considera-se como limitantes das regiões críticas $r_c = 0,3$ m, $r_{ct} = 0,9$ m, $r_m = 1,8$ m e $p = 4$, conforme Seção 5.1.5. Assim, é possível observar se há uma redução nas colisões, bem como a influência do sistema desenvolvido nos demais parâmetros que refletem o comportamento do grupo.

Realizada a simulação, é possível perceber, através da Tabela 6.2, que o sistema anticolisão teve pouca influência sobre o comportamento médio entre os agentes, mas atuou, neste caso, de forma efetiva nas colisões. Portanto, a Figura 6.15 mostra os gráficos mais significativos para o caso, já que os demais são similares ao anterior, exceto para o de colisão, que não apresentou pontos ao longo do tempo.

Tabela 6.2: Resultado do sistema guia, com anticolisão, com efeito de centralização e liderança para 3 agentes.

Métricas:						
	$E_c(J)$	$E_p(J)$	Erro (m)			Colisões
			x	y	z	
Med	2,58	20,18	-1,47	-2,83	0,60	0,00
Max	23,58	24,69	3,03	-0,47	4,99	
Min	-	-	-14,31	-16,33	-0,38	
Final	-	-	-0,05	-0,47	0,04	

Analisando as Figuras 6.15 (a) e (b), observa-se como os parâmetros anticolisão atuam à medida que o conjunto de agentes tentam centralizar. No caso, em aproximadamente 6 s o sistema identificou a aproximação (entrada na região r_m) fazendo com que α_i varie até entrar em equilíbrio com a força de centralização. Como resultado os agentes se aproximaram bastante em y e x e mantiveram uma distância em z , como pode ser visto tanto nas Figuras 6.15 (a) quanto (c).

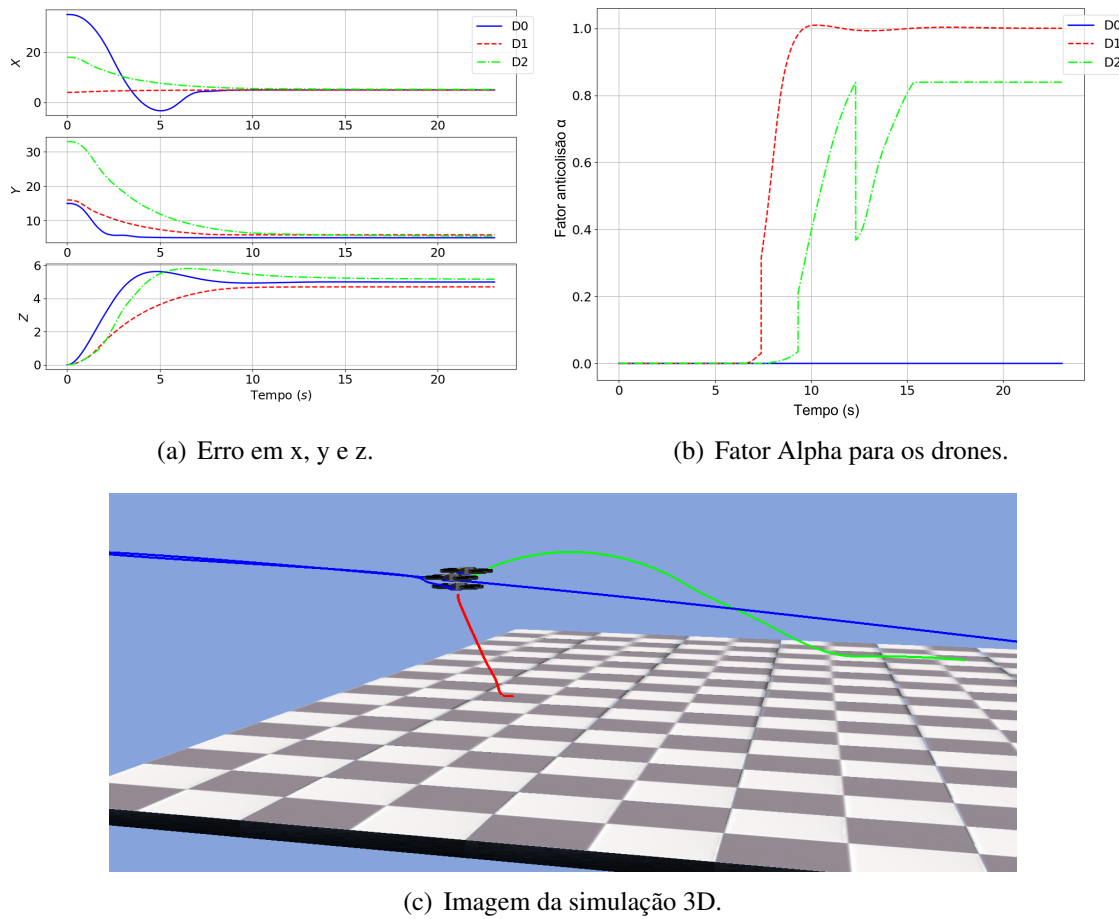


Figura 6.15: Resultado do sistema guia, com anticolição, com efeito de centralização e liderança para 3 agentes.

Para avaliar o sistema e a resposta multiagente como guia, aumentou-se o número de agentes para 5 (cinco), conforme Figura 6.16, que é apresentado o grafo e a matriz de adjacência corresponde.

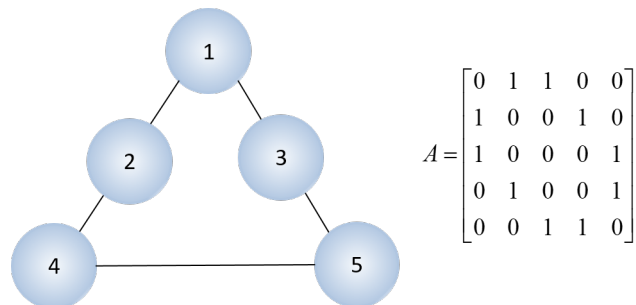


Figura 6.16: Grafo e matriz de adjacência utilizados na simulação com 5 agentes, para os casos com e sem anticolição.

Neste caso, os valores de raios críticos tiveram que ser alterados para uma melhor adaptação ao problema, já que houve aumento do número de agentes, sendo os valores $r_{ct} = 1,5$ m e

$r_m = 2,5$ m. Similar ao caso com 3 agentes, apresenta-se, primeiramente, o resultado sem anticolisão, como é mostrado na Tabela 6.3.

Tabela 6.3: Resultado do sistema guia, sem anticolisão, com efeito de centralização e liderança para 5 agentes.

Métricas:						
	$E_c(J)$	$E_p(J)$	Erro (m)			Colisões
			x	y	z	
Med	3,45	22,04	-1,69	-1,84	0,19	2586,80
Max	43,05	31,12	2,23	0,40	4,99	
Min	-	-	-18,69	-17,20	-1,79	
Final	-	-	0,00	0,00	-0,00	

Em uma simulação de aproximadamente 23 s o sistema atingiu o objetivo de centralizar os agentes no mesmo ponto de referência do teste para 3 agentes, resultando em um erro médio final de 0 nos três eixos cartesianos.

Como observado na Figura 6.17, todos os agentes estão sobrepostos no ponto de centralização e em situação de colisão ao final da simulação, resultando na contagem apresentada na Tabela 6.3. Essas colisões tiveram início por volta de 8 s, como é representado na Figura 6.18 (b). Além disso, os demais dados podem ser observados na Figura 6.18 como um todo.

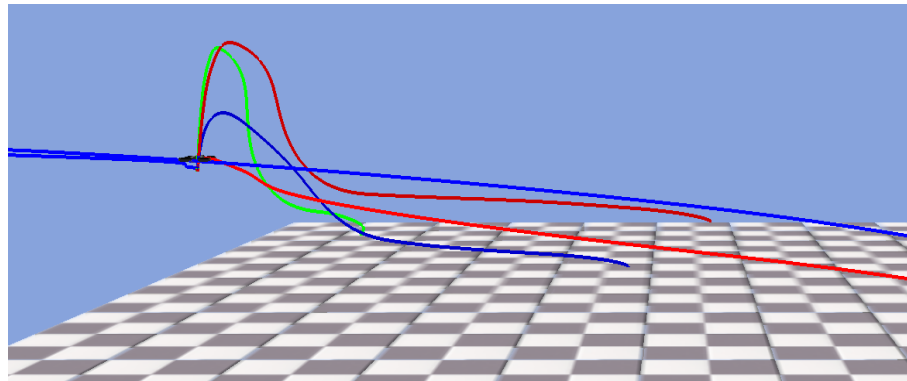


Figura 6.17: Resultado do sistema guia, sem anticolisão, com efeito de centralização e liderança para 5 agentes - visualização 3D.

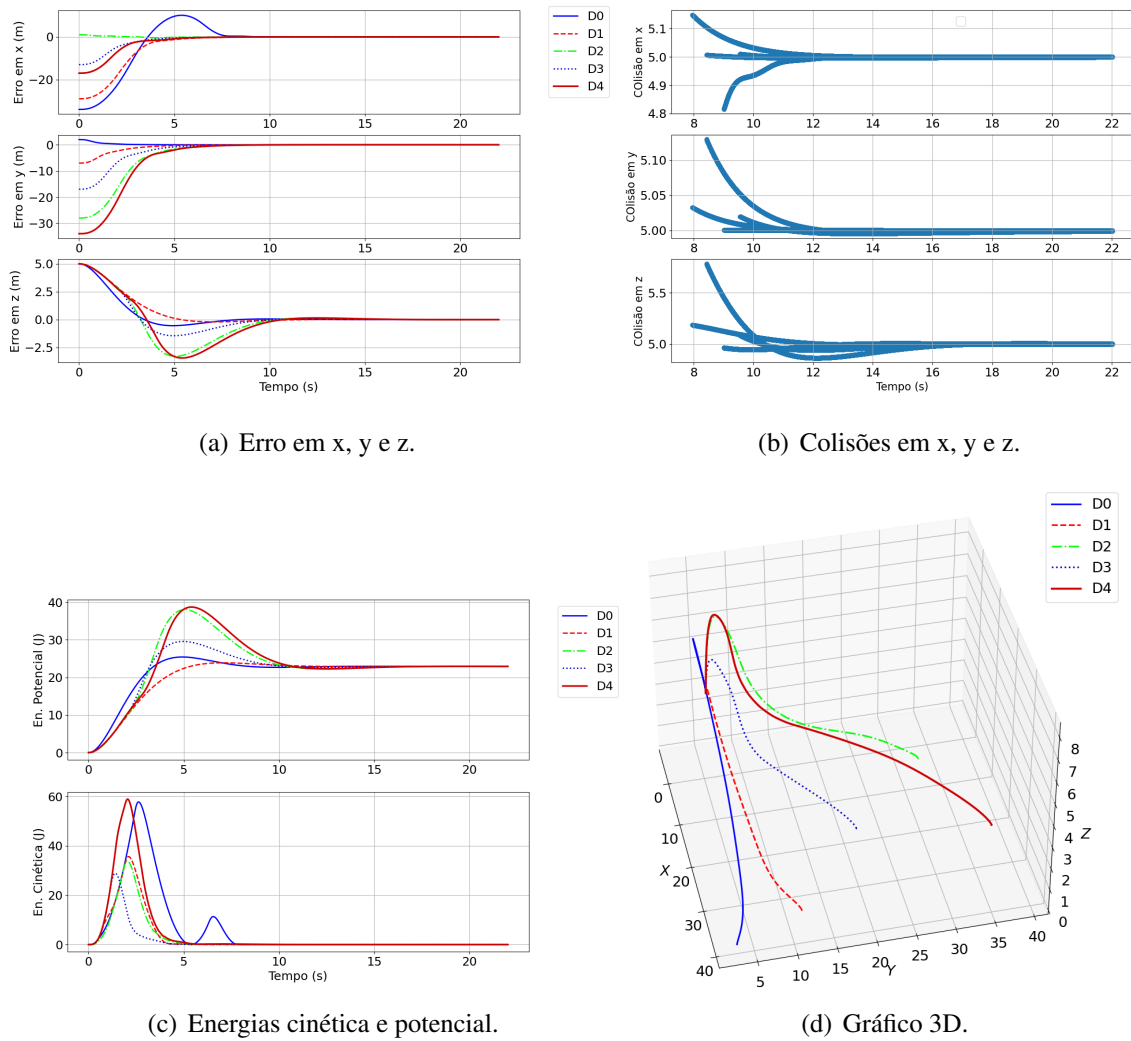


Figura 6.18: Resultado do sistema guia, sem anticolisão, com efeito de centralização e liderança para 5 agentes

Diante desse resultado, considera-se agora a mesma simulação incluindo o efeito anticolisão conforme Tabela 6.4 que, mais uma vez, é constatado que a presença desse novo sistema não interferiu no comportamento dos agentes durante seus deslocamentos, atuando somente quando os agentes entraram nas respectivas zonas de risco.

Tabela 6.4: Resultado do sistema guia, com anticolisão, com efeito de centralização e liderança para 5 agentes.

Métricas:						
	$E_c(J)$	$E_p(J)$	Erro (m)			Colisões
			x	y	z	
Med	3,41	26,28	-2,01	-2,27	-0,73	0,00
Max	43,05	32,37	2,10	0,15	4,99	
Min	-	-	-18,69	-17,20	-2,06	
Final	-	-	-0,53	-0,67	-1,47	

Conforme a Figura 6.19, observa-se à atuação do sistema anticolisão mantendo o espaçamento entre os agentes, principalmente no eixo z , como é representado tanto na imagem quanto no resultado tabelado. A estabilização dos α_i ocorrem por volta de 15s de simulação, quando o equilíbrio entre a centralização e descentralização é atingido para todos os agentes.

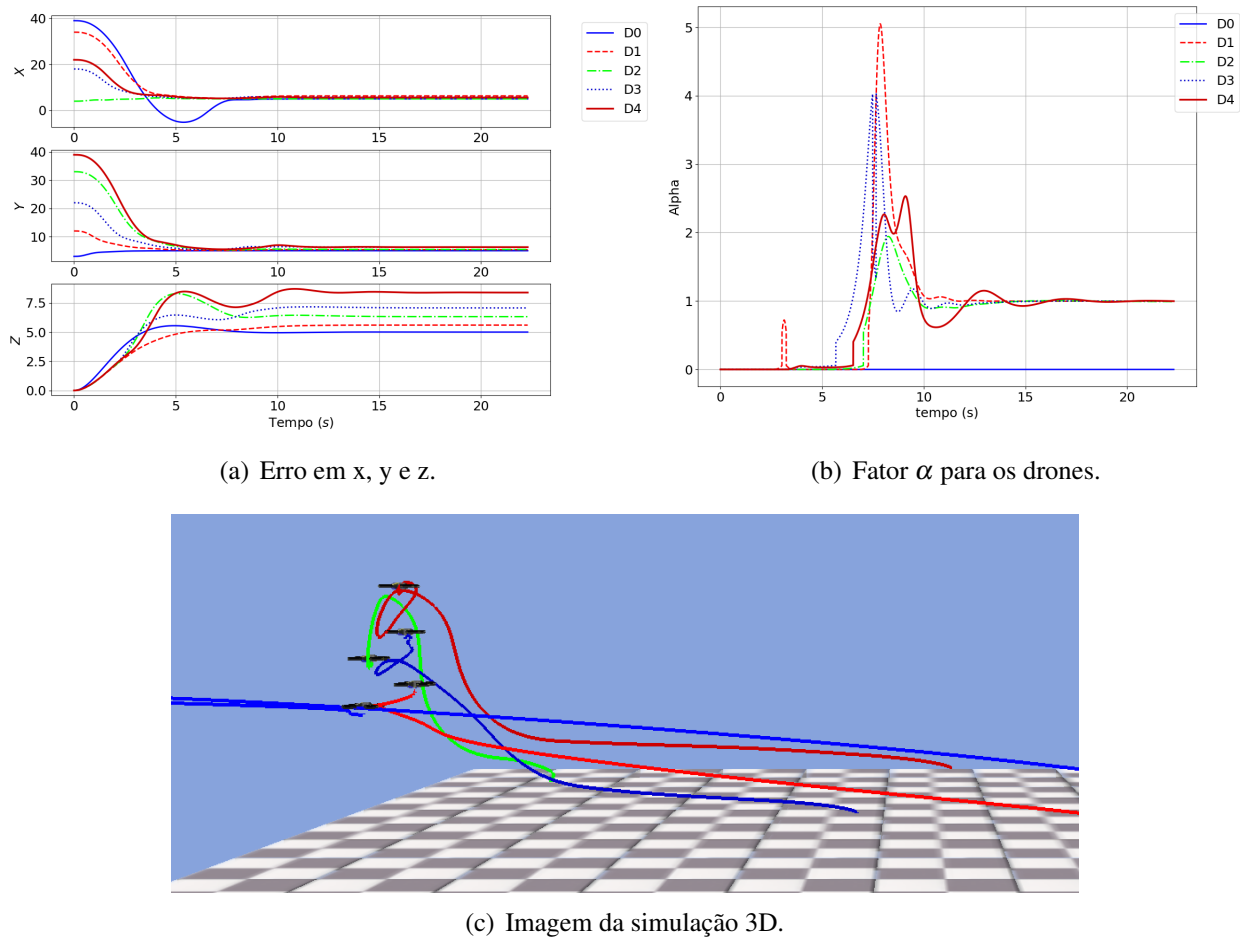


Figura 6.19: Resultado do sistema guia, com anticolisão, com efeito de centralização e liderança para 5 agentes.

Além dessas averiguações, um teste para 6 agentes foi realizado, sendo perceptível a redução na quantidade de colisões, mas não conseguindo evitá-las totalmente. Para isso, foi utilizado o grafo representado na Fig. 6.20, um fator de acoplamento c de 0,1 e raios r_c , r_{ct} e r_m iguais a 0,3, 1,2 e 2,3 m, respectivamente.

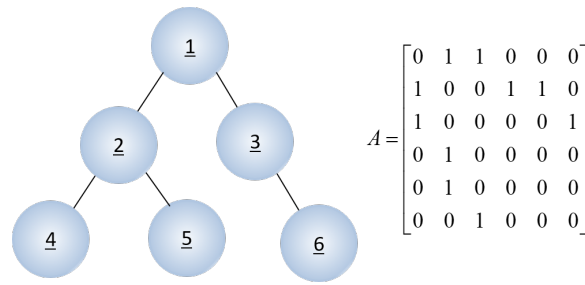


Figura 6.20: Grafo e matriz de adjacência utilizados na simulação para 6 agentes.

O resultado sem anticolisão, com líder configurado nas coordenadas (5,5,5) nos respectivos eixos cartesianos, foi obtido com os agentes atingindo a coordenada do líder conforme o protocolo especificado. Neste caso, foram contabilizadas 1873 colisões para cada agente, conforme é mostrado na Fig. 6.21.

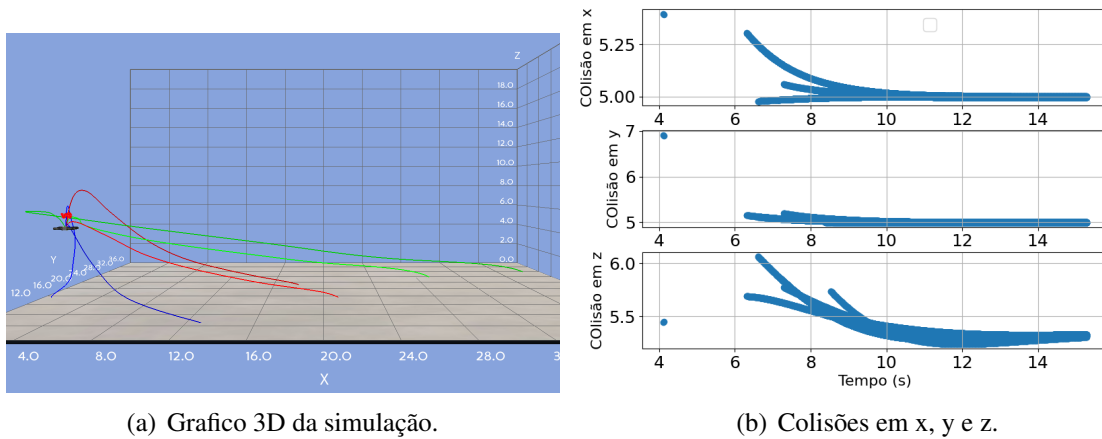
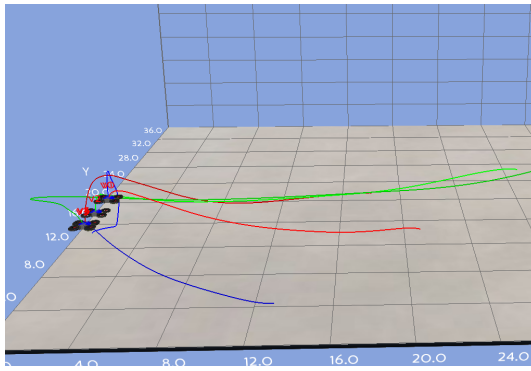
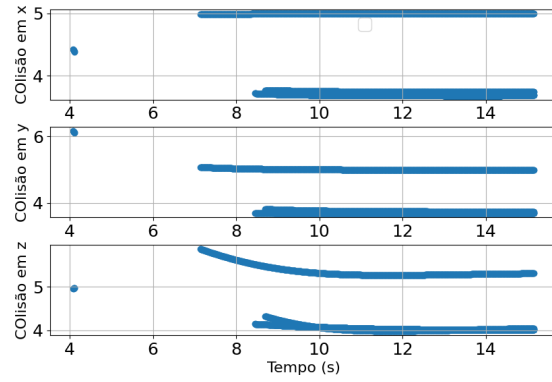


Figura 6.21: Resultado do sistema guia, sem anticolisão, com efeito de centralização e liderança para 6 agentes.

Para o caso com anticolisão, a contagem da quantidade de choques foi de 458, onde observa-se que alguns agentes ainda ficaram sobrepostos, gerando colisões, no entanto, com uma densidade bem menor, conforme observa-se na Fig. 6.22. Isso mostra a necessidade de melhorias do processo de decisão que indica como cada fator anticolisão irá atuar. A existência de agentes que não colidiram comprova a eficiência da criação da matriz anti-Laplaciana no controle de aproximação e afastamento dos agentes através a centralização e descentralização de bando.



(a) Gráfico 3D da simulação.



(b) Colisões em x, y e z.

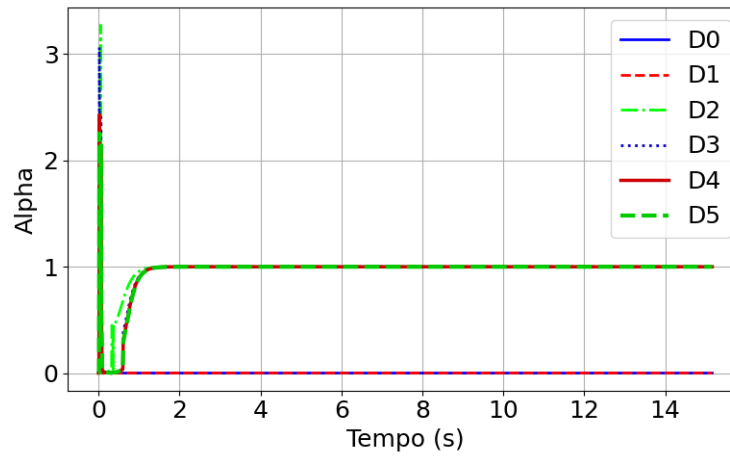
(c) Fator α para os agentes.

Figura 6.22: Resultado do sistema guia, com anticolisão, com efeito de centralização e liderança para 6 agentes.

Outra percepção interessante é que, a velocidade de avanço dos agentes impacta na capacidade do sistema em evitar as colisões, principalmente quando a densidade de agentes aumenta, como no caso citado. Portanto, considerando o pior caso, ou seja, sem auxílio da formação e velocidade correspondente que ajudam a evitar resultados não desejados, o sistema mostra boa perspectiva de desempenho quanto a funcionalidade proposta. Além disso, a resposta dos controladores internos dos quadrimotores deve ser melhor avaliada, pois interferem na resposta dos protocolos. Para isso, foram utilizados modelos não lineares. Além disso, o sistema desenvolvido viabiliza considerar características de natureza estocástica/atmosférica em futuras pesquisas.

6.4.2 Controle ótimo cooperativo dependente de grafo

Os testes envolvendo o método desenvolvido para sistemas de controle cooperativo ótimo são aplicados em três sistemas diferentes, por meio do cálculo direto da matriz $S(L + G)$ e do ganho

ótimo $K(L+G)$. A princípio, consideram-se sistemas homogêneos.

O primeiro caso considerado, trata de um sistema de Newton, ordem 2, apresentado no Cap. 2, utilizando um grafo conforme a Figura 6.12 e estado global inicial $[5, 0, 7, 0, 10, 0]^T$, vetor de formação igual a $[1, 2, 3]$ e centralização em $[6, 6, 6]$. Os valores iniciais das matrizes para determinação do controle ótimo são: $Q = I_N$, $S = I_N$ e $R = I_m$, com $N = 3$. Dado que o número de estados $n_e = 2$ resulta em $[(L+G) \otimes I_{n_e}]Q[(L+G) \otimes I_{n_e}]$, ou seja, o uso do produto de Kronecker para todas as matrizes nas equações de K e Riccati que possuem $(L+G) * c$ como multiplicador.

Como apresentado na Figura 6.23, o sistema teve um bom comportamento atingindo a centralização e a formação em torno do líder virtual, conforme vetores predefinidos. Para este caso foi utilizado para determinar $\bar{S} = S(L+G)c$ um processo iterativo da equação de Riccati e $c = 100$, até que houvesse a convergência, que ocorreu por volta de 20 iterações. Isso resultou em um erro na escala de 10^{-4} .

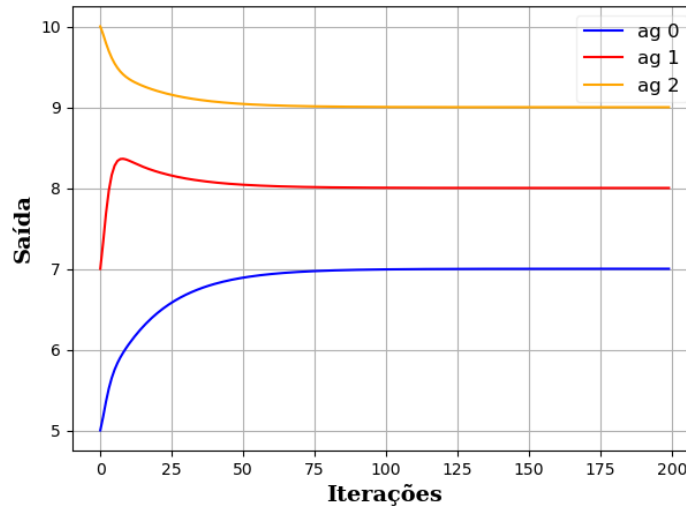


Figura 6.23: Resultado para controle ótimo - caso do modelo de Newton de ordem 2.

Para um segundo teste considerou-se um sistema com uma dinâmica um pouco mais elaborada, como no caso de um sistema massa-mola de ordem 2. Portanto, dado uma massa de $m = 0,5$ kg, a constante elástica da mola de $k = 2$ N/cm, a do amortecedor $b = 3$ N/(cm/s) e dado um tempo de amostragem $T = 1$ ms, o modelo individual no espaço de estados utilizado é dado por

$$x(n+1) = \begin{bmatrix} 1 & T \\ -\frac{T \cdot k}{m} & 1 - \frac{T \cdot b}{m} \end{bmatrix} x(n) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{T}{m} \end{bmatrix} u(n). \quad (6.12)$$

Assim como no caso anterior, considerou-se o mesmo número de agentes, o mesmo grafo,

estados iniciais de posição das molas em 1 cm e velocidade de deslocamento nulo para cada agente. As condições iniciais das matrizes são as mesmas, incluindo a questão do produto de Kronecker por I_{ne} .

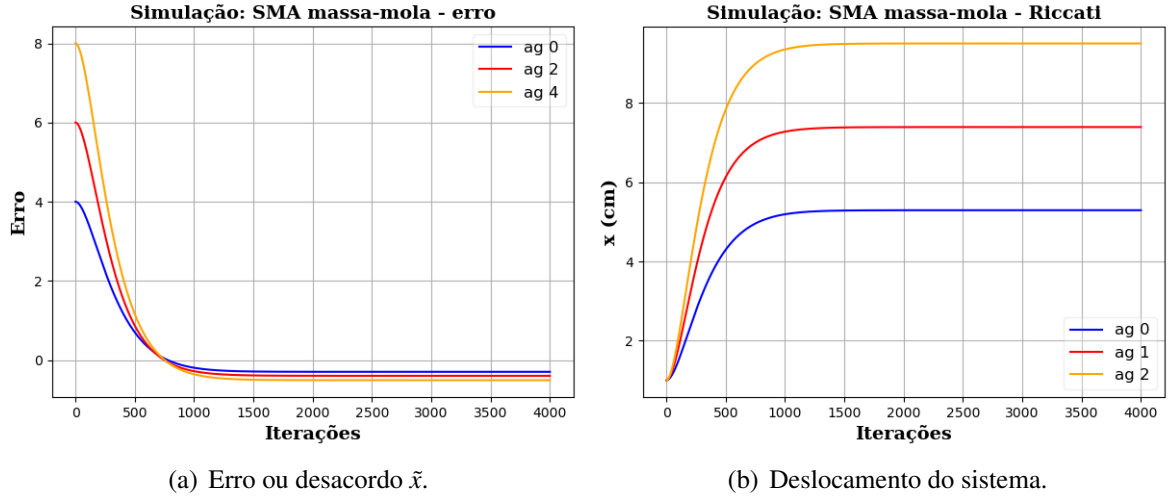


Figura 6.24: Resultado para controle ótimo - caso do sistema massa-mola.

Para este caso em específico, o objetivo era a centralização de todos os agentes em $x_o = 5cm$ e um vetor de formação $[0, 2, 4]$, ou seja, o estado resultante para cada agente (1,2,3) são as coordenadas 5, 7 e 9, respectivamente. Como observado na Figura 6.24, o erro é aproximadamente zero, sendo de $[-0,29, -0,39, -0,5]$ para os 3 agentes. Em termos gerais, o sistema teve bom funcionamento, atingindo os objetivos de formação e centralização no entorno do líder virtual. Outro detalhe importante, é que o método iterativo tradicional obteve resultado satisfatório, igual o método de *Schur* (MATLAB), resultando no que foi apresentado. Vale ressaltar que para valores pequenos de c não houve respostas satisfatórias, mas para valores de $c = 100$, o resultado convergiu. Isso significa que boas respostas dependem da força de acoplamento entre os agentes.

Como aplicação ao quadrimotor virtual apresentado na Seção 6.2, o sistema multiagente ótimo é aplicado no controle cooperativo dos motores do VANT. Neste caso, a liderança e formação multiagente fazem o papel da Eq. (3.37), sendo a liderança responsável pela sustentação Ω e o vetor de formação, como as variações Δ_ϕ , Δ_θ e Δ_ψ .

Para a simulação, conforme [44], o modelo no espaço de estados linearizado para o conjunto motor-hélice é dado por

$$\dot{\Omega}_m = -A\Omega_m + Bu + D, \quad (6.13)$$

$$\text{com } A = \left(\frac{1}{\tau} + \frac{2d\Omega_e}{\eta r^3} \right), B = \left(\frac{1}{k_m \tau} \right) \text{ e } D = \left(\frac{d\Omega_e^2}{\eta r^3 J_m} \right).$$

Dados os valores dos parâmetros na Seção 6.2, o modelo no espaço de estados, discreto, resultante é igual a

$$\Omega_m(n+1) = -0.999 \cdot \Omega_m(n) + 0.0108u + 0.0363, \quad (6.14)$$

levando em consideração um período de amostragem $T = 0,1\text{ms}$ e um ponto de equilíbrio $\Omega_e = 620,3\text{rad/s}$.

Para o teste em questão, considera-se para o protocolo um fator de acoplamento $c = 1$, uma matriz adjacente $A = [0101; 1001; 1001; 0110]$ e uma matriz $G = [1000; 0100; 0010; 0001]$, onde todos os agentes recebem informação da liderança. O valor alvo (liderança) foi de $v_o = 100\text{rad/s}$ e formação $\Delta = [0; 10; 20; 30]$, dados os quatro motores do quadrimotor. Através dos algoritmos do Capítulo 4, obteve-se uma matriz de realimentação K global.

Na Fig. 6.25 é apresentado o resultado do teste. Neste os motores do quadrimotor atendem aos conceitos de liderança e formação dada a política ótima determinada.

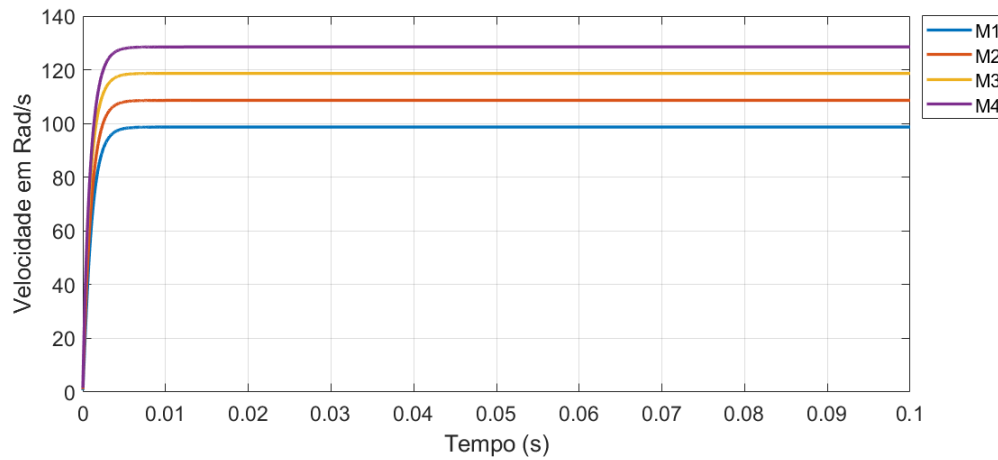


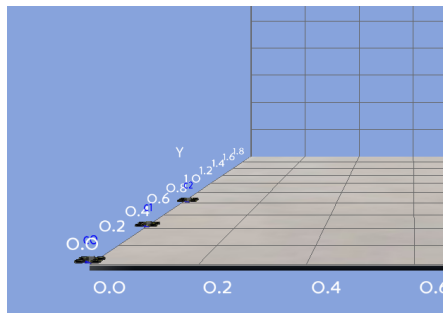
Figura 6.25: Resultado para controle ótimo - caso do motores do quadrimotor.

O resultado da Fig. 6.25 foi obtido utilizando a matriz de realimentação K , obtida pelo algoritmo ótimo, sendo dada por

$$K = \begin{bmatrix} 2,9890 & -1,0266 & -0,5737 & -0,4074 \\ -1,0266 & 2,9400 & -0,0995 & -0,8714 \\ -0,5737 & -0,0995 & 2,8604 & -1,0090 \\ -0,4074 & -0,8714 & -1,0090 & 3,0767 \end{bmatrix}$$

6.5 Resultados Experimentais

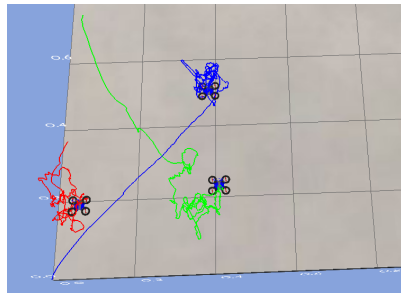
Para verificar o comportamento dos algoritmos desenvolvidos, foram realizados experimentos de acordo com o descrito na Seção 6.3. Primeiramente, foram avaliados os protocolos como sistema guia e sem anticolisão. Neste caso, foi observada a funcionalidade do sistema desenvolvido, aplicando os conceitos de liderança e formação. No ensaio apresentado na Fig. 6.26, configurou-se a liderança como sendo as coordenadas $x_o = y_o = 0,4$ m e $z_o = 0,5$ m e a formação para os drones dada por $\Delta_1 = (0;0;0)$, $\Delta_2 = (-0,3;-0,3;0)$ e $\Delta_3 = (0;-0,3;0)$. Os demais parâmetros referentes ao protocolo são $c = 0,2$, $\gamma = 0,4$, $g_1 = 1$ e $g_2 = g_3 = 0$, dada a óptica individualizada para o fator de acoplamento em relação ao líder.



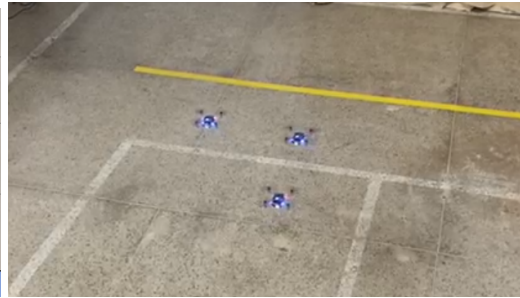
(a) Ponto inicial dos drones no supervisório.



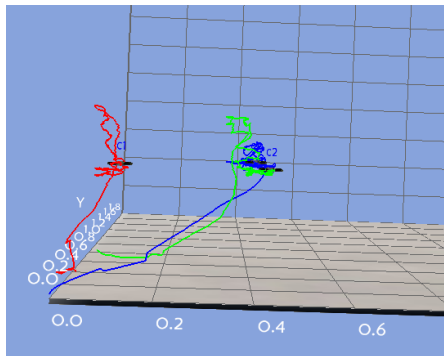
(b) Imagem do ponto de partida dos drones.



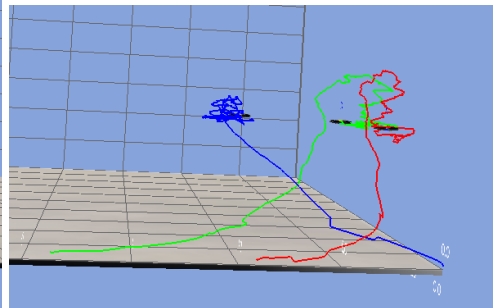
(c) Formação final observada no supervisório.



(d) Imagem da formação final obtida.



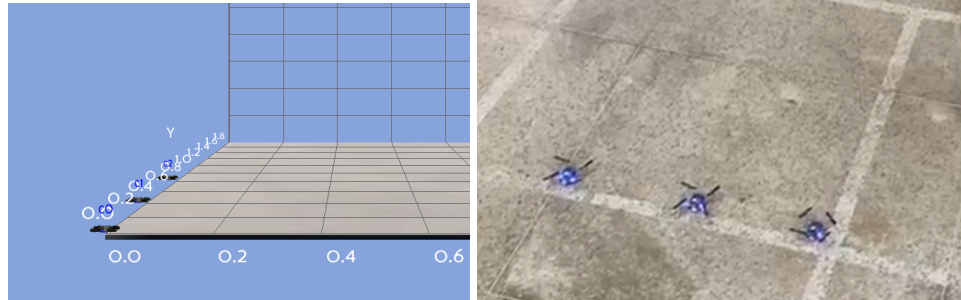
(e) Ponto de vista do eixo-x.



(f) Ponto de vista do eixo-y.

Figura 6.26: Experimento com Crazyflie e protocolo guia, com líder e formação triangular.

No ensaio apresentado na Fig. 6.27, a liderança foi ajustada para os mesmos valores do caso da Fig. 6.26 e a formação para o $\Delta_1 = (0;0;0)$, $\Delta_2 = (0,3;0,3;0)$ e $\Delta_3 = (-0,3;-0,3;0)$, ou seja, assumindo um alinhamento em diagonal. Os demais parâmetros do protocolo, também são iguais ao caso anterior.

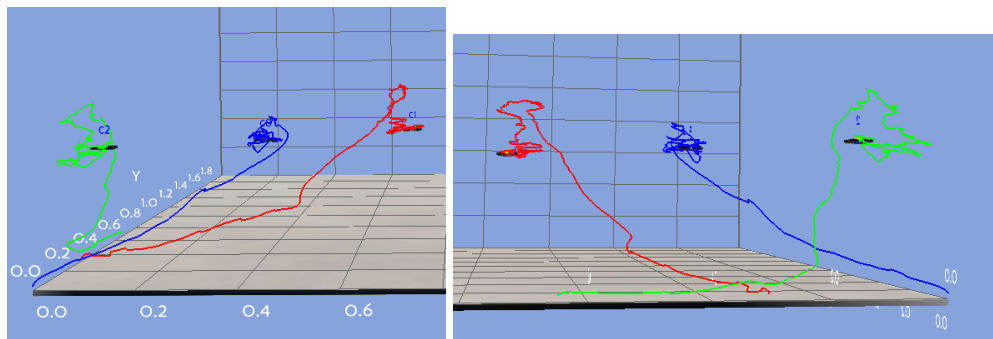


(a) Ponto inicial dos drones no supervisório. (b) Imagem do ponto de partida dos drones.



(c) Formação final observada no supervisório.

(d) Imagem da formação final obtida.



(e) Ponto de vista do eixo-x.

(f) Ponto de vista do eixo-y.

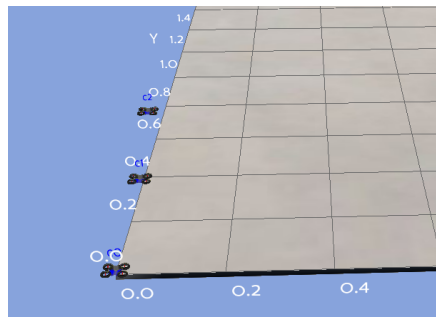
Figura 6.27: Experimento com Crazyflie e protocolo guia, com líder e formação diagonal.

Nos resultados apresentados nas Figuras 6.26 e 6.27 são destacadas as imagens (a) e (b), onde é mostrado o posicionamento inicial dos drones no supervisório e na área de teste. Nas imagens (c) e (d) é apresentada a formação estabilizada no entorno do ponto de centralização (coordenadas da liderança) e as vistas nas perspectivas das coordenadas cartesianas x e y .

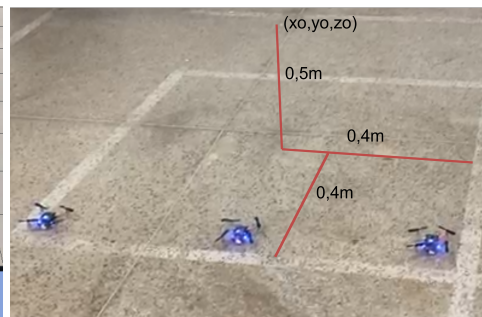
Os valores finais de posicionamento, para o caso do teste apresentado na Fig. 6.26, dos drones foram $(0,406;0,372;0,513)$ para o drone 1, $(0,119;0,100;0,509)$ para o drone 2 e $(0,429;0,138;0,503)$ para o drone 3, em metros. Os valores apresentados correspondem ao ponto de centralização deslocados dos respectivos Δ_1 , Δ_2 e Δ_3 .

As mesmas considerações são válidas para o caso da Fig. 6.27. Para este caso, as posições finais, em metros, foram $(0,401;0,384;0,501)$, $(0,717;0,733;0,488)$ e $(0,109;0,125;0,515)$ para os drones 1, 2 e 3, respectivamente.

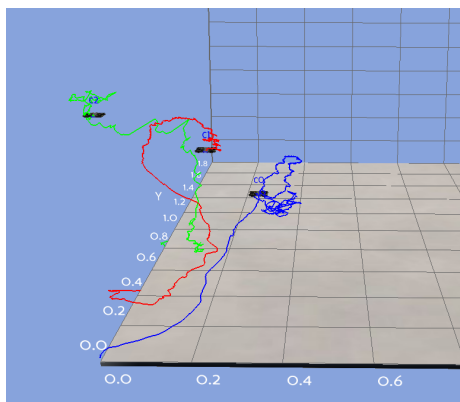
Para avaliar o método anticolisão, os drones foram submetidos a um sistema guia com protocolo com efeito de centralização e liderança, em outras palavras, um protocolo que os força a colidirem, dado que todos se deslocam para o mesmo ponto objetivo. O procedimento deste experimento seguiu o rito dos demais casos, com o mesmo posicionamento inicial e ponto de referência $x_o = y_o = 0,4$ m e $z_o = 0,5$ m, com $g_1 = 1$ e $g_2 = g_3 = 0$ e vetores de formação nulos. Os raios limitantes das regiões crítica, moderada e contato foram configuradas nos valores $r_{ct} = 0,4$, $r_m = 0,8$ e $r_c = 0,1$ m, respectivamente. O resultado é apresentado na Fig. 6.28.



(a) Ponto inicial dos drones no supervisor.



(b) Imagem do ponto de partida dos drones.



(c) Formação final observada no supervisor.

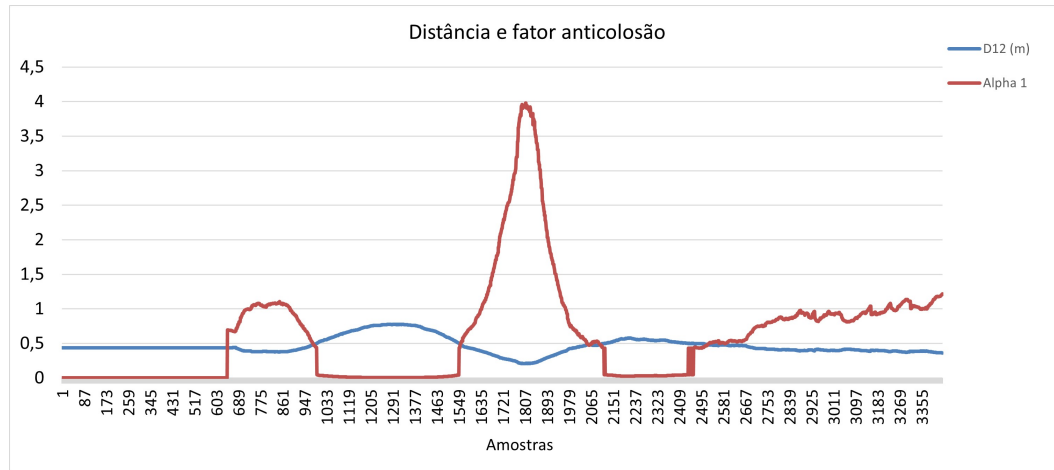


(d) Imagem da formação final obtida.

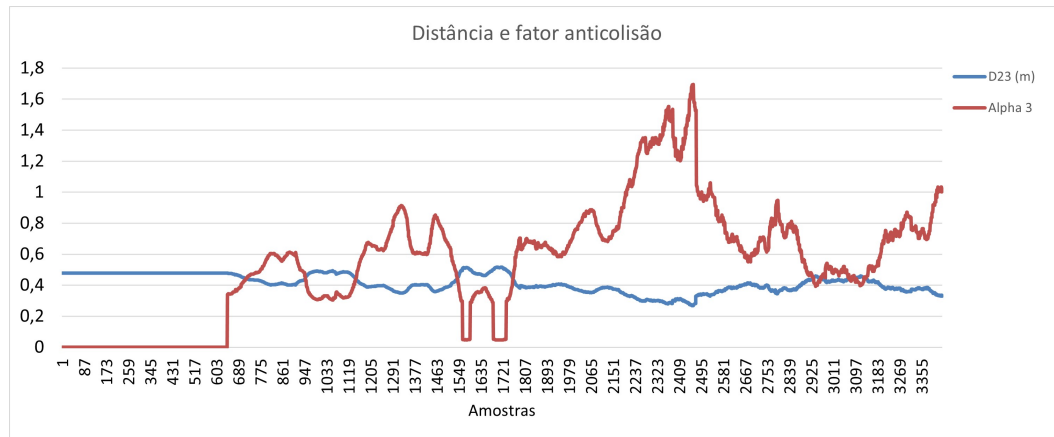
Figura 6.28: Experimento com Crazyflie e protocolo guia, com líder e anticolisão.

O posicionamento final dos drones no experimento da Fig. 6.28 foram $(0,318 ; 0,442 ;$

0,517), (0,207 ; 0,272 ; 0,819) e (0,079 ; 0,368 ; 0,951), em metros, para os Crazyflies 1, 2 e 3, respectivamente. Além disso, é avaliado como os parâmetros anticolisão variam em função das distâncias entre os quadrimotores, como é mostrado na Fig. 6.29.



(a) Parâmetro anticolisão de D2 em função da distância entre D1 e D2.



(b) Parâmetro anticolisão de D3 em função da distância entre D2 e D3.

Figura 6.29: Variação dos parâmetros anticolisão em função das distâncias entre os Crazyflies.

Levando em consideração os resultados expostos na Fig. 6.29 e os raios das regiões de criticidade $r_{ct} = 0,4$, $r_m = 0,8$ e $r_c = 0,1$ m, observa-se sempre que quando $D12$ ou $D23$ são menores que $0,4m$ seus respectivos α respondem no sentido de divergência, como no caso da Fig. 6.29 (a) e (b), entre as amostras 2151-2667 e 1721-1979. Para o caso de $\alpha_1 > 2$ (valor obtido de acordo com os valores singulares de L e com a Fig. 5.3), significa que o anticolisão está atuando na zona de divergência, ou seja, o drone entrou na zona crítica do outro. Quando os respectivos α são nulos, significa que os agentes estão na zona de livre circulação do vizinho, Fig. 5.2.

Os processos ainda precisam ser melhorados, mas apresentam muitas possibilidades de pesquisas, como o ajuste do direcionamento no processo de divergência do anticolisão, avaliação do comportamento com a variação dos raios críticos e inclusão de processos de decisão que podem

tornar esse algoritmo mais eficaz.

Considerações Finais

Neste capítulo são apresentadas as considerações finais da tese, incluindo a conclusão, publicações e trabalhos futuros.

7.1 Conclusão

Neste trabalho foi apresentada a teoria multiagente voltada para óptica de controle cooperativo que se distribui em sistemas guia e de controle propriamente dito. Como foco da aplicação, encontram-se os VANTs, mais especificamente o quadrimotor, onde são apresentados os modelos matemáticos, controladores internos, e como foram aplicados, além da duas teorias desenvolvidas.

Assim, tendo como foco a formação e liderança em sistemas multiagentes, buscou-se formulações para o projeto de controladores cooperativos que pudessem observar, não só as dinâmicas que envolvem os agentes, mas os elementos que compõem a questão multiagente, que são: a matriz Laplaciana, acoplamento com o líder e o princípio de otimização. Com base nisso, foi escolhida uma função objetivo que fosse mais adequada, resultando em $(L + G) * c$ imersa nas equações de otimização. Essa função se deu através da equação do erro de centralização, considerado como estado, resultando em equações que determinam os ganhos de realimentação de estado do sistema global.

Determinadas as equações ótimas com base em um desenvolvimento matemático mais clássico, apresentou-se a formulação prévia para o desenvolvimento do controle cooperativo ótimo voltado para uma solução via programação dinâmica adaptativa, que ainda deve ser mais desenvolvida.

Em vista do problema de colisão, foi apresentado o desenvolvimento de um sistema anti-colisão com base no efeito de divergência dos protocolos de cooperação. Neste caso, com foco na

aplicação do sistema como guia. Também foi apresentado o ajuste exponencial da matriz anticolição de acordo com seus parâmetros internos, dada as faixas de risco entre dois agentes, atuando no sentido de afastar os dois elementos em situação indesejada.

Para avaliar o sistema anticolição e de porte da plataforma de simulação desenvolvida, ajustou-se os raios críticos, e aplicou-se o protocolo considerando a situação mais crítica, ou seja, envolvendo apenas a centralização. Variou-se a quantidade de agentes e por consequência, o grafo que representa as interações entre eles. As colisões foram evitadas para até 5 agentes e com redução significativa para 6. Resultados considerados satisfatórios e com perspectiva de maior desenvolvimento futuro.

Para o sistema ótimo, embora ainda não avaliada no contexto do drone, apresentou resultados promissores aplicados a três tipos de sistemas: modelo de Newton de segunda ordem, sistema massa-mola e o controle dos motores de um quadrimotor. Em ambos os casos foi possível realizar o projeto dos controladores ótimos cooperativos, dependentes do grafo, com respostas positivas, mas que ainda demanda uma avaliação mais aprofundada para o futuro desenvolvimento da formulação adaptativa.

Além disso, os protocolos foram aplicados experimentalmente na óptica de sistema guia para minidrones (*Crazyflies*), sendo avaliados os conceitos de formação e liderança dos protocolos. Isso foi viabilizado pela utilização de sensores infravermelho da empresa Steam e *decks* fornecidos pelo fabricante que aferem, com precisão, o posicionamento desses drones. Os resultados foram considerados bons, dado que os VANTs atingiram o objetivo especificado. Utilizando os mesmos dispositivos, o sistema anticolição também foi avaliado e se mostrou funcional e com expectativas relevantes para continuidade da pesquisa na implementação de novos algoritmos.

7.2 Trabalhos Futuros

- Expansão dos métodos ótimos dependentes de L , tal como a utilização do DLQR com rastreamento (DLQT), almejando melhores soluções no ajuste da matriz de realimentação;
- Desenvolvimento do método anticolição com técnicas de inteligência computacional, como algoritmos genéticos e lógica fuzzy no ajuste otimizado do parâmetro anticolição, melhorando o processo de tomada de decisão;
- Associar as técnicas desenvolvidas com rede de sensores móveis, fazendo uso dos agentes, para formação da rede na varredura de sistemas agropecuários, segurança e monitoramento de áreas de risco.

7.3 Publicações

Artigo: Multi-Agent Collision Avoidance System Based on Centralization and Decentralization Control for UAV Applications

Evento: IEEE Access 2023

Autores: Denis F. Sousa Sá e João Viana F. Neto

Capítulo de livro: Avaliação de Protocolos de Controle Cooperativo em VANTs

Editora: Científica, 2023

Autores: Denis F. Sousa Sá e João Viana F. Neto

Artigo: Sistema Multiagente para Formação e Sincronização Utilizando Drones

Evento: CBA 2020

Autores: Denis F. Sousa Sá e João Viana F. Neto

Referências

- [1] M. Liu, Y. Wan, and F. L. Lewis, “Adaptive optimal decision in multi-agent random switching systems,” *IEEE Control Systems Letters*, pp. 265 – 270, 2019.
- [2] Z. Chen and H.-T. Zhang, “A minimal control multiagent for collision avoidance and velocity alignment,” *IEEE Transactions on Cybernetics*, vol. 47, no. 8, pp. 2185–2192, 2017.
- [3] P. Long, W. Liu, and J. Pan, “Deep-learned collision avoidance policy for distributed multiagent navigation,” *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 2, no. 2, pp. 656–663, 2017.
- [4] J. Hu, H. Zhang, L. Liu, X. Zhu, C. Zhao, and Q. Pan, “Convergent multiagent formation control with collision avoidance,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 36, no. 6, pp. 1805–1818, 2020.
- [5] B.-B. Hu, H.-T. Zhang, and J. Wang, “Multiple-target surrounding and collision avoidance with second-order nonlinear multiagent systems,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 68, no. 8, pp. 7454–7463, 2021.
- [6] J. Fu, G. Wen, X. Yu, and Z.-G. Wu, “Distributed formation navigation of constrained second-order multiagent systems with collision avoidance and connectivity maintenance,” *IEEE Transactions on Cybernetics*, vol. 52, no. 4, pp. 2149–2162, 2022.
- [7] A. J. M. Muzahid, S. F. Kamarulzaman, M. A. Rahman, and A. H. Alenezi, “Deep reinforcement learning-based driving strategy for avoidance of chain collisions and its safety efficiency analysis in autonomous vehicles,” *IEEE Access*, vol. 10, pp. 43 303–43 319, 2022.
- [8] Z.-H. Pang, C.-B. Zheng, J. Sun, Q.-L. Han, and G.-P. Liu, “Distance- and velocity-based collision avoidance for time-varying formation control of second-order multi-agent systems,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, vol. 68, no. 4, pp. 1253–1257, 2021.

- [9] J. Wang, L. Han, X. Dong, Q. Li, and Z. Ren, “Distributed sliding mode control for time-varying formation tracking of multi-uav system with a dynamic leader,” *Aerospace Science and Technology*, vol. 111, p. 106549, 2021.
- [10] Y. Tang, “Multi-agent optimal consensus with unknown control directions,” *IEEE Control Systems Letters*, vol. 5, no. 4, pp. 1201–1206, 2021.
- [11] F. Lewis and Z. H, *Cooperative Control of Multi-Agent Systems*. Springer, 2014.
- [12] M. Mesbahi and M. Egerstedt, *Graph Theoretic Methods in Multiagent Networks*. Princeton University Press, 2010.
- [13] B. Kang, C. Y. Maio, F. Liu, and et al, “A second-order sliding mode controller of quad-rotor uav based on pid sliding mode surface with unbalanced load,” *Springer Journal of Systems Science and Complexity*, 2021.
- [14] K. Aryankia and R. R. Selmic, “Neuro-adaptive formation control and target tracking for nonlinear multi-agent systems with time-delay,” *IEEE Control Systems Letters*, vol. 5, no. 3, pp. 791–796, 2021.
- [15] C. J. Stamouli, C. P. Bechlioulis, and K. J. Kyriakopoulos, “Multi-agent formation control based on distributed estimation with prescribed performance,” *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 5, no. 2, pp. 2929–2934, 2020.
- [16] J. Park and H. J. Kim, “Online trajectory planning for multiple quadrotors in dynamic environments using relative safe flight corridor,” *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 6, no. 2, pp. 659–666, 2021.
- [17] H. Peng and X. Shen, “Multi-agent reinforcement learning based resource management in mec- and uav-assisted vehicular networks,” *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 39, no. 1, pp. 131–141, 2021.
- [18] B. Kada, M. Khalid, and M. S. Shaikh, “Distributed cooperative control of autonomous multi-agent uav systems using smooth control,” *Journal of Systems Engineering and Electronics*, vol. 31, no. 6, pp. 1297–1307, 2020.
- [19] W. Zhao, H. Liu, F. L. Lewis, and X. Wang, “Data-driven optimal formation control for quadrotor team with unknown dynamics,” *IEEE Transactions on Cybernetics*, pp. 1–10, 2021.
- [20] H. Liu, Y. Wang, F. L. Lewis, and K. P. Valavanis, “Robust formation tracking control for multiple quadrotors subject to switching topologies,” *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, vol. 7, no. 3, pp. 1319–1329, 2020.

- [21] H. Liu, T. Ma, F. L. Lewis, and Y. Wan, “Robust formation control for multiple quadrotors with nonlinearities and disturbances,” *IEEE Transactions on Cybernetics*, vol. 50, no. 4, pp. 1362–1371, 2020.
- [22] J. Hu, H. Zhang, L. Liu, X. Zhu, C. Zhao, and Q. Pan, “Convergent multiagent formation control with collision avoidance,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 36, no. 6, pp. 1805–1818, 2020.
- [23] S. A. Ajwad, E. Moulay, M. Defoort, T. Menard, and P. Coirault, “Collision-free formation tracking of multi-agent systems under communication constraints,” *IEEE Control Systems Letters*, vol. 5, no. 4, pp. 1345–1350, 2021.
- [24] Y. LUO, W. DING, B. ZHANG, W. HUANG, and C. LIU, “Optimization of bits allocation and path planning with trajectory constraint in uav-enabled mobile edge computing system,” *Chinese Journal of Aeronautics*, vol. 33, no. 10, pp. 2716–2727, 2020.
- [25] H. Yuan, C. Xiao, Y. Wang, X. Peng, Y. Wen, and Q. Li, “Maritime vessel emission monitoring by an uav gas sensor system,” *Ocean Engineering*, vol. 218, p. 108206, 2020.
- [26] A. Altan and R. Hacioglu, “Model predictive control of three-axis gimbal system mounted on uav for real-time target tracking under external disturbances,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 138, p. 106548, 2020.
- [27] A. Almulhem, “Threat modeling of a multi-uav system,” *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, vol. 142, pp. 290–295, 2020.
- [28] C. Song, Z. Zhou, Y. Zang, L. Zhao, W. Yang, X. Luo, R. Jiang, R. Ming, Y. Zang, L. Zi, and Q. Zhu, “Variable-rate control system for uav-based granular fertilizer spreader,” *Computers and Electronics in Agriculture*, vol. 180, p. 105832, 2021.
- [29] K. C. F. Cazzaurang and M. Kumar, *Multi-Rotor Platform based UAV Systems*. Elsevier, 2020.
- [30] FAPESP, Pulverização por drones. [Online]. Available: <https://revistapesquisa.fapesp.br/pulverizacao-por-drones/>
- [31] M. Goldbarg and E. Goldbarg, *Grafos: conceitos teoria e aplicações*. Elsevier, 2012.
- [32] E. Yildirim, S. B. Sarsilmaz, A. T. Koru, and T. Yucelen, “On control of multiagent systems in the presence of a misbehaving agent,” *IEEE Control Systems Letters*, vol. 4, no. 2, pp. 456–461, April 2020.

- [33] E. J. Rodriguez-Seda and D. M. Stipanovic, “Cooperative avoidance control with velocity-based detection regions,” *IEEE Control Systems Letters*, vol. 4, no. 2, pp. 432–437, April 2020.
- [34] E. Rossi, M. Tognon, R. Carli, L. Schenato, J. Cortes, and A. Franchi, “Cooperative aerial load transportation via sampled communication,” *IEEE Control Systems Letters*, vol. 4, no. 2, pp. 277–282, April 2020.
- [35] B. Wang, W. Chen, J. Wang, B. Zhang, Z. Zhang, H. Lin, and B. Ma, “Optimal tracking cooperative control for multi-agent systems with periodic sampling via robust model predictive control approach,” in *2017 36th Chinese Control Conference (CCC)*, July 2017, pp. 8385–8390.
- [36] C. G. Toader, N. Popescu, I. A. Teodorescu, A. D. Toader, and S. Busnatu, “Patient flow control using multi-agent systems,” in *2019 22nd International Conference on Control Systems and Computer Science (CSCS)*, May 2019, pp. 244–250.
- [37] M. A. Mahmoud and M. S. Ahmad, “A self-adaptive customer-oriented framework for intelligent strategic marketing: A multi-agent system approach to website development for learning institutions,” in *2015 International Symposium on Agents, Multi-Agent Systems and Robotics (ISAMSR)*, Aug 2015, pp. 1–5.
- [38] S. Majee, T. Balke, C. A. J. Kemp, G. T. Buzzard, and C. A. Bouman, “4d x-ray ct reconstruction using multi-slice fusion,” in *2019 IEEE International Conference on Computational Photography (ICCP)*, May 2019, pp. 1–8.
- [39] M. Rehan, C. K. Ahn, and M. Chadli, “Consensus of one-sided lipschitz multi-agents under input saturation,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, pp. 1–1, 2019.
- [40] X. Yang and X. Fan, “Distributed formation control for multiagent systems in the presence of external disturbances,” *IEEE Access*, pp. 1–1, 2019.
- [41] M. Liu, Y. Wan, and F. L. Lewis, “Adaptive optimal decision in multi-agent random switching systems,” *IEEE Control Systems Letters*, vol. 4, no. 2, pp. 265–270, April 2020.
- [42] M. W. R H Bordini, J F Hubner, *Programming Muti-Agent Systems in Agent Speak using Jason*. Wiley, 2007.
- [43] R. S. Varga, *Gersgorin and His Circles*, 1st ed., ser. Springer Series in Computational Mathematics 36. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2004.

- [44] S. Bouabdallah, A. Noth, and R. Siegwart, “Pid vs lq control techniques applied to an indoor micro quadrotor,” in *2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS) (IEEE Cat. No.04CH37566)*, vol. 3, Sep. 2004, pp. 2451–2456 vol.3.
- [45] G. Carrillo, E. Lopez, R. Lozano, and C. Pegard, *Quad-Rotor Control: Vision-based hovering and navigation*. Springer, 2013.
- [46] A. R. Partovi, “Development of a cross style quadrotor,” 2012.
- [47] C. Luis and J. Le Ny, “Design of a trajectory tracking controller for a nanoquadcopter,” Ecole Polytechnique de Montreal, Tech. Rep., 2017.
- [48] K. Ogata, *Modern Control Engineering*, ser. Instrumentation and controls series. Prentice Hall, 2010.
- [49] Y. Zhao, C. Xian, G. Wen, P. Huang, and W. Ren, “Design of distributed event-triggered average tracking algorithms for homogeneous and heterogeneous multiagent systems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 67, no. 3, pp. 1269–1284, 2022.
- [50] Y. Wei and W. Michiels, “Output homogenization and synchronization of heterogeneous nonlinear multiagent networks,” *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, vol. 51, no. 12, pp. 7295–7304, 2021.
- [51] F. Lewis, D. Vrabie, and V. Syrmos, *Optimal Control*. Wiley, 2012.
- [52] T. Luukkonen, *Modelling and Control of Quadcopter*. Aalto University, 2011.