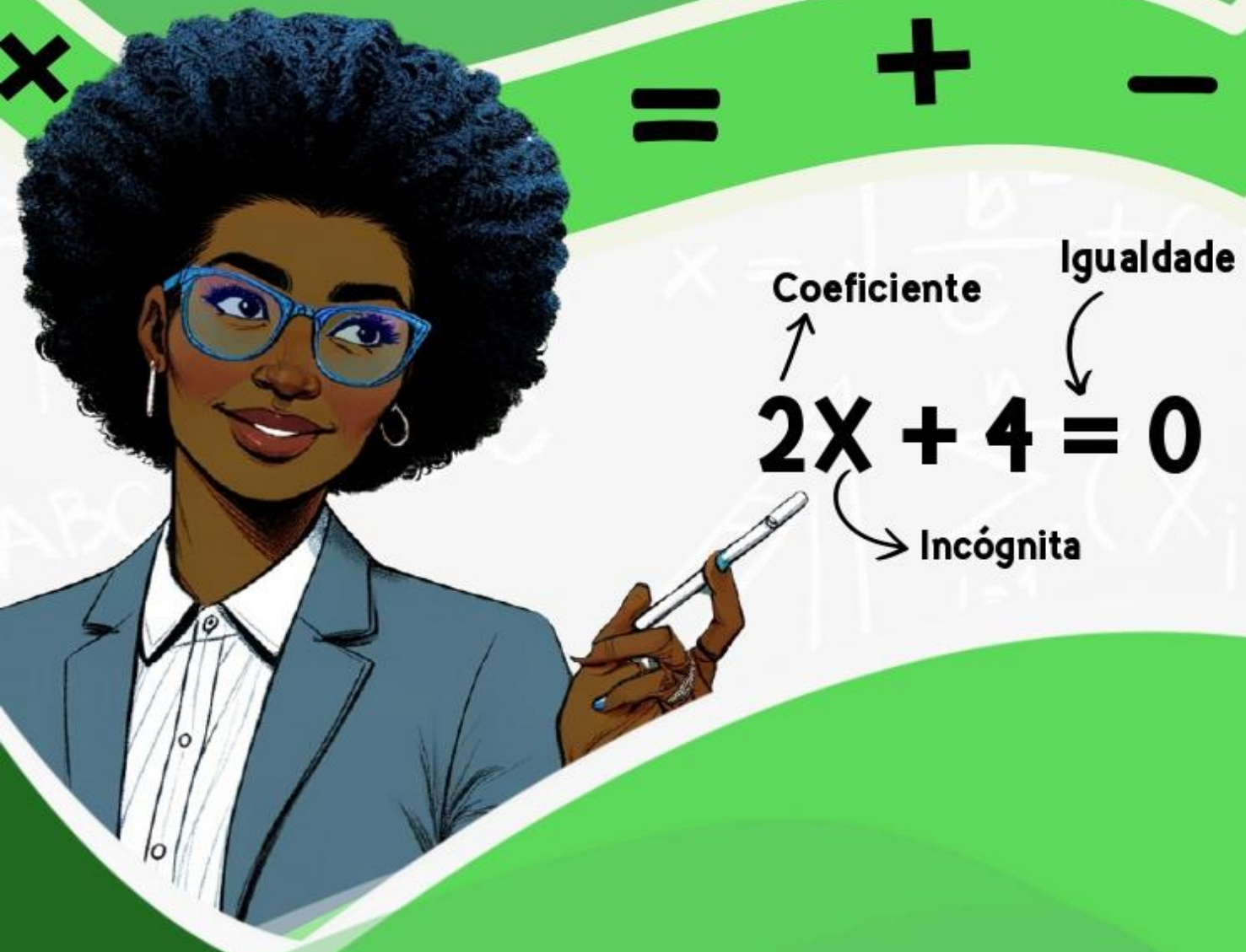
UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO GESTÃO DE ENSINO DA EDUCAÇÃO (PPGEEB)

ANA CÉLIA DE JESUS MARTINS

ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE ÁLGEBRA NO SÉTIMO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: um caminho didático-pedagógico em uma escola pública estadual do Maranhão



São Luís
2024

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GESTÃO DE ENSINO DA EDUCAÇÃO BÁSICA (PPGEEB)

ANA CÉLIA DE JESUS MARTINS

ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE ÁLGEBRA NO SÉTIMO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: um caminho didático-pedagógico em uma escola pública estadual do Maranhão

Defesa de dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Gestão de Ensino de Educação Básica – PPGEEB/UFMA como requisito obrigatório para obtenção do título de Mestra em Gestão de Ensino da Educação Básica.

Orientador: Prof. Dr. Manoel dos Santos Costa

São Luís
2024

Fonte da Imagem da capa

“**A Professora de Matemática**”

Arte produzida por Victor Gabriel de Jesus Santos David Costa pela Inteligência artificial Midjourney.

Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Diretoria Integrada de Bibliotecas/UFMA

Martins, Ana Célia de Jesus.
ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE ÁLGEBRA NO SÉTIMO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: um caminho didático-pedagógico em uma escola pública estadual do Maranhão / Ana Célia de Jesus Martins. - 2024.
148 p.

Orientador(a): Manoel dos Santos Costa.
Dissertação (Mestrado) - Curso de Letras / Português, Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2024.

1. Educação Matemática. 2. Ensino de Álgebra. 3. Ensino Fundamental. 4. Resolução de Problemas. 5. . I. Costa, Manoel dos Santos. II. Título.

ANA CÉLIA DE JESUS MARTINS

ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE ÁLGEBRA NO SÉTIMO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: um caminho didático-pedagógico em uma escola pública estadual do Maranhão

Defesa de dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Gestão de Ensino de Educação Básica – PPGEEB/UFMA como requisito obrigatório para obtenção do título de Mestra em Gestão de Ensino da Educação Básica.

Aprovada em: ___/___/_____

BANCA EXAMINADORA:

_____

Prof. Dr. Manoel dos Santos Costa (Orientador)
Doutor em Ensino de Ciências e Matemática
Universidade Federal do Maranhão (PPGEEB/UFMA)

_____

Prof. Dr. Raimundo Luna Neres (1º Examinador)
Doutor em Educação
Universidade Federal do Maranhão (PPGEEB/UFMA)

_____

Prof.ª Dr.ª Andresa Maria Justulin (2ª Examinadora)
Doutora em Educação Matemática
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (PPGMAT/UTFPR)

_____

Prof.ª Dr.ª Maria do Carmo Alves da Cruz (1ª Suplente)
Doutora em Educação em Ciências e Matemática (PPGEEB/UFMA)

_____

Prof.ª Dr.ª Norma Suely Gomes Allevato (2ª Suplente)
Doutora em Educação Matemática
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Universidade Cruzeiro do Sul (PPGECM/UNICSUL)

AGRADECIMENTOS

A Deus, que acredito ser a força criadora de todas as coisas.

A meu marido Adaílton Araújo que é meu incentivador, protetor e que acredita em meu potencial.

A meu orientador, Professor Doutor Manoel dos Santos Costa, que sempre usou de perfeição nessa orientação, por sua amizade que jamais será esquecida, pelo seu apoio, dedicação e experiência que foram fundamentais para o sucesso deste trabalho.

Gostaria de agradecer também aos professores do Mestrado (PPGEEB), que generosamente compartilharam seus conhecimentos e percepções valiosas durante o desenvolvimento das disciplinas do curso, cujas discussões enriqueceram meu entendimento sobre o tema e me inspiraram a aprofundar meus estudos.

Expressar um agradecimento especial ao Prof. Dr. Antônio de Assis Cruz Nunes que cuidadosamente sempre orientou de maneira coerente, Prof.ª Dr.ª Vanja Maria Dominices Coutinho Fernandes, com seu carisma único, ao Prof. Dr. Raimundo Luna Neres pelas valiosas contribuições durante a qualificação. Seus conhecimentos e sugestões foram fundamentais para avançar e concluir este trabalho e a Prof.ª Dr.ª Andresa Maria Justulin por aceitar o convite para participar da Banca de defesa.

Aos meus colegas de turma, que proporcionaram um ambiente de aprendizado estimulante e encorajador. Suas contribuições e trocas de ideias foram essenciais para o desenvolvimento deste estudo.

Não posso deixar de agradecer minha família e amigos pelo apoio incondicional ao longo dessa jornada acadêmica. Seus incentivos, encorajamentos e compreensão foram fundamentais para me manter motivado e perseverante.

Por fim, expresso meu agradecimento a todos os participantes desta pesquisa (a professora e seus alunos), cujas contribuições foram essenciais para a obtenção dos dados e resultados apresentados nesta dissertação, e a todos que, direta ou indiretamente, colaboraram com este trabalho, meu mais sincero agradecimento. Vocês foram peças fundamentais para o alcance deste objetivo e sou imensamente grata por todo o suporte recebido.

“O estudo da Matemática não consiste em aprender fórmulas e soluções prontas, mas em aprender a resolver problemas".

George Polya

RESUMO

O presente trabalho teve origem na minha trajetória como professora da Educação Básica (Ensinos Fundamental e Médio) e, ainda, do meu interesse em conhecer novas possibilidades para ensinar Matemática que promovam uma melhor aprendizagem aos estudantes. Desse modo, o objetivo desta pesquisa foi investigar como ocorrem os processos de ensino, aprendizagem e avaliação em relação aos objetos de conhecimento envolvendo a Álgebra com os estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, conforme proposto pelas pesquisadoras Lourdes de la Rosa Onuchic e Norma Suely Gomes Allevato. O estudo oferece um panorama histórico do ensino de Álgebra no Brasil, abordando sua evolução, e discute estratégias para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Trata-se, portanto, de uma pesquisa de natureza qualitativa, cujos dados foram construídos por meio de questionários, da observação participante e da análise documental nas resoluções escritas dos estudantes aos problemas propostos, e nas respostas dadas pela professora nos questionários. A pesquisa revelou que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas foi fundamental para motivar os estudantes na construção de sua aprendizagem, transformando-os de agentes passivos em participantes ativos e investigativos. Além disso, a Resolução de Problemas mostrou-se uma boa ferramenta para a avaliação, permitindo que a professora acompanhasse o progresso e as dificuldades dos estudantes e planejasse aulas futuras. O produto educacional resultante da pesquisa é um *e-book* (livro eletrônico) que engloba a sequência didática e os problemas propostos, baseados na metodologia estudada, que pode ser utilizado para promover uma aprendizagem mais efetiva e envolvente da Álgebra no Ensino Fundamental. Concluiu-se que essa abordagem contribuiu significativamente para uma boa compreensão dos conceitos e procedimentos algébricos.

Palavras-chave: Educação Matemática. Ensino de Álgebra. Ensino Fundamental. Resolução de Problemas.

ABSTRACT

This work originated from my trajectory as a teacher in Basic Education (Elementary and High School) and from my interest in exploring new possibilities for teaching Mathematics that promote better learning for students. Thus, the objective of this research was to investigate how the processes of teaching, learning, and assessment occur in relation to knowledge objects involving Algebra with seventh-grade students of Elementary School through the Teaching-Learning-Assessment Methodology of Mathematics through Problem Solving, as proposed by researchers Lourdes de la Rosa Onuchic and Norma Suely Gomes Allevato. The study provides a historical overview of Algebra teaching in Brazil, addressing its evolution, and discusses strategies for the development of algebraic thinking. Therefore, it is qualitative research, whose data were constructed through questionnaires, participant observation, and document analysis of students' written solutions to the proposed problems, and the responses given by the teacher in the questionnaires. The research revealed that the Teaching-Learning-Assessment Methodology of Mathematics through Problem Solving was fundamental in motivating students in building their learning, transforming them from passive agents into active and investigative participants. Furthermore, Problem Solving proved to be a good tool for assessment, allowing the teacher to monitor students' progress and difficulties and to plan future lessons. The educational product resulting from the research is an e-book, which includes the didactic sequence and the proposed problems, based on the studied methodology, which can be used to promote a more effective and engaging learning of Algebra in Elementary School. It was concluded that this approach significantly contributed to a good understanding of algebraic concepts and procedures.

Keywords: Mathematics Education. Teaching of Algebra. Elementary School. Problems Solving.

LISTA DE SIGLAS

BNCC	Base Nacional Curricular Comum
IEMA	Instituto de Estadual de Educação
IFMA	Instituto Federal do Maranhão
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PIBID	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência
PPGEEB	Programa de Pós-Graduação em Gestão da Educação Básica
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
UEMA	Universidade Estadual do Maranhão
UFMA	Universidade Federal do Maranhão

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Fachada (entrada) da Escola 45
Figura 2: Parte interna (pátio) da Escola 45
Figura 3: Sala de leitura 46
Figura 4: Sala de aula do 7º ano 46
Figura 5: Sala dos professores(as) 46
Figura 6: Aplicação do Problema 1 48
Figura 7: Resposta do E_4 para o P_1 56
Figura 8: Resposta do E_8 para o P_1 57
Figura 9: Resposta do G_3 para o P_1 58
Figura 10: Resposta do G_8 para o P_1 59
Figura 11: Resposta do G_3 para o P_2 62
Figura 12: Resposta do G_7 para o P_2 63
Figura 13: Resposta do G_9 para o P_2 64
Figura 14: Resposta do G_1 para o P_3 66
Figura 15: Resposta do G_5 para o P_3 67
Figura 16: Resposta do G_{11} para o P_3 68
Figura 17: Resposta do G_2 para o P_4 70
Figura 18: Resposta do G_4 para o P_4 71
Figura 19: Resposta do G_5 para o P_4 71
Figura 20: Resposta do G_4 para o P_5 73
Figura 21: Resposta do G_8 para o P_5 74
Figura 22: Resposta do G_{12} para o P_5 75
Figura 23: Resposta do G_2 para o P_6 78
Figura 24: Resposta do G_6 para o P_6 79
Figura 25: Resposta do G_9 para o P_6 80

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Etapas sugeridas por Polya.....32
Quadro 2: Etapas sugeridas por Allevato e Onuchic.....40
Quadro 3: **Problema 1** - Daniela e Henrique 55
Quadro 4: **Problema 2** - Sequências 62
Quadro 5: **Problema 3** - Padrões na Matemática 66
Quadro 6: **Problema 4** - Aula de Arte 70
Quadro 7: **Problema 5** - As Caixas.....73
Quadro 8: **Problema 6** - Roda-gigante 77

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 13

2 ENSINO E APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA NA EDUCAÇÃO BÁSICA 21

2.1 Panorama histórico do ensino de Álgebra no Brasil 24

2.2 Desenvolvimento de habilidades do pensamento algébrico 28

2.3 Aspectos relevantes para a aprendizagem em Álgebra 29

3 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA 32

3.1 A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas 37

4 CONTEXTO E METODOLOGIA DA PESQUISA 42

4.1 A Pesquisa qualitativa 42

4.2 A Escola e os participantes da pesquisa de campo 44

4.3 O Encontro com os participantes da pesquisa de campo.....47

4.4 Os Procedimentos de coleta de dados.....48

4.5 O Produto educacional da pesquisa.....50

5 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS 52

5.1 Os Problemas geradores.....53

5.2 Avaliação como parte integrante ao processo de Ensino-Aprendizagem 82

5.3 Perfil da Professora e sua prática docente no ensino em Matemática 84

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS 88

REFERÊNCIAS.....91

APÊNDICE A – Questionários.....97

APÊNDICE B – Produto Educacional.....101

ANEXO A - Carta de apresentação para pesquisa de campo.....146

ANEXO B – Carta de autorização da escola.....147

ANEXO C – Termo de Consentimento livre e esclarecido 148

1 INTRODUÇÃO

Começo esta dissertação com um breve relato sobre a minha trajetória acadêmica, revisitando as origens dessa jornada como professora. Essa história iniciou-se em 1973, em Pinheiro, Maranhão, onde cheguei a este mundo como a caçula entre seis irmãos. Nasci em uma família modesta, filha de mãe professora e com uma avó que não teve acesso à alfabetização. Desde os primeiros anos de vida, enfrentamos muitos desafios significativos, dentre eles escola pública, casa e alimentação. A virada de página ocorreu em 1976, quando nos mudamos para São Luís, inaugurando uma nova fase em nossas vidas. Essa experiência, apesar de seus desafios, serviu como base para adquirir resiliência e determinação, moldando a pessoa que me tornei ao longo dos anos.

Tive uma infância rodeada de muito carinho, atenção e amor. As dificuldades enfrentadas por minha família eram pouco observadas por mim, pelo fato de ainda não ter maturidade para compreendê-las. Meu irmão e irmãs de mais idade tinham entre dez e doze anos a mais que eu, e nossa relação de respeito foi construída desde muito cedo.

O interesse pela Matemática surgiu desde os primeiros anos do Ensino Primário, equivalente ao atual Ensino Fundamental, na Escola Nossa Senhora da Penha, que era comunitária, situada no bairro do Anjo da Guarda, em São Luís do Maranhão. Desde esse ponto, o interesse pelos componentes curriculares que envolvem cálculos matemáticos foi ampliado e perpetuado ao longo do Ensino Médio. A formação nessa fase ocorreu em 1991, na renomada Escola Estadual “Liceu Maranhense”. Ao chegar à etapa de decisão sobre o vestibular, inicialmente direcionei meu foco para a Licenciatura em Física, aspiração que tentei realizar por quatro vezes sem alcançar êxito.

Essa experiência, embora marcada por desafios, desempenhou um papel crucial no meu amadurecimento acadêmico e profissional. Cada tentativa de ingresso na Licenciatura em Física representou uma oportunidade de aprendizado e reflexão sobre meus objetivos. O processo, embora permeado por frustrações, contribuiu para adquirir compreensão mais adequadas sobre o que realmente desejava. Diante das

barreiras encontradas no caminho para esta Licenciatura, decidi reavaliar as escolhas e, após reflexão, optei por uma trajetória que alinhasse mais de perto a aptidão pela Matemática e o desejo de ensinar.

Somente em 2004, ao prestar o vestibular para Engenharia Civil na Universidade Estadual do Maranhão (UEMA) e Licenciatura em Matemática no Instituto Federal do Maranhão (IFMA), obtive aprovação nos dois processos seletivos e, portanto, iniciei os estudos na Educação Superior. Mas, as coisas não foram muito favoráveis aos planos traçados. Estudava durante a manhã e à noite, ao mesmo tempo, em que conciliava as responsabilidades do trabalho, da universidade e da família. Então chegou o momento de decidir o caminho que iria percorrer e optei por fazer Licenciatura em Matemática.

Dessa maneira, canalizei energia para a Licenciatura em Matemática, uma decisão que, com o tempo, revelou-se enriquecedora e alinhada aos meus propósitos pessoais e profissionais. Essa transição, embora inicialmente desafiadora, proporcionou uma nova perspectiva sobre a jornada acadêmica e as possibilidades que se abriram ao escolher esta formação. A experiência reflete a importância de estar aberta a adaptações e reconhecer que os caminhos nem sempre são lineares, mas muitas vezes conduzem a descobertas importantes. Assim, ao ponderar sobre as tentativas na Licenciatura em Física, Engenharia e a subsequente escolha pela Licenciatura em Matemática, percebo que cada passo, mesmo os que pareciam desvios, contribuíram para moldar a identidade profissional. A compreensão de que o aprendizado é um processo contínuo e dinâmico tornou-se uma boa lição ao longo dessa jornada de autodescoberta.

Passo dado, mas a formação estava longe. Entre os anos de 2006 e 2009, tive que parar de estudar para trabalhar e logo em seguida veio uma gravidez de alto risco que me deixou parada de todas as tarefas até o ano de 2014. Momentos de reflexão, desespero e desânimo se perpetuaram. Mas, a família foi muito importante em todos os momentos. Com grande apoio do meu marido Adailton Araújo, Addam Davidson, o filho mais velho, e Anderson David, o filho do meio, que cuidavam da filha e irmã mais nova, Ananda Thereza, pude voltar a estudar. Nesse limiar, eu tinha infinitas reprovações no meu currículo e meu coeficiente de rendimento estava me

atrapalhando. Em 2014, prestei o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e passei novamente para a Licenciatura em Matemática. Aproveitei os componentes curriculares que constavam aprovação, porém só podia me formar depois de dois anos de vínculo dessa nova matrícula.

No decorrer do curso, tive a oportunidade de participar do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), que me permitiu vivenciar a prática em sala de aula desde cedo. Essa experiência foi enriquecedora e ampliou a visão sobre o processo educacional, proporcionando um ambiente de troca de conhecimentos, aprimoramento de habilidades e experiências docentes. Neste programa, permaneci por dois anos, concluindo o curso em 2019.

A partir desse ponto, se estabeleceu um caminho, apontando para novas experiências e rumos incertos, porém, com a convicção de ter feito a escolha correta. Após a conclusão da formação inicial (Licenciatura em Matemática), busquei fazer pós-graduação, ao nível de especialização, voltada para a área da Educação Matemática e, também, específica para a Educação Profissionalizante. Os diversos momentos dessa formação, passando pela Graduação e agora no Mestrado, têm sido fundamentais para a construção, desenvolvimento e consolidação de minha identidade como Professora.

A conclusão do Mestrado em Educação representa um importante passo na busca por crescimento pessoal e profissional. A participação no processo seletivo para ingresso no curso de Mestrado em Gestão da Educação Básica, oferecido pelo Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGEEB) da Universidade Federal do Maranhão (UFMA), materializou o alcance de um sonho. Essa oportunidade não apenas possibilitou a continuidade da formação acadêmica, mas também abriu portas para explorar novas metodologias de ensino e, por conseguinte, aprimorar as práticas pedagógicas. Nesse contexto, desejo retribuir à escola pública, contribuindo para uma educação de qualidade. Este momento representa a concretização de um percurso que tenho almejado desde a juventude, considerando que toda trajetória educacional foi pautada pela escola pública. Essa jornada no Mestrado em Gestão da Educação Básica não é apenas um marco pessoal, mas uma expressão do compromisso em promover a excelência na educação e contribuir para o fortalecimento do sistema

público de ensino.

Atualmente, sou professora de Matemática da Educação Básica (Ensinos Fundamental e Médio). No Ensino Fundamental, trabalho com estudantes do 9º ano e tenho observado, em diversos momentos, as dificuldades em relação à aprendizagem dos objetos de conhecimento relacionados à temática Números (operações básicas). Continuamente, reflito sobre essa experiência, percebendo que as dificuldades desses estudantes vêm desde os anos iniciais, o que pode comprometer o desenvolvimento de habilidades para compreender a inserção de letras, como x e y, por exemplo, em atividades relacionadas à Matemática.

Encontramos constantemente dificuldades na escrita, leitura e compreensão dos objetos de conhecimento abordados em sala de aula. Esses obstáculos tendem a afetar negativamente à assimilação completa de alguns contextos do currículo, principalmente os relacionados à compreensão dos problemas, podendo impactar adversamente o progresso geral de aprendizagem dos estudantes nesta área curricular e, consequentemente, nos objetos de conhecimento específicos.

A motivação para a realização deste trabalho surge então da experiência como docente dos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Durante esse período, como professora, pude observar que as dificuldades relacionadas ao ensino de Álgebra começam a surgir a partir do sexto ano, apesar do ensino de Álgebra se dar desde os primeiros anos do Ensino Fundamental. Além disso, acompanhei de perto as dificuldades enfrentadas pelos alunos ao se trabalhar em sala de aula com os objetos de conhecimento relacionados a essa temática. Alguns estudantes, mesmo estando no final do Ensino Fundamental, ainda não possuíam domínio de conceitos básicos relacionados à unidade temática de Números, conforme proposto pela Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018). Isso inclui as quatro operações Matemáticas, por exemplo, e provavelmente, por isso, eles apresentam dificuldades na aprendizagem da Álgebra.

Sendo assim, pretende-se na presente pesquisa fazer uma abordagem sobre a Álgebra, delimitando-se aos conteúdos (aqui chamados de objetos de conhecimento, conforme recomendação da BNCC), relativos ao ensino de equações e a problemas algébricos no sétimo ano do Ensino Fundamental. Para isso, fizemos

uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, que é considerada uma abordagem metodológica que se constrói a partir de problemas geradores.

Diante desse contexto, este trabalho busca evidenciar as possibilidades de propor intervenção didático-pedagógica através da Resolução de Problemas. O tema de Álgebra foi escolhido devido à sua relevância e às dificuldades específicas que os alunos enfrentam ao compreendê-lo. Por meio dessa pesquisa, busca-se fornecer aos professores estratégias que sejam relevantes no seu processo de ensino e que possam apoiar seus alunos na compreensão dos conceitos algébricos.

Ao focarmos na resolução de problemas, buscamos investigar e apresentar estratégias pedagógicas que possam auxiliar os alunos a superarem as barreiras iniciais e desenvolver habilidades em Álgebra. Acreditamos que possivelmente a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas possa oferecer um ambiente para a exploração ativa dos conceitos matemáticos, incentivando a criatividade, o raciocínio lógico e a construção do conhecimento matemático dos estudantes. Com essa pesquisa, esperamos contribuir para aprimorar a prática docente no ensino da Álgebra e, assim, promover uma educação Matemática mais relevante e acessível a todos os estudantes, garantindo que eles desenvolvam habilidades essenciais para o seu percurso educacional e para a vida.

O ensino da Matemática é amplamente reconhecido como um desafio tanto para os alunos quanto para os professores. Portanto, trouxemos neste trabalho pesquisadores e estudiosos que, a partir de suas práticas em sala de aula, têm mostrado que a maioria dos alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental enfrenta dificuldades no aprendizado dos objetos de conhecimento relacionados à Matemática, principalmente quando se iniciam os primeiros conceitos de Álgebra, como equação polinomial do primeiro grau. Algumas dessas dificuldades podem variar, podendo ser desde as mais básicas, como os cálculos, até problemas mais complexos de compreensão de conceitos abstratos.

A par disso, Alves (2016, p. 3), afirma que:

> A maioria dos alunos encontra dificuldades frente aos símbolos matemáticos

> e a resolução de problemas. Assim, o aluno aprende primeiro a conhecer os números, depois as quatro operações, a resolução de problemas, e vai passando para situações problemas mais complexas. Tudo isso exige que a base da Matemática esteja bem consolidada nos alunos e isso deve acontecer nos primeiros anos do ensino fundamental.

O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja por suas potencialidades na formação de cidadãos críticos e cientes de suas responsabilidades sociais (Brasil, 2018).

Diante disso, a ideia desta pesquisa é utilizar estratégias e abordagens de ensino que possam contribuir com a aprendizagem dos alunos nas diversas atividades de Matemática, especificamente em relação ao uso de letras. Sendo assim, buscamos investigar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de modo a tornar a inserção e o uso das letras mais acessíveis e significativos para os alunos, buscando estabelecer conexões entre a linguagem matemática e o cotidiano. Portanto, esta pesquisa se justifica diante das dificuldades que os alunos apresentam ao serem introduzidos na linguagem algébrica no ensino da Matemática, especialmente a partir do sexto ano do Ensino Fundamental.

Nesse sentido, realizamos uma pesquisa com intervenção didático-pedagógica através da Resolução de Problemas na perspectiva de Allevato e Onuchic (2021). Buscamos desenvolver maneiras de pensar em Matemática e de se envolver em discussões sobre Matemática que sejam mais produtivas tanto para aprender Aritmética quanto para suavizar a transição para o aprendizado de Álgebra. Dessa forma, buscamos responder ao seguinte questionamento:

Como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas contribui para o desenvolvimento de habilidades do pensamento algébrico dos estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental?

A fim de responder a esse questionamento, delineamos os seguintes objetivos:

Objetivo geral: Investigar como ocorrem os processos de ensino, aprendizagem e avaliação em relação aos objetos de conhecimento envolvendo à Álgebra com os estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental por meio da

Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Com o propósito de alcançar esse objetivo, traçamos alguns mais específicos:

- ✓ Identificar como a professora de Matemática da turma pesquisada desenvolve as atividades de Álgebra através da resolução de problemas.
- ✓ Compreender as dificuldades e os avançaos que os estudantes apresentaram no desenvolvimento de habilidades ao resolverem problemas envolendo a Álgebra.
- ✓ Elaborar um *e-book* (livro eletrônico) envolvendo os objetos do conhecimento da unidade temática de Álgebra do sétimo ano no contexto da BNCC através da Resolução de Problemas de modo que possa contribuir com os professores no desenvolvimento de sua prática em sala de aula.

Espera-se que a pesquisa que foi desenvolvida possa trazer contribuições para o ensino de Matemática, focando especialmente nos anos finais do Ensino Fundamental. Essas contribuições visam melhorar a qualidade do ensino, fornecendo abordagens pedagógicas que sejam adequadas e eficazes para o desenvolvimento dos estudantes nessa etapa da educação.

Esta dissertação encontra-se organizada em seis seções.

A primeira seção apresenta o tema do estudo, justificando a importância da investigação sobre a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes do sétimo ano.

Na segunda seção, é apresentado os fundamentos teóricos sobre o ensino e a aprendizagem da Álgebra na educação básica, incluindo um panorama histórico, o desenvolvimento de habilidades do pensamento algébrico e contextos relevantes para a aprendizagem em Álgebra. Exploramos a evolução do ensino de Álgebra no Brasil ao longo do tempo e abordamos estratégias para desenvolver habilidades algébricas nos estudantes.

A terceira seção, aborda a importância da Resolução de Problemas no ensino de Matemática, com foco na metodologia específica de Ensino-Aprendizagem-

Avaliação, detalhando a metodologia conforme proposta por Lourdes de la Rosa Onuchic e Norma Suely Gomes Allevato.

Na quarta seção descrevemos o contexto, a metodologia da pesquisa e os instrumentos de coleta de dados.

A quinta seção traz a descrição e análises dos dados construídos e nela apresentamos os problemas geradores aplicados aos estudantes e na sexta seção finalizamos este trabalho com as Considerações Finais.

2 ENSINO E APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Nesta seção, trouxemos uma breve abordagem acerca do ensino e aprendizagem de Álgebra, a fim de enfatizar a necessidade de sua inserção na base curricular logo nos primeiros anos do Ensino Fundamental. Sendo assim, evidenciamos em primeiro lugar que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), reconhecida como o documento de caráter normativo que regulamenta a educação no Brasil, destaca que o ensino de Álgebra na Educação Básica tem por finalidade desenvolver o pensamento algébrico. Além disso, segundo o documento, essa temática é "[...] essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos" (Brasil, 2018, p. 270).

Segundo o mesmo documento, o ensino da Álgebra deve começar nos anos iniciais do Ensino Fundamental, onde os alunos devem começar a compreender, sem necessariamente utilizar simbologia, os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, a capacidade de generalizar propriedades matemáticas e o reconhecimento de regularidades em sequências numéricas. Essa abordagem inicial visa estabelecer conceitos essenciais como a compreensão das variações numéricas em expressões, a capacidade de generalizar propriedades matemáticas e o reconhecimento de padrões em sequências numéricas.

Nesse entendimento, autores como Morais e Huanca (2021) concordam que essa base introdutória é fundamental, pois prepara os alunos para uma compreensão mais profunda da Álgebra à medida que avançam nos anos escolares. Ao internalizar esses conceitos desde cedo, os estudantes estarão melhor preparados para enfrentar desafios mais complexos no campo da Matemática, construindo uma base significativa para futuras aprendizagens.

Corroborando com essa linha temática, Kaput (1999) enfatiza que o ensino de Álgebra na Educação Básica (Ensinos Fundamental e Médio) tem se apresentado como um conjunto de procedimentos desconectados de outras temáticas da própria Matemática, de outras áreas do conhecimento e do mundo real, uma vez que as

aplicações usadas são notoriamente artificiais e não é dada ao estudante a oportunidade de refletir sobre suas experiências e articular seus conhecimentos. Além disso, conforme o autor, o professor precisa apresentar situações e tarefas contextualizadas no contexto algébrico que estimulem os alunos a atribuírem significado aos procedimentos e estratégias realizadas.

Para dar mais fundamento ao nosso tema, buscamos a literatura de Kieran (2004), que em seus estudos propõe uma classificação das atividades algébricas em três tipos: geracional, transformacional e global. No primeiro tipo, incluem-se atividades que envolvem a formação de expressões e equações, que são objetos da Álgebra. Isso abrange equações com uma incógnita[1], expressões derivadas de padrões ou sequências numéricas, e aquelas que regem relações numéricas. No segundo tipo, o autor destaca as atividades transformacionais ou baseadas em regras.

No contexto da Álgebra global, destacam-se as atividades em que a Álgebra é utilizada como uma ferramenta, mas não é exclusiva desse ramo do conhecimento matemático, como a Resolução de Problemas, ou seja, estão incluídas as atividades que envolvem a formação de expressões e equações.

Portanto, a Álgebra envolve uma série de conceitos e habilidades, como o processamento de expressões algébricas, equações, inequações, funções e a compreensão de estruturas matemáticas. Todos esses elementos são fundamentais para a explicação e resolução de problemas matemáticos.

De acordo com Vergnaud (2012), é comum que alguns professores falhem em demonstrar aos alunos a utilidade e funcionalidade do conhecimento matemático. Isso ocorre quando deixam de abordar questões formais e apresentam problemas que estão desconectados da realidade dos estudantes. Segundo o autor, essa abordagem pode levar alguns estudantes a considerarem a Matemática como uma disciplina mais difícil de aprender do que outras. Portanto, é importante que os professores reformulem sua abordagem, buscando conectar a Matemática com situações reais e demonstrando sua relevância no cotidiano dos alunos.

Ao abordarmos o ensino de Álgebra, buscamos autores como Lima e

[1] Incógnita é cada símbolo ou letra que representa um número desconhecido (Giovanni Júnior; Castrucci, 2018 p.140)

Bianchini (2022), que concordam que os alunos do Ensino Fundamental podem aprender a desenvolver o pensamento algébrico, mas geralmente não têm a oportunidade de fazê-lo. Aprender Álgebra inclui maneiras de pensar, melhorar a organização dos pensamentos matemáticos que envolvem problemas, deixando de lado uma série de procedimentos de cálculo inter-relacionados, além de aprender como gerar essas ideias e de como expressá-las usando palavras e símbolos e como provar a si e aos outros que essas ideias estão corretas.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) discutem o conceito de "pensamento algébrico" ao mencionar situações em que este se manifesta. Eles identificam elementos caracterizadores do pensamento algébrico, como a percepção de regularidades, a identificação de aspectos invariantes em contraste com variáveis, esforços para expressar ou explicitar a estrutura de situações-problema e a presença do processo de generalização.

Nessa linha de pensamento, um estudo adicional conduzido por Gil e Felicetti (2016), que investigou a aprendizagem de Álgebra entre estudantes do sétimo ano, revelou que eles tinham poucas condições de identificar regularidades presentes em sequências e de expressá-las a partir da linguagem algébrica. Ademais, vale destacar a importância de os alunos desenvolverem no Ensino Fundamental seus conhecimentos algébricos apropriados para o prosseguimento de seus estudos em anos/séries posteriores.

Trigueros e Ursini (2005, p. 41) argumentam que:

> Uma aprendizagem da Álgebra elementar requer que os alunos desenvolvam a capacidade de trabalhar com um dos “três tipos de letras” (letra como incógnita, letra como generalização de procedimento aritmético e letra como variável funcional) e de passar de reciprocamente de modo flexível, conforme as exigências do próprio problema a ser resolvido.

Portanto, é de suma importância que o ensino da Álgebra vá além da mera manipulação de símbolos e englobe a compreensão das estruturas e relações matemáticas subjacentes. Isso possibilitará aos alunos aplicarem o pensamento algébrico em diversas situações, resolver problemas de maneira eficiente e desenvolver uma compreensão aprofundada dos conceitos e procedimentos matemáticos relacionados a essa temática.

Por muito tempo, a Álgebra foi vista como uma temática da Matemática destinada a estudar somente as operações entre números e a resolução de equações associadas exclusivamente à manipulação de regras e articulações de uma determinada linguagem. Esse enfoque permitiu novas maneiras de compreender problemas e propor soluções. Esse modo de ver a Álgebra em sala de aula fez com que ela fosse tratada com base em conteúdo específico e no desenvolvimento de determinadas habilidades, decorrendo de um currículo hierarquizado (Santos; Moreira, 2016).

Ao propor atividades que envolvam o contexto algébrico, os alunos são desafiados a estabelecer conexões entre conceitos abstratos e situações da realidade do estudante. Isso permite que eles percebam a relevância e a utilidade da Álgebra em diversos contextos, tornando o aprendizado mais significativo. Ao atribuir significado aos procedimentos e estratégias utilizados, os estudantes se envolvem ativamente na construção do conhecimento, em vez de apenas memorizar fórmulas e regras.

Para entendermos essa evolução do ensino da Álgebra, trouxemos desse tema mais detalhadamente na próxima seção.

2.1 Panorama histórico do ensino de Álgebra no Brasil

Para fundamentar nossa seção, trouxemos autores como Brito, Santos e Leite (2017), que enfatizam a necessidade de compreender o que é a Álgebra e qual sua aplicabilidade, identificando inicialmente como ela se relaciona com os conteúdos vistos anteriormente e como será aplicada em séries subsequentes e em diversas áreas do conhecimento.

O antigo documento de referência curricular brasileiro, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 1998), já defendia a abordagem baseada em problemas no ensino de Álgebra no Ensino Fundamental, reconhecendo-a como fundamental para a construção do pensamento algébrico. Da mesma forma, o atual documento, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), continua a fazer essa recomendação.

Apesar de a BNCC (Brasil, 2018) sugerir a introdução da Álgebra desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, ainda é comum que os alunos tenham o primeiro contato com esse conteúdo apenas no sexto ano, e que essa discussão seja aprofundada de fato no sétimo ano, quando se inicia o estudo das equações, especialmente as equações de primeiro grau. Conforme Fernandes (2011), devido ao costume de lidar exclusivamente com problemas apoiados nos conhecimentos de Aritmética desde os primeiros anos do Ensino Fundamental, os alunos interpretam frequentemente de forma equivocada que a resolução de problemas em Matemática se limita apenas a processos numéricos.

Essa abordagem pode dificultar o avanço na compreensão desses conteúdos, uma vez que novos conceitos exigem dos alunos a compreensão de várias simbologias, resultando em dificuldades na interpretação do que é solicitado. Isso ocorre porque, no decorrer dos anos iniciais (1º ao 5º ano), os alunos são ensinados e estimulados a resolver apenas problemas baseados no conhecimento de Aritmética.

Além disso, o ensino de Álgebra também busca desenvolver o pensamento matemático através da Resolução de Problemas, utilizando abordagens práticas e contextualizadas. Dessa forma, os estudantes são incentivados a aplicar conceitos e procedimentos algébricos em situações de sua realidade e a resolver problemas que tenham significado para eles. Esse método confere maior pertinência ao aprendizado, catalisando o engajamento dos estudantes nessa temática, além de estabelecer um cenário de cooperação, onde a troca de ideias e estratégias fomenta a resolução conjunta de desafios, proporcionando o trabalho em equipe. Por isso, essa temática e esse tipo de abordagem a partir de problemas têm sido um dos focos do currículo do Ensino Fundamental, com recomendações da BNCC que orienta que:

> Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes (BRASIL, 2018, p. 287)

Assim sendo, é preciso considerar tais recomendações para desenvolver o trabalho em sala de aula com a Álgebra, verificando "o que" e "como" ela deve ser ensinada. Vale ressaltar que, normalmente, o ensino e a aprendizagem desse objeto

de conhecimento ocorrem de forma isolada de outras temáticas, sem nenhuma conexão, conforme aponta Gil (2008).

Nesse sentido, Costa (2012) recomenda que os objetos de conhecimento, incluindo os referentes à Álgebra, sejam desenvolvidos de forma contextualizada. No entanto, acreditamos que esse aprofundamento deve ir além de uma contextualização; o aluno deve ser capaz de perceber as conexões entre as diferentes temáticas da Matemática (Números, Álgebra, Geometria, Estatística, etc.) e as particularidades que os conteúdos apresentam, ao mesmo tempo, em que se relacionam com outros temas. Com efeito, as dificuldades enfrentadas pelos estudantes do Ensino Fundamental em relação ao ensino de Álgebra estão relacionadas à forma como ela tem sido ensinada em sala de aula. Muitas vezes, o trabalho algébrico é apresentado de maneira mecânica, sem um significado ou compreensão mais profundos. Isso pode levar os alunos a perceberem a Álgebra como uma série de regras e procedimentos desconectados, dificultando sua compreensão e aplicação em situações reais.

Segundo Sessa (2009), ao lidar com as equações, o aluno precisa ir além de compreender que letras são apenas para representar números desconhecidos e que basta isolar incógnitas. Ele deve perceber que não há uma solução única, mas um conjunto de soluções. Para isso, o trabalho realizado pelo professor precisa ser diferenciado.

Em um estudo realizado por Pimentel (2010) com estudantes do oitavo ano do Ensino Fundamental sobre a transição da Aritmética para a Álgebra através da Resolução de Problemas, a pesquisa concluiu que os estudantes não sabiam relacionar os símbolos algébricos, nem atribuir algum sentido a eles.

No contexto da resolução de problemas, é importante destacar que muitos estudantes enfrentam dificuldades ao tentar representar um problema de linguagem natural, geralmente em língua portuguesa, para uma representação em linguagem Matemática.

Algumas pesquisas, como as de Costa e Allevato (2019), focam na formação de professores de Matemática, buscando aprimorar as práticas pedagógicas em sala de aula e concentrando-se na abordagem dos conteúdos matemáticos,

visando o desenvolvimento de habilidades e competências dos alunos. Há também estudos, como os de Piovesan e Zanardini (2008), que se preocupam com os processos de ensino e aprendizagem, buscando identificar estratégias eficazes para promover uma aprendizagem significativa em Matemática.

Além disso, os processos avaliativos também têm sido objeto de investigação, com o intuito de aprimorar os métodos utilizados nesse componente curricular (Pironel; Vallilo, 2017; Costa; Allevato, 2019). Portanto, ao longo do tempo, diferentes abordagens de ensino, aprendizagem e avaliação em Matemática têm sido assuntos de debates no cenário educacional, tanto no Brasil como em outros países. Esses debates têm focado em diferentes aspectos e perspectivas, levando em consideração as características dos alunos, as metodologias utilizadas e as estratégias de ensino.

Sobre as dificuldades apresentadas pelos alunos em relação à Álgebra, Bonadiman (2007) sugere que estas podem estar relacionadas ao processo usual de ensino e aprendizagem. Ainda segundo a autora, é possível que muitas das dificuldades encontradas pelos alunos na aprendizagem da Álgebra sejam devidas à maneira como os professores desenvolvem esse conteúdo em sala de aula, limitando-se a ensinar apenas procedimentos e regras, reprimindo sua capacidade de compreender os conceitos e as representações.

Ao analisarmos o contexto histórico do ensino de Matemática no Brasil, encontramos dados preocupantes em relação ao ensino de Álgebra na Educação Básica. Diversas reformas curriculares trouxeram resultados pouco satisfatórios, na prática, como demonstram as avaliações realizadas em âmbito nacional pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB).

Os PCN já indicavam preocupações com esses resultados. Conforme o documento, "nos resultados do SAEB, por exemplo, os itens referentes à Álgebra raramente [os alunos] atingem 40% de acertos em muitas regiões do país" (Brasil, 1998, p. 115). Portanto, para melhorar esse cenário, seria necessário implementar estratégias e metodologias de ensino mais eficazes para ensinar Álgebra nas escolas. Isso poderia incluir a formação adequada de professores, o desenvolvimento de materiais didáticos mais acessíveis e o estabelecimento de abordagens de ensino que

estimulem a compreensão e a aplicação dos conceitos de Álgebra pelos alunos (Teles, 2004).

2.2 Desenvolvimento de habilidades do pensamento algébrico

O presente trabalho foi desenvolvido no contexto específico da Matemática escolar, focando no ensino-aprendizagem-avaliação da Álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental. Investigar como ocorrem os processos de ensino, aprendizagem e avaliação em relação aos objetos de conhecimento envolvendo a Álgebra com os estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, ou seja, ao raciocinarem por meio de suas próprias explicações para suas respostas, os estudantes desenvolvem uma boa compreensão do assunto estudado.

Fernandes (2011) citado por Costa; Martins; Pagani; Nunes (2022, p. 196), afirma que:

> Por estarem acostumados apenas a tratar e resolver problemas apoiando-se em conhecimentos da Aritmética desde os primeiros anos do Ensino Fundamental [os alunos] entendem equivocadamente que as resoluções de problemas na Matemática são apenas caracterizadas por processos numéricos. Nesse sentido, por vezes, a utilização das regras previamente estabelecidas dificulta o avanço na compreensão desses conteúdos, uma vez que essas novas compreensões exigem do aluno o entendimento de muitas simbologias e, por isso, ocorrem dificuldades na interpretação do que lhe é pedido.

Sob tais considerações, é de vital importância que os professores de Matemática busquem metodologias de ensino que desenvolvam o entendimento sobre a Álgebra no Ensino Fundamental, uma vez que os estudantes estão habituados ao cálculo aritmético desde os anos iniciais. Dessa forma, espera-se que, ao promover uma abordagem de ensino com metodologias inovadoras, o aprendizado da Álgebra seja aprimorado, aumentando assim o desempenho dos alunos nessa temática.

Ponte, Branco e Matos (2009) afirmam que aprender Álgebra significa ser capaz de pensar algebricamente, o que inclui o conhecimento das propriedades das operações.

> Podemos então dizer que o grande objetivo do estudo da Álgebra nos ensinos básico e secundário é desenvolver o pensamento algébrico dos alunos. Este

> pensamento inclui a capacidade de manipulação de símbolos, mas vai muito, além disso (Ponte, Branco e Matos, 2009. p.9)

Como mencionado por Costa, Martins, Pagani e Nunes (2022), os estudantes frequentemente encontram desafios ao organizar suas ideias e buscar recursos para encontrar a solução para um problema. Essas dificuldades em fazer a transição entre a linguagem materna e a linguagem Matemática podem ser um dos aspectos onde a abordagem da resolução de problemas pode desempenhar um papel fundamental nos processos de ensino e aprendizagem. Através da Resolução de Problemas como metodologia, os alunos podem ser orientados a desenvolver as habilidades necessárias para traduzir efetivamente problemas do cotidiano para representações matemáticas, estimulando assim seu pensamento crítico e criatividade, conforme discutido anteriormente.

Nessa perspectiva, destacam que o trabalho com Álgebra não se resume a símbolos formais; pelo contrário, aprender Álgebra significa ter a capacidade de aplicá-la em diferentes situações.

2.3 Aspectos relevantes para a aprendizagem em Álgebra

Souza e Diniz (1994, p. 4), ao propor atividades para o ensino de Álgebra, definiram esta temática como "linguagem matemática usada para expressar fatos gerais". Eles apontaram diferentes funções que ela utiliza, incluindo a generalização da aritmética para estudar o processo de resolução de problemas, a expressão das mudanças quantitativas e o estudo das estruturas matemáticas.

Portanto, Machado (1991) diz que a partir do aprendizado da Álgebra, os alunos desenvolvem a capacidade de pensar de maneira abstrata e aplicar conceitos matemáticos em diferentes contextos. São capazes de abstrair e transferir esses conhecimentos para situações variadas, resolvendo problemas de maneira mais eficiente e enfrentando desafios matemáticos mais complexos. Assim, a Álgebra não apenas fortalece o raciocínio lógico, mas também ajuda os alunos a desenvolverem habilidades de análise, generalização e abstração, fundamentais para o pensamento matemático avançado.

Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a BNCC (2018) propõe o contato inicial dos estudantes com conceitos de Álgebra, retomados no sexto ano e ampliados no sétimo ano, quando os alunos aprimoram sua compreensão e desenvolvem habilidades mais avançadas nesse campo do conhecimento matemático. Nesta etapa, os alunos adquirem compreensão sobre os diversos significados das variáveis numéricas em uma expressão, são capazes de estabelecer generalizações de propriedades matemáticas, investigar regularidades em sequências numéricas, identificar valores desconhecidos em sentenças algébricas e compreender a relação de variação entre duas grandezas. Essas habilidades são essenciais para aprofundar o conhecimento em Álgebra e construir bases sólidas para estudos futuros nessa área (Brasil, 1998; 2018).

Conforme os PCN, os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, mesmo enfrentando dificuldades iniciais ao serem introduzidos no ensino de Álgebra, desenvolvem significativamente a habilidade de pensar abstratamente quando lhes são proporcionadas experiências que envolvem noções algébricas em um trabalho articulado com a Aritmética. Assim, afirmam os documentos, os estudantes adquirem uma base significativa para a aprendizagem dessa temática (Brasil, 1998).

Corroborando com o documento oficial, a BNCC recomenda que os estudantes desse nível de ensino estabeleçam conexões entre os objetos de conhecimento de outros aspectos com os conceitos algébricos. É fundamental considerar as experiências e conhecimentos prévios dos estudantes para o desenvolvimento das habilidades matemáticas previstas nos anos finais. Isso possibilita a criação de situações de aprendizagem que encorajam os alunos a fazer observações sistemáticas sobre os aspectos quantitativos e qualitativos do mundo ao seu redor (Brasil, 2018).

Além disso, segundo o documento, a aprendizagem de conceitos e procedimentos matemáticos requer a existência de contextos significativos para os alunos, que podem ser tanto do cotidiano quanto de outras áreas do conhecimento e da própria Matemática. No entanto, é crucial que os alunos desenvolvam a capacidade de abstrair o contexto, ou seja, compreender as relações e significados que podem ser aplicados em diferentes situações. Eles precisam ser capazes de generalizar e

transferir seus conhecimentos matemáticos para resolver problemas em diversos contextos (Brasil, 2018).

Portanto, ao buscar o desenvolvimento das habilidades matemáticas previstas para os anos finais do Ensino Fundamental, é essencial considerar as experiências e conhecimentos prévios dos estudantes.

3 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Conforme mencionado na introdução deste trabalho, nosso tema se justifica pela trajetória acadêmica e profissional, visando aprofundar conhecimentos na área de ensino de Matemática, sobre especificamente os objetos de conhecimento da Álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental. Como professora e com base na literatura da área, identificamos lacunas que justificam nossa investigação. Nesta seção, apresentamos uma breve descrição da Resolução de Problemas no ensino de Matemática.

Historicamente, a Resolução de Problemas tem sido parte integrante dos currículos de Matemática na Educação Básica. Destacamos George Polya como uma referência central nesse campo, cujo livro "A Arte de Resolver Problemas" (1945) apresenta os quatro passos fundamentais para resolver um problema matemático. São eles:

Quadro 1: Etapas sugeridas por Polya

Etapas	Procedimentos
Compreensão do problema	Consiste em entender completamente o enunciado do problema, identificar as informações relevantes e estabelecer claramente o que se deseja encontrar.
Estabelecimento de um plano	Envolve a formulação de estratégias e métodos para resolver o problema, como a identificação de conceitos, técnicas e teoremas matemáticos aplicáveis.
Execução do plano	É a etapa em que se aplica o plano estabelecido, realizando os cálculos e as manipulações necessárias para chegar à solução.
Retrospecto	Trata-se de revisar todo o processo desenvolvido, verificar a validade dos resultados obtidos, refletir sobre a eficácia do método utilizado.

Fonte: Polya (2006)[2]

Conforme o Polya, após o aluno ter lido e compreendido o problema, deve conceber um plano que o orientará na resolução. Além disso, indica que há uma distância entre a situação inicial e o objetivo a ser alcançado, cabendo ao resolvedor

[2] Matemático húngaro (1887-1985), percursor da resolução de problemas. A obra consultada é uma versão traduzida e publicada em 2006, mas a original, em inglês, é de 1945.

(o estudante) escolher os procedimentos mais adequados para diminuir essa distância, caracterizando assim um procedimento estratégico na resolução de problemas.

Nossos estudos na literatura para ampliar os conhecimentos sobre a temática nos levaram a encontrar autores como Costa (2021, p. 3), que têm levantado questionamentos instigantes. Um desses questionamentos é: "Somente essas quatro etapas são suficientes, atualmente, para desenvolver aulas de Matemática utilizando a resolução de problemas?"

Costa (2021) argumenta que a configuração apresentada por Polya em relação à resolução de problemas reflete uma abordagem do passado. No início do século XX, a Resolução de Problemas era muitas vezes associada ao domínio de procedimentos algorítmicos ou ao conhecimento adquirido por repetição e memorização de exercícios. Nas décadas de 1960 e 1970, surgiu o movimento da Matemática Moderna, que não alcançou o sucesso esperado na aprendizagem dos alunos.

No final dos anos 1970, as investigações sistemáticas sobre resolução de problemas e suas implicações no ensino ganharam espaço globalmente como um constructo teórico e de reflexão sobre a prática. Foi somente na década de 1980 que o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1980) publicou nos Estados Unidos um documento intitulado "Uma Agenda para Ação: Recomendações para a Matemática Escolar nos Anos 80", enfatizando a resolução de problemas como foco para aquela década. No entanto, houve discordância sobre o significado dessa orientação até o final dessa década.

A partir da década de 1990, houve significativos avanços em pesquisas e práticas pedagógicas envolvendo a resolução de problemas. No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, Brasil, 1998) já destacavam a importância do desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e até mesmo propor novos problemas a partir deles. Além disso, indicavam a resolução de problemas como ponto de partida para as atividades matemáticas, discutindo abordagens para o ensino de Matemática em sala de aula.

> A situação-problema é o ponto de partida da atividade Matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las (Brasil, 1998, p. 40).

As propostas apresentadas pelos PCN, embora não obrigatórias, influenciaram significativamente na organização dos currículos nas diversas regiões do Brasil, ao destacarem a resolução de problemas como um eixo de conexão entre as diversas temáticas dentro da Matemática. Nas considerações deste documento para a área de Matemática, a Resolução de Problemas aparece como orientação metodológica para o ensino e a aprendizagem.

A partir dos anos 2000, uma nova visão de ensino e aprendizagem de Matemática começou a ser delineada pelos Standards (NCTM, 2000), onde a Resolução de Problemas é enfatizada como o primeiro padrão de processo para o ensino de Matemática, sendo fortemente recomendada como método de ensino.

A BNCC, atual documento de referência para o ensino brasileiro, também destaca a resolução de problemas como um eixo articulador de grande destaque, constituindo-se em uma forma privilegiada de atividade Matemática que deve ser "ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental" (Brasil, 2018, p. 266).

Além disso, a resolução de problemas é apresentada no documento como competências e habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos ao longo da Educação Básica.

> Nessa enunciação está implícito que se pretende não apenas a Resolução de Problemas, mas também que os alunos reflitam e questionem o que ocorreria se algum dado do problema fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescida ou retirada. Nessa perspectiva, pretende-se que os alunos também formulem problemas em outros contextos (Brasil, 2018, p. 277).

Em outras palavras, o que a BNCC recomenda é que a resolução de problemas possa caminhar no sentido de desenvolver nos alunos o protagonismo para além de resolver os problemas propostos pelo professor. Nessa perspectiva, educadores matemáticos afirmam que a resolução de problemas possibilita aos

alunos mobilizarem conhecimentos e desenvolverem a capacidade para gerenciarem as informações que estão ao seu alcance.

Dessa forma, segundo o documento curricular do território maranhense, o ensino de Matemática possibilitará ao estudante ter a oportunidade de fazer uma abordagem crítica da realidade, daí a importância de relacionar o conteúdo a ser estudado com situações concretas do cotidiano, fazendo com que ele parta do concreto para chegar, em anos/séries de escolaridades posteriores, em situações mais abstratas. Vale ressaltar que “esse caráter abstrato deve ser o fim e não o início do processo, ou seja, a prática do ensino de Matemática deve partir da concretude para a abstração dos conteúdos escolares” (Maranhão, 2019, p. 305).

Diante do exposto, questionamo-nos: afinal, o que é a resolução de problemas? Embora geralmente associada ao ensino de Matemática, percebemos que essa expressão também é amplamente utilizada em outras áreas do conhecimento, sendo, portanto, um tópico presente nos currículos escolares (Allevato; Onuchic, 2021; Costa, 2021).

Essa afirmação nos permite-nos, questionar. Afinal, o que é um problema?

Segundo Onuchic (1999, p. 215), um problema é "[...] tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver". A autora esclarece que "o problema não é um exercício no qual o aluno aplica de forma quase mecânica uma fórmula ou uma determinada técnica operatória".

A partir dessa concepção, podemos afirmar que um problema se diferencia de um exercício enquanto, ao resolver um exercício, dispomos e utilizamos de mecanismos que nos levam de forma imediata à solução, ou seja, aplicamos algum algoritmo já aprendido. Enquanto para resolver um problema, ainda não dispomos de algoritmos prévios que garantam a sua solução.

Para Vianna (2002, p. 402), um problema "é uma situação em que um sujeito é solicitado a realizar uma tarefa para a qual não possui um método de resolução determinado. Se a realização da tarefa não for desejada pelo sujeito, a situação não pode ser considerada um problema". Segundo Dante (1989, p. 45), um problema matemático é "qualquer situação que exija a maneira Matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-la".

É possível que uma situação represente um problema para uma pessoa, enquanto para outra, esse problema não exista, seja porque ela não se interessa pela situação, seja porque já possui mecanismos para resolvê-la e, por isso, pode reduzi-la a um simples exercício (Echeverría; Pozo, 1998).

Em outras palavras, segundo esses autores, não é possível determinar se uma atividade matemática se configura como um exercício ou um problema; isso vai depender não apenas da experiência e dos conhecimentos prévios dos estudantes, mas também dos objetivos que o professor estabelece para essa atividade.

Levando em consideração essas definições, assumimos para nossa pesquisa que uma atividade matemática será considerada um problema quando o aluno, mesmo sem conhecimentos sobre o assunto, mostrar interesse em resolvê-lo.

Conforme mencionamos, a resolução de problemas tem ocupado um lugar de destaque nos processos de ensino de Matemática, sendo um consenso entre educadores e documentos oficiais quanto à sua importância para a aprendizagem dos estudantes. No entanto, apesar desse reconhecimento, alguns autores defendem pontos de vista diferentes quanto à sua aplicação.

Entre as diversas perspectivas, citamos a abordagem de George Polya, que apresenta quatro etapas para o desenvolvimento da resolução de problemas. Além disso, uma metodologia que se mantém atual, apesar de ter mais de quatro décadas, é o ensino de Matemática através da resolução de problemas, identificado por Hatfield (1978) e ratificado posteriormente por Schroeder e Lester (1989).

No Brasil, essa metodologia tem sido desenvolvida por Onuchic desde 1999 e recomendada por Allevato e Onuchic (2021). Ao aprofundar esses estudos, os autores identificaram três maneiras essenciais de se trabalhar com a resolução de problemas nas aulas de Matemática, concluindo serem fundamentais para o desenvolvimento das atividades de ensino do professor:

(1) ensinar **sobre** resolução de problemas;

(2) ensinar **para** resolver problemas;

(3) ensinar **através** da resolução de problemas (grifos nossos).

Allevato e Onuchic (2021, p.215) em um dos trabalhos intitulado “Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da resolução de

problemas?” as autoras também se dedicaram a explicar de forma detalhada essas três abordagens e suas implicações pedagógicas nas aulas de Matemática. Segundo as autoras, **ensinar sobre** resolução de problemas refere-se a teorizar acerca da resolução de problemas, isso significa, por exemplo, explicar estratégias e métodos para os alunos obterem a solução. Um dos mais importantes representantes dessa forma de se trabalhar com a resolução de problemas é George Polya.

Ao **ensinar para** resolver problemas, o professor apresenta a Matemática “formal” referente a determinado conteúdo, ou seja, o professor dá a aula sobre determinado tópico ou assunto, para, em seguida, propor aos estudantes “problemas” como possibilidade de aplicação do que foi estudado, com o intuito de verificar se os alunos aprenderam o que lhes foi ensinado. Ou seja, “[...] nessa abordagem, apenas após ter desenvolvido a parte “teórica” referente a um determinado tópico matemático, é que o professor propõe problemas aos alunos, de fato, como aplicação dos conteúdos estudados” (Allevato; Onuchic, 2021, p. 40).

De acordo com Costa (2012) essa abordagem torna o ensino fragmentado, separando suas aplicações e conexões, e a resolução de problemas é utilizada para favorecer a teoria de um significado prático.

A par disso, Allevato e Onuchic (2021) apontam que um bom caminho para ter mudança no ensino de Matemática é a utilização de uma metodologia que faça uso da resolução de problemas como ponto de partida no ensino de Matemática, ou seja, um ensino **através** da Resolução de Problemas, conforme será explicitado na próxima subseção.

3.1 A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

Nesta subseção, destacamos a metodologia que será utilizada na aplicação das atividades (problemas) em sala de aula com os estudantes para obtenção dos dados de nossa pesquisa envolvendo a temática sobre Álgebra. Trata-se, portanto, da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da

Resolução de Problemas, recomendada pelas pesquisadoras brasileiras Lourdes de La Rosa Onuchic e Norma Suely Gomes Allevato.

As autoras consideram que o termo "através" significa ao longo, no decorrer do processo de resolução, enfatizando “que ambas, matemática e resolução de problemas, são consideradas simultaneamente e são construídas mútua e continuamente” (Allevato, Onuchic, 2021, p. 40).

Além disso, outros pesquisadores da Educação Matemática como Van de Walle (2009) e documentos oficiais (Brasil, 1998; 2018) têm mostrado preocupação em adequar o trabalho escolar a novas metodologias de ensino que levem a melhores formas de ensinar, aprender e avaliar os conteúdos matemáticos.

> [...] ensino, aprendizagem e avaliação de Matemática se constituam em elementos distintos, que não ocorrem necessariamente ao mesmo tempo, ou como decorrência um do outro, o que se considera ideal é que ensino e aprendizagem se realizem, sim, integrados nas situações de sala de aula [...] (Allevato; Onuchic, 2021, p. 46).

Para Melo e Justulin (2019), o ensino da Matemática se faz presente durante toda a Educação Básica (Ensinos Fundamental e Médio) e uma das formas de apresentá-lo é por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, que coloca o estudante como parte integrante do seu processo de aprendizagem, agindo de forma ativa na construção do próprio conhecimento.

Assim sendo a Resolução de Problemas como foco de nossa pesquisa é que a concepção de ensino de Matemática através da Resolução de Problemas, em que fomos além do ensino e da aprendizagem ter a avaliação como eixo do nosso trabalho, por isso utilizamos a palavra composta “ensino-aprendizagem-avaliação”, conforme indicado por Allevato e Onuchic (2021).

Conforme as autoras,

> A palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação tem o objetivo de expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador (Allevato; Onuchic, 2021, p. 47).

Essa forma de ensinar e a avaliar não é vista como um processo separado, mas que deve ocorrer simultaneamente. Assim, essa Metodologia consegue integrar não apenas o processo de ensino, mas a avaliação ao processo da aprendizagem, ou seja, o professor consegue acompanhar os avanços dos estudantes e, com isso, aumentar a aprendizagem e (re)planejar sua prática docente quando necessário. Considerar a avaliação dessa forma é valorizar a resolução apresentada pelo estudante, para compreender os procedimentos adotados por ele para chegar à solução (Allevato, Onuchic, 2021).

De acordo com Pironel (2019), a avaliação nesse contexto é utilizada concentrando-se no processo de resolução pelos estudantes. No início da aula, o professor se mantém como observador da atividade, direcionando sua atenção aos alunos em seus respectivos grupos, a fim de coletar as primeiras informações sobre o desenvolvimento da atividade. A avaliação não se encerra na fase de resolução do problema; vai, além disso, ou seja, é concebida como parte intrínseca e integrada ao processo de resolução de problemas pelos estudantes.

É nesse sentido que a avaliação se torna um dos aspectos que consideramos em nossa pesquisa, levando em consideração que a principal função da resolução de problemas deve ser desenvolver a compreensão Matemática dos estudantes, e que a compreensão ou não de determinadas ideias provavelmente aparece quando se resolve um problema (Costa; Allevato, 2015; Allevato, Onuchic, 2021).

Nessa metodologia, de acordo com esses autores, deve-se propor aos estudantes problemas que tenham como objetivo a construção de novos conceitos e conteúdos antes de se apresentar formalmente a teoria e a linguagem Matemática. Além disso, o professor precisa propor problemas adequados ao ano/série de escolaridade do aluno, que estejam alinhados ao conhecimento que se pretende construir e que permitam o uso de seus conhecimentos prévios.

Para melhor usufruir da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação em sala de aula, as autoras sugerem que as atividades Matemáticas sejam organizadas conforme as seguintes etapas:

Quadro 2: Etapas sugeridas por Allevato e Onuchic

Etapas		Procedimentos
1ª	Proposição do problema	Selecionar em um livro didático ou elaborar um problema, denominando-o problema gerador.
2ª	Leitura individual	Distribuir o problema impresso para cada aluno e solicitar a leitura do mesmo.
3ª	Leitura em conjunto	Organizar a turma em pequenos grupos e solicitar uma nova leitura coletiva do problema. O professor auxilia os alunos na compreensão do problema.
4ª	Resolução do problema	A partir do entendimento do problema, os alunos tentam resolvê-lo em grupo, permitindo, assim, a construção de conhecimento sobre o conteúdo que o professor planejou para aquela aula.
5ª	Observar e incentivar	O professor passa a ser observador, organizador e mediador do processo, incentivado a utilizarem os conhecimentos prévios.
6ª	Registro das resoluções na lousa	Um representante do grupo deve anotar na lousa os resultados obtidos, quer estejam certos ou errados, ou feita por diferentes processos.
7ª	Plenária	Em conjunto todos (professor e alunos) tentam discutem as resoluções apresentadas pelos alunos.
8ª	Busca do consenso	Após as discussões e com as dúvidas sanadas, o professor juntamente com os alunos tenta chegar a um consenso sobre o resultado correto.
9ª	Formalização do conteúdo	O professor registra na lousa uma apresentação formal, organizada e estruturada em linguagem Matemática sobre o conteúdo em estudo.
10ª	Proposição de novos problemas	Nessa etapa, após a formalização do conteúdo, propõem-se novos problemas.

Fonte: Allevato e Onuchic (2021)

Na última etapa, o professor ou os próprios alunos com ajuda uns dos outros, propõem novos problemas relacionados ao tema estudado em sala de aula, com o intuito de reforçar ou avaliar a aprendizagem dos alunos depois da formalização do conteúdo, ou mesmo de ampliar a aprendizagem, reiniciando o ciclo das dez etapas. Dessa forma, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação incentiva os alunos a se envolverem ativamente no processo de aprendizagem, permitindo que explorem e investiguem o problema por conta própria. Ao, em vez de receberem instruções passivas, eles são desafiados a pensar criticamente, colaborar em grupo e buscar soluções.

As sugestões indicadas por Allevato e Onuchic (2021) estão conforme o proposto pela BNCC, que apresenta a resolução de problemas como uma das

habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes do Ensino Fundamental. Além disso, com o ensino de Matemática através da Resolução de problemas os alunos têm a oportunidade de desenvolverem o letramento matemático que na BNCC é entendido como a manifestação de competências e habilidades, que estão relacionadas ao:

> [...] raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjunturas, a formulação e a elaboração de problemas em uma variedade de contexto, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas Matemáticas (Brasil, 2018, p. 266).

De acordo com a BNCC (Brasil, 2018) e com Allevato e Onuchic (2021), habilidades, conceitos e procedimentos matemáticos são desenvolvidos e aprendidos no contexto da resolução de problemas. Dessa forma o aluno tem a oportunidade de desenvolver processos do pensamento matemático, e o trabalho de ensinar Matemática acontece em um ambiente de investigação e colaboração.

4 CONTEXTO E METODOLOGIA DA PESQUISA

Nesta seção, descrevemos os passos da pesquisa de campo e os fundamentos teórico-metodológicos que sustentam o estudo. Apresentamos a escola selecionada como campo de pesquisa e sua relação com a temática investigada no âmbito do Mestrado Profissional em Gestão de Ensino da Educação Básica da Universidade Federal do Maranhão (UFMA). A seção foi dividida nas seguintes subseções: O tipo de pesquisa, o contexto da pesquisa de campo: a escola e os participantes, assim como o delineamento dos encontros com os participantes, os procedimentos e os instrumentos da coleta de dados e sobre o produto educacional.

4.1 A Pesquisa qualitativa

Para realizar uma pesquisa é preciso promover o confronto entre os dados, as evidências, as informações coletadas sobre determinado assunto e o conhecimento teórico construído a respeito dele. Sendo assim, a presente pesquisa é de natureza qualitativa, em que buscamos retratar de forma minuciosa o fenômeno observado; interpretando e analisando os dados por descrições detalhadas. Com esse tipo de pesquisa, os sujeitos são mais participativos e, portanto, ela é menos controlável, envolve a obtenção dos dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada e enfatiza mais o processo que o produto (Lüdke; André, 2017).

A presente pesquisa investigou como ocorrem os processos de ensino, aprendizagem e avaliação em relação aos objetos de conhecimento envolvendo a Álgebra com os estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, pois acreditamos, assim:

> [...] a pesquisa que alimenta a atividade de ensino e a atualiza frente à realidade do mundo. Portanto, embora seja uma prática teórica, a pesquisa vincula pensamento e ação. Ou seja, nada pode ser intelectualmente um problema, se não tiver sido, em primeiro lugar, um problema de vida prática Minayo (2002, p. 17-18).

Portanto, a abordagem qualitativa deste estudo é do tipo pesquisa-ação, que de acordo com Thiollent (2008), os pesquisadores em educação têm a oportunidade de produzir informações e conhecimentos que são mais diretamente aplicáveis e úteis, especialmente em termos pedagógicos. Essa abordagem permite que os pesquisadores trabalhem em colaboração com os professores, alunos e até outros membros da comunidade escolar para identificar desafios, implementar intervenções e avaliar os resultados.

Corroborando com esse pensamento, Oliveira (2018) afirma que a pesquisa-ação oferece ao pesquisador a oportunidade de intervir em uma problemática específica, analisá-la e estabelecer objetivos que mobilizem os participantes da pesquisa a construir novos conhecimentos. Ou seja, os professores envolvidos têm a oportunidade de refletir criticamente sobre suas próprias ações.

Essa abordagem possui uma base empírica e é concebida e realizada em estreita relação com uma ação ou a resolução de um problema coletivo. Os participantes desse tipo de pesquisa estão envolvidos no processo de maneira colaborativa e participativa, que se alinhará a partir dos instrumentos de pesquisa, que usamos para coleta de dados, que são: um questionário, a observação participante, o diário de campo e a análise documental (resoluções dos estudantes).

Ao iniciar a pesquisa, foi aplicado um questionário (APÊNDICE A) com a professora titular da turma pesquisada. Trata-se de um dos instrumentos mais utilizados para levantamento de dados pessoais e delineamento do perfil dos participantes, além de coletar sua opinião sobre a metodologia que foi utilizada no desenvolvimento das atividades em sala de aula com os estudantes – a Resolução de Problemas – e, também, para esclarecer eventuais dúvidas que ocorreram durante o desenvolvimento das atividades. O questionário versou de questões abertas e por meio de uma série ordenada de perguntas que foram respondidas por escrito. Também utilizamos a observação participante em que a coleta [dos dados] foi realizada junto aos comportamentos naturais das pessoas quando estas estão, por exemplo, estudando em sala de aula. As observações foram registradas em um diário de campo, é nele fizemos registros das observações que faz dos participantes, assim

como registra os episódios e retrata os diálogos, que em nossa pesquisa aconteceu durante a aplicação e resolução dos problemas (Fiorentini; Lorenzato, 2012).

A análise documental é aquela realizada em documentos originais escritos “que ainda não receberam nenhum tratamento analítico” (Helder, 2006, p. 1). Em nossa pesquisa, foi apoiada nas respostas dada pela professora por meio do questionário e, também, nas resoluções escritas apresentadas pelos estudantes aos problemas propostos, que serviram para análise e interpretação. Assim, com intuito de resguardar a identidade dos alunos participantes da pesquisa, no momento da análise desses dados, utilizamos os pseudônimos: E_1, E_2, ..., E_n., para identificar os estudantes ao resolverem os problemas individualmente, G_1, G_2, ..., G_n., para identificar os problemas resolvidos em grupo e os problemas identificamos por P_1, P_2, ..., P_n. A professora titular da turma, participou como observadora durante a aplicação dos problemas será identificada como P, quando necessário, e a professora pesquisadora como PE.

Ademais, ressaltamos que os dados foram coletados com os estudantes durante suas aulas, quando eles estudaram os conteúdos relacionados à Álgebra. Ou seja, o trabalho em sala de aula dessa temática iniciou com a aplicação de problemas, seguindo as orientações (etapas) recomendadas por Allevato e Onuchic (2021).

4.2 A Escola e os participantes da pesquisa de campo

O pesquisa de campo foi desenvolvida em uma escola de Ensino Fundamental da rede pública estadual de ensino do estado do Maranhão, e os sujeitos da pesquisa foram estudantes do sétimo ano e sua professora titular. Nos forneceram informações sobre a localização, estrutura, número de alunos e professores, além de de informações relevantes para compreender o contexto da pesquisa.

A escola foi o Centro de Ensino Cruzeiro de Santa Bárbara, localizada na rua principal, 29, no bairro Cruzeiro de Santa Bárbara, que é uma instituição de ensino da rede pública no estado do Maranhão. Ela oferece educação nos três turnos: matutino, vespertino e noturno. No turno matutino, são atendidos os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. No vespertino, é oferecido o Ensino Médio regular, e

no período noturno, é oferecido a Educação de Jovens e Adultos na modalidade de Educação Profissional (EJATEC[3]), com cursos profissionalizantes de Manutenção e Suporte em Informática. A escola possui nove salas de aula para os anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano); nove salas para o Ensino Médio regular e três salas que funciona a EJATEC. Além dessas salas, possui também, uma secretaria, uma sala de professores, uma diretoria, uma cantina, um pátio para atividades e uma sala de leitura e pesquisas, equipada com livros e computadores, banheiros masculino e feminino para estudantes. A seguir apresentamos algumas imagens da escola.

Figura 1: Fachada (entrada) da Escola

Fonte: de autoria própria

Figura 2: Parte interna (pátio) da Escola

Fonte: de autoria própria

3 Ensino Técnico Profissionalizante na Educação de Jovens e Adultos

Figura 3: Sala de leitura

Fonte: de autoria própria

Figura 4: Sala de aula do 7º ano

Fonte: de autoria própria

Figura 5: Sala dos professores(as)

Fonte: de autoria própria

Por estar localizada em uma comunidade carente e ser a única escola na região que oferece modalidades de ensino da Educação Básica, EJATEC, e Ensino

Fundamental e Médio nos três turnos (matutino, vespertino e noturno), a escola enfrenta diversos desafios. Para atender às necessidades de jovens e adultos, a escola oferece vários programas de apoio. Entre eles, destaca-se o programa de aconselhamento para jovens, que fornece orientações para lidar com questões pessoais, acadêmicas e de carreira; oficinas de capacitação para empregabilidade, realizadas em colaboração com empresas locais para desenvolver habilidades essenciais para o mercado de trabalho, aprimorar currículos e preparar para entrevistas; e parcerias culturais e artísticas, que promovem a cultura e a arte da comunidade local por meio de exposições, concertos e eventos culturais envolvendo alunos, suas famílias e os moradores em geral.

A pesquisa envolveu 56 alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental e sua professora. Estes alunos, provenientes de uma escola pública em uma comunidade carente, oferecem uma amostra diversificada de habilidades e conhecimentos em Matemática. A professora, com experiência e formação específica na área, será fundamental na implementação e acompanhamento da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Em termos administrativos, a escola conta com um gestor geral, um gestor adjunto e uma coordenadora pedagógica, além de uma secretária escolar, três funcionários que desenvolvem funções administrativas, uma merendeira, onze funcionários operacionais, cinco vigias e duas funcionárias que trabalham na portaria.

4.3 O Encontro com os participantes da pesquisa de campo

A pesquisa de campo foi desenvolvida ao longo de 7 (sete) encontros ocorridos entre os meses de agosto a outubro de 2023, integradas às aulas de Matemática no turno matutino, agendadas para as segundas-feiras. Durante os encontros realizados, o objetivo foi investigar como ocorrem os processos de ensino, aprendizagem e avaliação em relação aos objetos de conhecimento envolvendo a Álgebra com os estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Ao longo desses encontros, fomos acompanhados pela professora titular da turma, assegurando a presença de um guia experiente e facilitador no processo de aprendizagem. Nesta etapa, participaram um total de 56 (cinquenta e seis) alunos. Ressaltamos que a escola em questão está passando por obras de reforma, o que resultou na unificação de algumas turmas do Ensino Fundamental. Dessa forma, justifica-se o elevado número de alunos, ultrapassando os tradicionais limites de alunos por turma.

Figura 6: Aplicação do Problema 1

Fonte: de autoria própria

O objetivo desses encontros foi realizar observações e coleta de dados relevantes para a pesquisa. Sob a orientação da professora, que a partir de agora será denominada apenas como "P", a turma demonstrou ser receptiva e colaborativa ao longo de todo o processo.

A disposição física da sala de aula estava organizada, com as carteiras arranjadas em fileiras para facilitar o fluxo e a interação entre os estudantes. Além disso, a sala conta com uma área designada para o quadro negro e projeções audiovisuais, contribuindo para a diversificação dos métodos de ensino.

4.4 Os Procedimentos de coleta de dados

A coleta de dados da pesquisa foi estruturada em várias etapas, realizadas entre os meses de agosto e outubro. Esta seção detalha as atividades conduzidas, os

participantes envolvidos, e os problemas propostos. Os dados coletados foram sintetizados para identificar padrões e tendências no desenvolvimento do pensamento algébrico entre os alunos.

Inicialmente, foi elaborado um planejamento das atividades, incluindo a definição dos problemas a serem utilizados, baseados na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. A professora do sétimo ano foi previamente consultada para a aplicação dessa metodologia em sala de aula, assegurando a correta implementação das atividades planejadas.

Os participantes da pesquisa foram 56 alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental e sua professora. Os alunos foram divididos em grupos de trabalho colaborativo, enquanto as professoras pesquisadora e titular da turma desempenharam o papeis de facilitadoras e observadoras durante as atividades de resolução de problemas.

Para a coleta de dados, aplicamos dois questionários: o primeiro para conhecermos o perfil da professora titular da turma e o segundo com o intuito de verificarmos quais metodologias de ensino utilizava para desenvolver os conteúdos com seus alunos, assim como seus conhecimentos acerca da resolução de problemas nas aulas de Matemática. Esse questionário nos ajudou a planejar os problemas geradores que foram trabalhados com os estudantes. Em seguida, foram realizados encontros semanais com os estudantes para a aplicação dos problemas envolvendo a temática Álgebra. A cada encontro, foi apresentado e aplicado apenas um problema, alinhado às orientações da BNCC para o sétimo ano. A pesquisadora apresentava o problema aos alunos, que, em seguida, trabalhavam em grupos para que eles pudessem encontrar soluções.

Fizemos, também, uso da observação participante quando os estudantes tentavam resolver os problemas; nesse momento, a pesquisadora registrava as observações, como comportamento, engajamento e estratégias dos alunos, em um diário de campo. A análise focou em identificar estratégias de resolução e o grau de compreensão dos conceitos algébricos pelos estudantes.

A combinação de questionários, observações participantes e análise das soluções permitiu uma compreensão abrangente da eficácia da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas.

4.5 O Produto educacional da pesquisa

Ao final da pesquisa, elaboramos um *e-book* (Apêndice D) como produto educacional. O produto é resultado de um processo reflexivo e contextualizado que deve conter os saberes da experiência de professores da Educação Básica. Tal produto não deve ser mera transposição didática, muito menos um material didático pronto para ser manipulado por professores, ao contrário, deve ser algo "vivo" que contenha fluência, movimento e nunca está pronto e acabado, pois deve representar a dinâmica vivenciada pelos estudantes nas aulas de Matemática (Sousa, 2015). Para tanto, o produto foi desenvolvido e tem como finalidade dar suporte aos docentes.

O *e-book* (produto educacional) nos ajudou a concretizar essa pesquisa e servirá de apoio aos professores da Educação Básica (Ensinos Fundamental e Médio) como ferramenta para o processo de ensino-aprendizagem, por isso, pretendemos publicar em uma editora e será deixado no repositorio da biblioteca central da UFMA. Para tal, foi organizado a partir dos fundamentos teóricos e metodológicos sobre a Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Álgebra no Ensino Fundamental, assim como a importância da Resolução de Problemas no ensino de Matemática, contendo uma sequência didática com os problemas aplicados na pesquisa, *links* que direcionam para as resoluções de cada problema. Esperamos que essas possibilidades de ensino e aprendizagem sirvam para o(as) professor(as) trabalharem em sala de aula, visando desenvolvimento do pensamento algébrico de estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental.

Dessa forma, foi validado o Produto Educacional do que foi planejado durante todo o percurso da pesquisa, tornando-o uma necessidade para área em estudo, que em nossa pesquisa trata-se da Álgebra.

Concordamos aqui com o entender de Schäfer; Ostermann (2013, p. 43), ao afirmar que "a maioria dos produtos educacionais se encontram sobre forte

influência da razão técnica sendo que o Mestrado Profissional acaba por reforçar esse tipo de racionalidade”, daí a importância de apresentar um produto relevante e que possa contribuir para o processo de ensino-aprendizagem-avaliação de Álgebra no sétimo ano do ensino fundamental, como uma proposta metodológica.

5 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Após a coleta (construção) dos dados, realizamos uma análise dos encontros estabelecidos tanto com os estudantes quanto com a professora responsável pela turma. Durante esses encontros, discutimos diversos aspectos relacionados às atividades (problemas) propostas, visando uma compreensão abrangente das experiências e percepções dos participantes.

Os diálogos e interações durante essas seções proporcionaram uma riqueza de colaborações importantes, permitindo-nos obter uma compreensão mais profunda das dinâmicas em sala de aula e da abordagem pedagógica empregada. A colaboração estreita com a professora foi fundamental para contextualizar os resultados, considerando suas observações e experiências diretas no ambiente educacional.

Durante o desenvolvimento das atividades, foram adotadas estratégias diversificadas para atender às diferentes necessidades e estilos de aprendizagem dos alunos. Por meio dessa metodologia, procurou-se estimular o pensamento crítico, a resolução de problemas e a aplicação dos conceitos matemáticos em contextos do mundo real. Além disso, as atividades foram adaptadas e planejadas com a professora da turma com intuito de atender às especificidades dos estudantes e garantir a inclusão de todos, promovendo um ambiente de aprendizagem acessível e acolhedor.

A seguir, apresentamos uma descrição dos problemas, os quais foram selecionados criteriosamente para estimular o desenvolvimento de habilidades como pensamento crítico e criatividade, promovendo a aplicação prática e contextualizada dos conceitos de Álgebra, com o propósito de Investigar como ocorrem os processos de ensino, aprendizagem e avaliação em relação aos objetos de conhecimento envolvendo a Álgebra com os estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

5.1 Os Problemas geradores

Com base na experiência adquirida, observamos que os estudantes do sétimo ano muitas vezes enfrentam dificuldades para compreender conceitos matemáticos abstratos, especialmente aqueles relacionados à Álgebra. Nesse sentido, os problemas selecionados para os alunos participantes desta pesquisa foram escolhidos levando em consideração os objetos de conhecimento e habilidades recomendadas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), com um foco específico na Resolução de Problemas.

Dado o grande número de alunos na sala, decidimos adotar uma abordagem organizada para resolver problemas. Optamos por envolver todos os alunos, atribuindo-lhes pseudônimos de identificação como E_1, E_2, E_3... E_{56} para os estudantes, P para a professora titular da turma e PE para a pesquisadora. Da mesma forma, organizamos grupos designados como G_1, G_2, G_3... G_{11}, com a possibilidade de os alunos fazerem parte dos mesmos grupos ou não. Ou seja, os grupos não foram fixos, e os problemas serão representados por P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 e P_6.

A escolha das respostas apresentadas na pesquisa foi feita conforme a participação dos alunos, essa escolha visou incluir toda a turma para realizar uma pesquisa mais imparcial e para termos maior controle na apresentação dos resultados.

A partir daqui fizemos uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas para o desenvolvimento das atividades propostas envolvendo os objetos de conhecimento da Álgebra do sétimo ano do Ensino Fundamental.

Para entendermos melhor o sentido das atividades propostas, é importante saber que ao utilizarmos uma letra em uma equação, estamos estabelecendo uma relação entre ela e outras grandezas conhecidas.

Segundo Sousa (2004), o conceito de variável envolve generalizações abstratas de quantidades concretas que podem assumir diferentes valores ao longo de um processo. Essa definição se aproxima da ideia de incógnita conforme entendida por matemáticos árabes e europeus, onde uma incógnita representa qualquer coisa desconhecida. No entanto, o conceito de variável vai além ao não apenas representar

o valor desconhecido de uma incógnita, mas também incorpora propriedades gerais relacionadas ao conceito de mudança. Portanto, a principal diferença é que a incógnita é uma quantidade específica que está sendo procurada ou que desejamos descobrir. Ela é identificada e representada por uma variável na equação, mas nem toda variável é necessariamente uma incógnita. Portanto, a variável é uma representação geral usada para expressar relações entre grandezas, enquanto a incógnita é uma variável específica que procuramos descobrir ou resolver em uma equação. Portanto, neste trabalho inicialmente trabalhamos a ideia de incógnita e finalizamos com um problema que traz a ideia de variável.

Ressaltamos que a Metodologia supracitada foi aplicada em todos os problemas apresentados, seguindo criteriosamente as dez etapas recomendadas pelas autoras. Essa proposta envolve a apresentação de um problema matemático desafiador, seguido pela definição do objetivo da habilidade que será desenvolvida ao resolvê-lo. Os alunos, em um primeiro momento, são então orientados sobre como resolver a atividade, não o problema em si, utilizando conceitos e procedimentos matemáticos específicos, adquiridos em anos anteriores. Após a resolução do problema, são analisadas as respostas dos alunos e promovidas discussões em sala de aula sobre as diferentes estratégias utilizadas e as justificativas por trás delas.

Procuramos, dessa forma, evidenciar nesta seção as estratégias e os saberes matemáticos utilizados pelos estudantes na resolução dos problemas envolvendo a Álgebra, identificando as dificuldades manifestadas por eles para que pudessem a partir daí construir seus conhecimentos e, consequentemente sua aprendizagem acerca dos elementos que constituem esse objeto de conhecimento. Para isso, utilizamos e seguimos, a partir do problema 1, as etapas sugeridas por Allevato e Onuchic (2021) para o desenvolvimento da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Apresentamos os objetos de conhecimento a serem abordados em sala de aula, seguidos das habilidades a serem desenvolvidas. Em seguida, são propostos problemas para aplicação prática, seguidos das resoluções elaboradas pelos estudantes e uma proposta de resolução. A seguir, conduzimos uma descrição detalhada do problema.

Objetos de conhecimento Linguagem algébrica: variável e incógnita
Habilidade
(**EF07MA13**) - Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.

Quadro 3: **Problema 1** - Daniela e Henrique

Leia o diálogo a seguir:

a) Represente com expressões algébricas as falas de Daniele e Henrique.

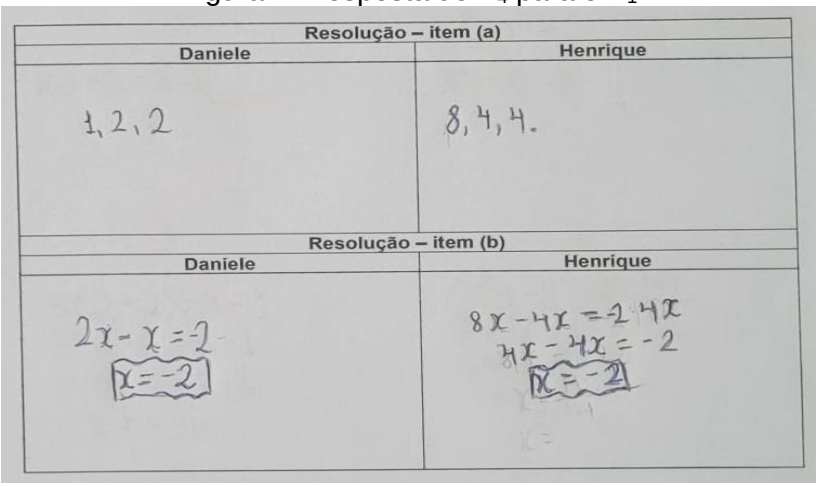
b) Determine os resultados obtidos por Daniele e Henrique, sabendo que ela pensou no número 3 e ele pensou no número 8.

Fonte: Teixeira (2022)

Agora, compartilhamos algumas das resoluções desenvolvidas individualmente pelos estudantes. Essas resoluções refletem o empenho e a compreensão dos alunos ao aplicarem os conceitos aprendidos durante as aulas anteriores. Vamos analisar suas abordagens e considerar as diferentes maneiras pelas quais eles entenderam os problemas propostos, destacando tanto os acertos quanto as oportunidades de aprendizado.

Apresentamos a seguir as resoluções dos estudantes E_4 e E_8.

Figura 7: Resposta do E_4 para o P_1



Fonte: dados da pesquisa

Na resolução apresentada por E_4, no item (a), o estudante limitou-se a fornecer os resultados numéricos das operações sem traduzir adequadamente as falas de Daniele e Henrique para expressões algébricas, conforme solicitado. Isso indica uma possível falta de compreensão do problema e da necessidade de representar as falas em linguagem Matemática. No item (b), o aluno tentou corrigir esse equívoco ao utilizar as expressões algébricas apropriadas. No entanto, os resultados obtidos não correspondem ao esperado, já que números negativos não fazem sentido neste contexto e não coincidem com os números fornecidos por Daniele e Henrique, nos dados do problema.

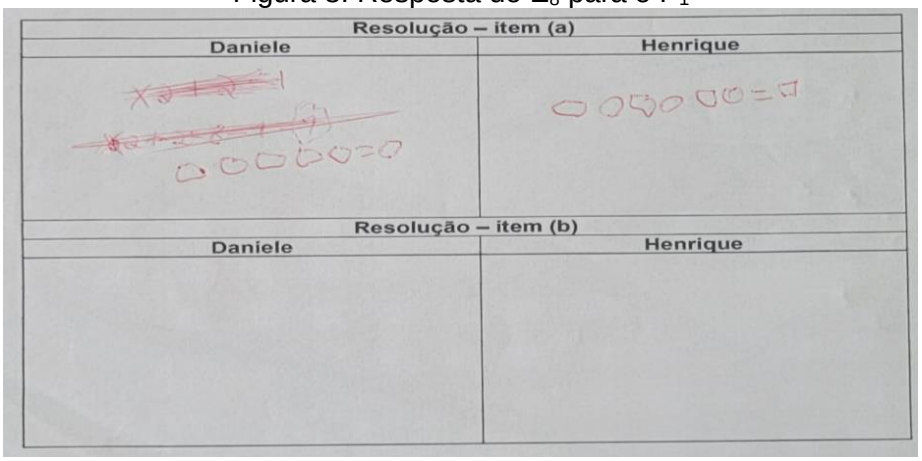
Notamos que o aluno, naquele momento, ainda não possuía uma compreensão apropriada do problema em questão. Isso pode indicar uma dificuldade na aplicação dos conceitos matemáticos necessários para sua resolução. Talvez haja uma desconexão entre os conhecimentos teóricos relacionados à Álgebra e sua aplicação prática, resultando em dificuldades na resolução do problema. Nesse contexto, é importante identificar e abordar as lacunas de compreensão do aluno, oferecendo apoio adicional e oportunidades para revisar os conceitos relevantes.

Além disso, utilizar uma abordagem mais reflexiva e crítica em relação aos problemas incentiva os estudantes a analisarem cuidadosamente o enunciado, identificando padrões e aplicando estratégias eficazes para a resolução. Isso promove uma compreensão mais aprofundada e duradoura dos conceitos envolvidos no

problema, motivando-os a enfrentar desafios com confiança.

É importante destacar que abrimos espaço para questionamentos, incentivando os alunos a expressarem suas dúvidas ou preocupações sobre o enunciado do problema. Eles apresentaram diversas dúvidas, e empenhamo-nos em esclarecer todos os pontos que pudessem gerar confusão, consolidando assim a compreensão coletiva.

Figura 8: Resposta do E_8 para o P_1



Fonte: dados da pesquisa

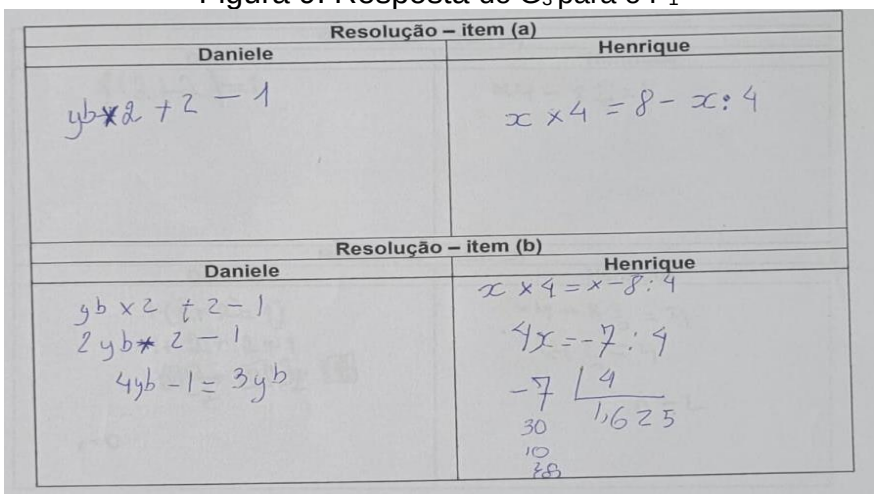
No caso da resolução apresentada por E_8, o estudante optou por uma abordagem diferente, utilizando o método de contagem de bolinhas em vez de trabalhar com incógnitas e equações, conforme solicitado. No entanto, apesar de sua tentativa criativa, ele não conseguiu chegar ao resultado esperado. Isso sugere que os conhecimentos adquiridos anteriormente, em relação as primeiras noções do conceito de Álgebra, não foram completamente compreendidos pelo estudante.

Para ajudar o E_8 a superar essa dificuldade, foi importante revisar os conceitos básicos de Álgebra, no momento da formalização do conteúdo, destacando a importância das incógnitas como representações de números desconhecidos em equações. Além disso, foi fundamental fornecer exemplos práticos para ajudar o estudante a compreender e aplicar esses conceitos de forma eficaz.

Para facilitar a colaboração e a discussão, os alunos foram divididos em grupos de cinco membros.

A seguir apresentamos algumas das respostas desenvolvidas nos grupos.

Figura 9: Resposta do G_3 para o P_1



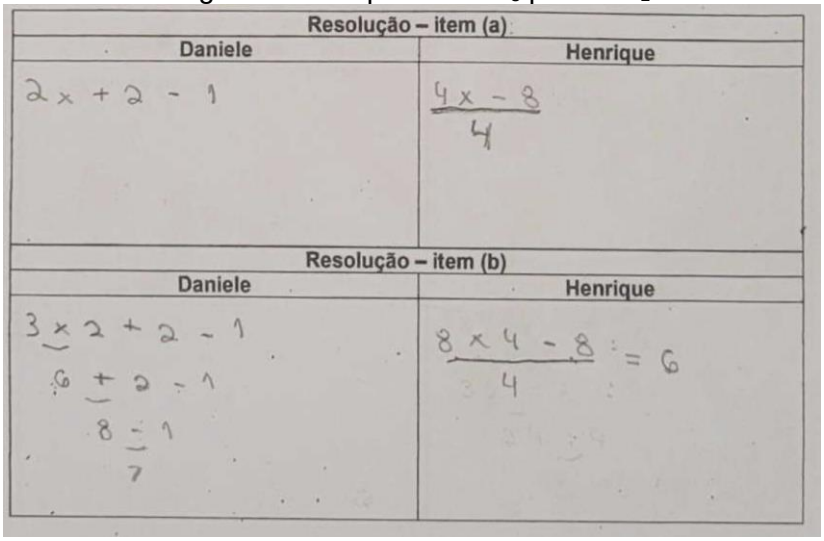
Fonte: dados da pesquisa

O grupo G_3 mostrou uma maneira baseada nos conhecimentos adquiridos em anos anteriores, onde já havia sido introduzida a noção de incógnitas. Ao resolver o Problema 1, o grupo tentou construir equações para as alternativas (a) e (b) como parte de sua estratégia de resolução. Durante a interação dos estudantes nos grupos, observamos que eles recorreram a diferentes maneiras de resolução utilizadas pelos estudantes, isso mostra a expectativa deles na busca pela melhor solução. Ao sugerir que os alunos trabalhem juntos em seus grupos para encontrar uma solução a partir da compreensão do problema, isso contribui para a construção do conhecimento e para a aprendizagem sobre o tema abordado.

Em relação à alternativa (a), o grupo utilizou várias incógnitas em sua tentativa de construir as equações, refletindo uma compreensão parcial do problema. No entanto, essa estratégia não conduziu ao resultado desejado, indicando possíveis dificuldades na aplicação correta dos conceitos de incógnitas. Ao prosseguir para a alternativa (b), os alunos seguiram um raciocínio semelhante ao utilizado na alternativa (a), mas novamente não conseguiram alcançar o resultado esperado. Esses resultados revelam a necessidade de o professor fortalecer a compreensão e aplicação dos conceitos de Álgebra, particularmente no que diz respeito à compreensão e escrita da linguagem Matemática.

Outra resolução do (Grupo 8), será discutida a seguir:

Figura 10: Resposta do G_8 para o P_1



Fonte: dados da pesquisa

O problema teve como objetivo compreender a ideia de incógnita. Iniciamos com uma leitura individual, seguida de uma leitura coletiva do problema para esclarecer eventuais dúvidas. Observamos que alguns estudantes apresentaram dúvidas, mas optamos por não responder a todos os questionamentos para não interferir na interpretação e resolução do problema. No entanto, em alguns momentos, foi necessária a intervenção da pesquisadora para ajudá-los no entendimento e na interpretação do problema e da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Álgebra através da Resolução de Problemas.

Com as dúvidas esclarecidas, pedimos que resolvessem o problema individualmente, como estratégia para sondar o nível de conhecimento prévio dos alunos. Essa fase de resolução individual ofereceu a eles a oportunidade de explorarem suas capacidades de raciocínio matemático, utilizando as habilidades adquiridas em anos anteriores.

Vale destacar que, enquanto os estudantes resolviam o problema, a pesquisadora incentivava (etapa 5) o trabalho colaborativo durante a resolução, registrando suas observações num diário. Esses momentos de interação entre os alunos e escuta ao final da aplicação do problema proporcionou oportunidades de construção da aprendizagem, principalmente para aqueles que ainda não estavam familiarizados com esse objeto de conhecimento, oportunizando a possibilidade de

recorrerem a seus conhecimentos adquiridos em anos anteriores.

Depois que os alunos registraram suas soluções no quadro (etapa 6), escolhemos um aluno de cada grupo para compartilhar suas resoluções, independentemente de estarem corretas ou não.

A etapa 7 (plenária), proporcionou a discussão das ideias e concepções dos alunos. Assim, os estudantes foram incentivados a compartilhar suas ideias, desafios e descobertas, promovendo uma aprendizagem mais colaborativa. Nesse momento a professora pesquisadora PE, discutiu com os alunos os resultados apresentados, sanando dúvidas e questionamentos. Essa etapa serviu também de base para a próxima etapa, na qual se buscou um consenso, nas diferentes resoluções.

Podemos observar nas resoluções de cada item que os estudantes, interpretaram corretamente as falas dos personagens do problema (Daniela e Henrique) e apresentaram as soluções corretas ao que foi solicitado. Notamos também que embora tenham utilizado a letra (**x**) para expressar o número pensado por Daniela e Henrique, ainda apresentaram dificuldade na construção das sentenças Matemáticas. A análise da ideia de incógnita, apresentada pelo grupo G_8, que é representada a partir de letras ou símbolos, visou expressar as falas de Daniela e Henrique. Essa compreensão requer a distinção clara da ideia de variável em relação à noção de incógnita. Enquanto a variável representa um valor que pode assumir diferentes quantidades em uma expressão, a incógnita denota um valor específico ainda não conhecido, a ser determinado a partir da resolução da equação ou do sistema de equações

Ressaltamos que essas discussões foram aprofundadas pela professora titular da sala no momento da formalização do conteúdo (etapa 9), a partir das resoluções e explicações sobre o objeto de conhecimento estudado. Essa fase do processo não apenas fortaleceu as habilidades de resolução dos problemas aplicados, mas também incentivou a articulação e a comunicação entre os alunos.

Um aspecto relevante a ser destacado é que, após a formalização do objeto de conhecimento, os alunos conseguiram expor suas ideias com mais facilidade em relação ao assunto estudado, além de sugerirem novos problemas.

Durante a aplicação desse problema, uma observação interessante foi feita por um estudante.

E_5: — Eu consigo criar vários problemas iguais a esse e não sabia que se tratava de Matemática.

Na resolução deste primeiro problema, a sugestão é que o estudante comece por entender as declarações feitas por Daniele e Henrique. Eles descrevem as operações Matemáticas realizadas com os números que escolheram. Então, o aluno deve buscar compreender essas instruções fornecidas por eles. Deverão traduzir as falas da linguagem materna para a linguagem Matemática que representem as falas de Daniele e Henrique, onde uma incógnita (como ***x***, **y** ou outro qualquer símbolo) representa o número que cada um pensou.

Na sequência, o estudante deveria substituir os valores das incógnitas substituindo os valores conhecidos (os números que Daniele e Henrique pensaram) nas expressões algébricas correspondentes. E finalmente, o estudante deve calcular o resultado de cada expressão após substituir os valores das incógnitas, depois interpretar os resultados, calcular os resultados das expressões algébricas, o estudante deve interpretar o que cada resultado significa em relação ao número que Daniele e Henrique pensaram. Ou seja, o estudante teria que compreender o problema, traduzi-lo para expressões algébricas, substituir os valores conhecidos, realizar as operações Matemáticas e interpretar os resultados para resolver efetivamente o problema proposto.

Partindo para o segundo problema, ressaltamos que a partir deste, concentramos exclusivamente nas resoluções em grupo, evitando assim a repetição de questionamentos durante as discussões. Isso nos permitirá focar diretamente nas conclusões e análises elaboradas coletivamente, facilitando uma abordagem mais eficiente e direcionada ao aprendizado dos alunos.

Após a aplicação do problema 1, de forma individual e depois em pequenos grupos, observamos que a turma ficou mais interessada em resolver as próximas atividades (problemas) referentes aos objetos de conhecimentos em estudo.

Objetos de conhecimento: Linguagem algébrica: variável e incógnita
Habilidade
(**EF07MA14**) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na Matemática, mas também nas artes e na literatura.

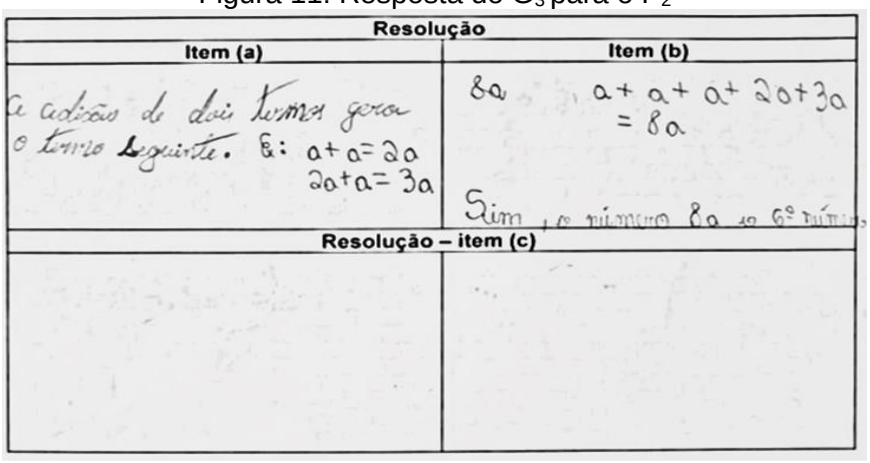
Quadro 4: **Problema 2** - Sequências

Considere a sequência de termos algébricos: a, a, 2a, 3a, 5a, 8a, 13a, 21a, 34a, ... Junte-se a um colega e, fazendo o que se pede, descubram regularidades nas sequências numéricas. a) Adicionem dois termos consecutivos quaisquer dessa sequência e comparem com o termo seguinte. O que acontece? b) Adicionem "*a*" à soma dos quatro primeiros termos da sequência. O resultado é igual a algum outro termo da sequência? Em caso afirmativo, qual? c) Adicionem "*a*" à soma, a partir do primeiro termo da sequência, de quantos termos consecutivos quiserem dessa sequência. O resultado é igual a algum termo dessa sequência? Em caso afirmativo, qual?

Fonte: Bianchini (2022)

Dando continuidade, passamos agora para as discussões do Problema 2, utilizando as resoluções apresentadas pelos grupos G_3, G_7 e G_9, a escolha desses grupos se deram pelo fato de no dia da aplicação, foram os grupos que mais participaram das atividades.

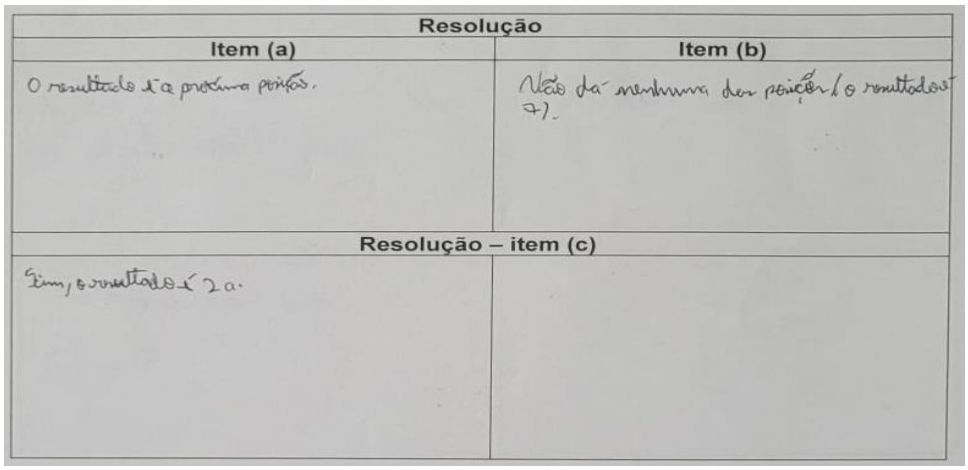
Figura 11: Resposta do G_3 para o P_2



Fonte: dados da pesquisa

O grupo G_3 conseguiu identificar o padrão solicitado na atividade e, em resposta ao item (a), formulou e demonstrou o padrão de forma algébrica. Da mesma forma, no item (b), o grupo compreendeu e explicou adequadamente o padrão solicitado. No entanto, ao abordar o item (c), é possível perceber que encontraram dificuldades, pois não conseguiram solucionar esse item. Embora tenham buscado solucionar os itens (a) e (b) por meio de tentativas ao adicionar a incógnita '**a**' à soma de vários termos da sequência, não conseguiram discernir claramente a regularidade ou identificar se o resultado correspondia a algum termo subsequente na sequência. Porém, o item (c) os alunos deixaram em branco, não chegando ao resultado esperado.

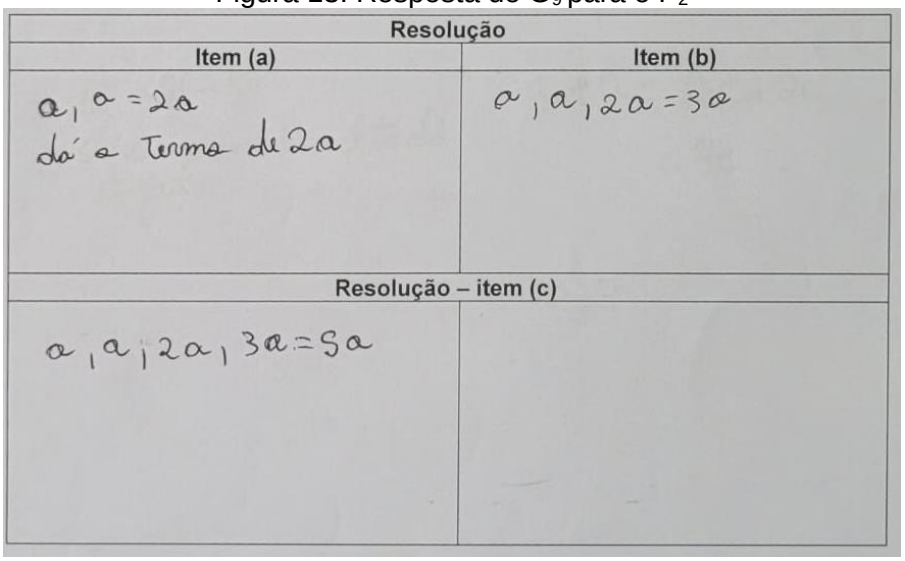
Figura 12: Resposta do G_7 para o P_2



Fonte: dados da pesquisa

O grupo G_7, embora tenha percebido o padrão no item (a), apresentou respostas que necessitam de clareza na explicação. Em relação aos itens (b) e (c), o grupo enfrentou dificuldades para alcançar os resultados desejados. Suas tentativas de explicar o padrão não foram totalmente compreensíveis, e eles não conseguiram mostrar por meio da linguagem Matemática, em forma algébrica, como aplicar o padrão, na prática para obter os resultados esperados. Portanto, é importante que o grupo revise suas resoluções e busquem uma compreensão mais aprofundada do padrão identificado, a fim de formular respostas mais adequadas para alcançar os resultados desejados nos próximos problemas.

Figura 13: Resposta do G_9 para o P_2



Fonte: dados da pesquisa

Os estudantes do grupo G_9 participaram ativamente da discussão em todos os itens da arguição proposta. Eles reconheceram a existência de um padrão na sequência numérica, conforme solicitado no item (a). No entanto, apesar desse entendimento, enfrentaram dificuldades em atribuir significado e aplicar esse padrão nos itens subsequentes, (b) e (c). Suas respostas mostram uma falta de clareza na conexão entre o padrão identificado e as questões adicionais apresentadas.

O objetivo desse problema foi desenvolver nos estudantes a compreensão para utilizar a simbologia algébrica para representar regularidades observadas em sequências numéricas. Através do uso de letras e símbolos matemáticos, os alunos serão capazes de expressar padrões e relações matemáticas de forma mais geral. Ao aplicar essa habilidade, os estudantes devem ser capazes de identificar as regras ou fórmulas subjacentes a uma sequência numérica e representá-las de forma algébrica. Por exemplo, se uma sequência de números aumenta de forma constante em duas unidades a cada termo, os alunos podem representar essa regularidade utilizando a simbologia algébrica, como "**a + 2n**", em que "**a**" é o primeiro termo da sequência e "**n**" é o número do termo.

Portanto, é fundamental para o desenvolvimento da compreensão dos padrões matemáticos e da capacidade de representá-los de forma mais abstrata. Ela também prepara os estudantes para estudos mais avançados em Álgebra e

Matemática em geral, nos quais o uso da simbologia algébrica é amplamente empregado para a resolução de problemas e a análise de relações matemáticas.

No item (a) que solicita que os estudantes adicionem dois termos consecutivos quaisquer dessa sequência e comparem com o termo seguinte, eles deverão escolher quaisquer dois termos consecutivos na sequência, e fazer a soma. Em seguida, comparar o resultado com o próximo termo na sequência e verificar se o resultado da adição dos dois termos consecutivos é igual ao próximo termo na sequência escolhida.

Na resolução do item (b), foi solicitado para adicionar a incógnita ´**a**' à soma dos quatro primeiros termos. O aluno teria que iniciar com a escolha dos quatro primeiros termos da sequência, e fazendo a adição, obtendo como resultado: **a + a + 2a + 3a = 7a**, na sequência, deverá adicionar '**a**' a essa soma e obterá o sexto termo da sequência: **7a + a = 8a**.

No item (c), para resolver o problema tivemos que primeiramente, identificar os termos dados na sequência: **a**, **a**, **2a**, **3a**, **5a**, **8a**. Em seguida, procedemos à soma dos seis primeiros termos: **a** + **a** + **2a** + **3a** + **5a** + **8a** agrupando os termos semelhantes, obtemos: **a+ a + 2a + 3a + 5a + 8a** = **20a**

Portanto, a soma dos seis primeiros termos é **20a**. Depois, adicionamos o termo '**a'** ao resultado da soma dos seis primeiros termos resultando **20a + a = 21a**

Assim, '**21a'** é o resultado da adição do termo '**a**' à soma dos seis primeiros termos da sequência. Ao identificar os termos da sequência, observamos que '**21a'** corresponde ao 8º termo da sequência, seguindo o padrão dos números de Fibonacci. Na sequência de Fibonacci, cada termo é obtido pela soma dos dois termos anteriores. Portanto, **'21a'** é a soma dos 7º e 6º termos da sequência **13a + 8a** , que resulta em 21ª. Assim, concluímos que **'21a'** é corretamente identificado como o 8º termo da sequência **a, a, 2a, 3a, 5a, 8a**.

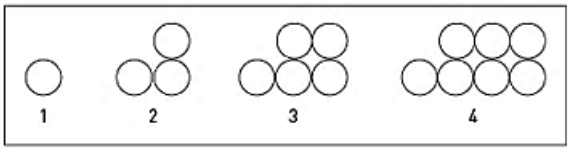
Apresentamos a seguir aplicação do problema 3.

Objetos de conhecimento: Linguagem algébrica: variável e incógnita
Habilidade
(**EF07MA15**) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades

encontradas em sequências numéricas.

Quadro 5: **Problema 3** - Padrões na Matemática

Observe a sequência de bolinhas abaixo e responda às perguntas:



a) Desenhe as bolinhas que devem ocupar a 5ª posição para que seja mantido o padrão da sequência.

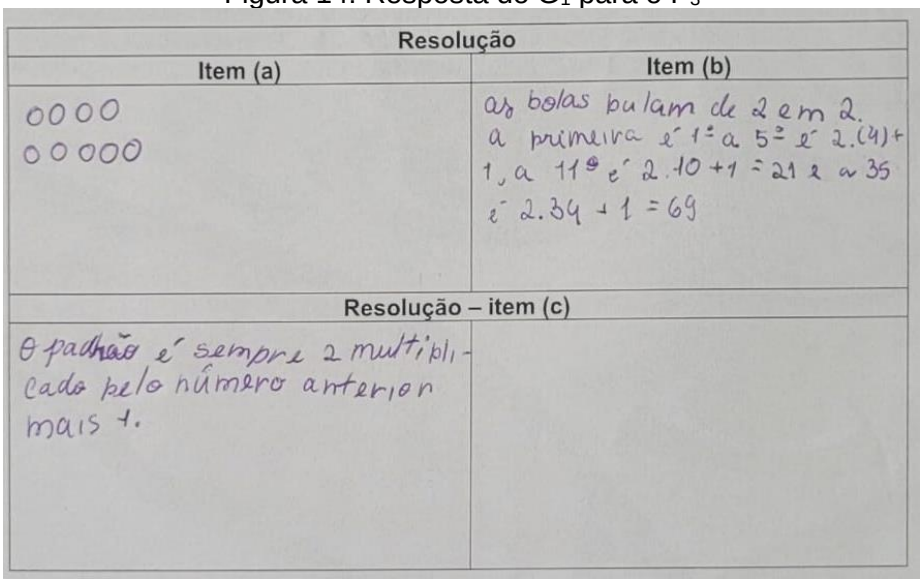
b) Quantas bolinhas devem ocupar a 11ª posição? E a 35ª posição? Justifique.

c) Qual o padrão encontrado na relação do número de bolinhas com o número de sua posição?

Fonte: Fonte: Morais e Huanca (2021)

Apresentamos as resoluções dos Grupos G_1, G_5 e G_{11} para o Problema 3.

Figura 14: Resposta do G_1 para o P_3



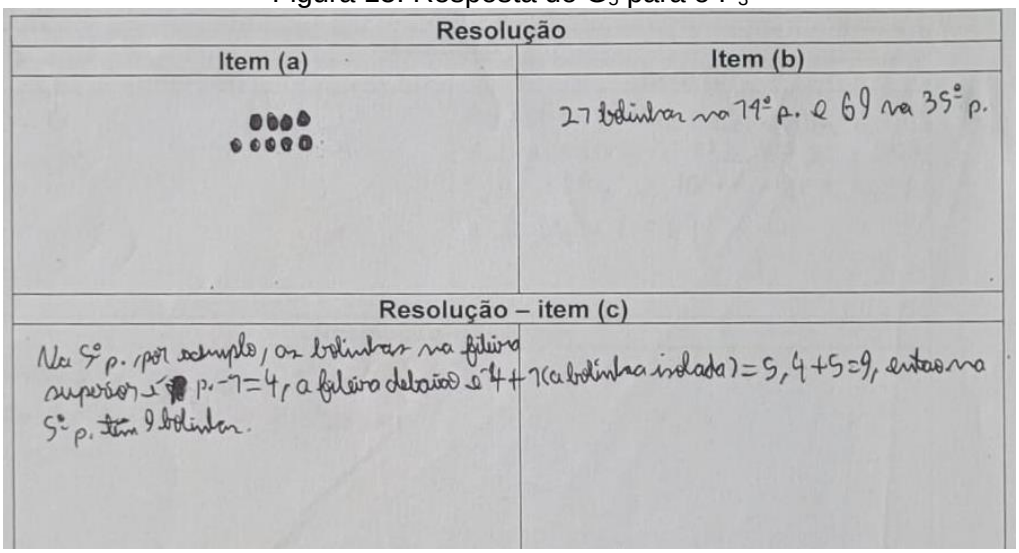
Fonte: dados da pesquisa

O Grupo G_1 mostrou uma compreensão adequada do problema 3 em todos os seus aspectos. Eles foram capazes de fazer interpretações corretas da solicitação do item (a) e apresentaram a resposta de forma coerente. Além disso, no item (b), perceberam o padrão envolvendo as bolinhas pulando a cada duas e conseguiram formalizar essa observação de maneira coerente. No item (c), o grupo mostrou um

domínio matemático ao fornecer argumentos condizentes para sua resposta. Sua capacidade de aplicar conceitos matemáticos de forma consistente e lógica reflete um bom nível de compreensão e habilidade analítica.

Considerando o desempenho do Grupo G_1 na resolução do problema 3, é evidente que tiveram uma boa compreensão do enunciado, conforme solicitado no problema. O grupo não apenas entenderam as solicitações de cada item, mas também apresentaram respostas coerentes ao que foi solicitado.

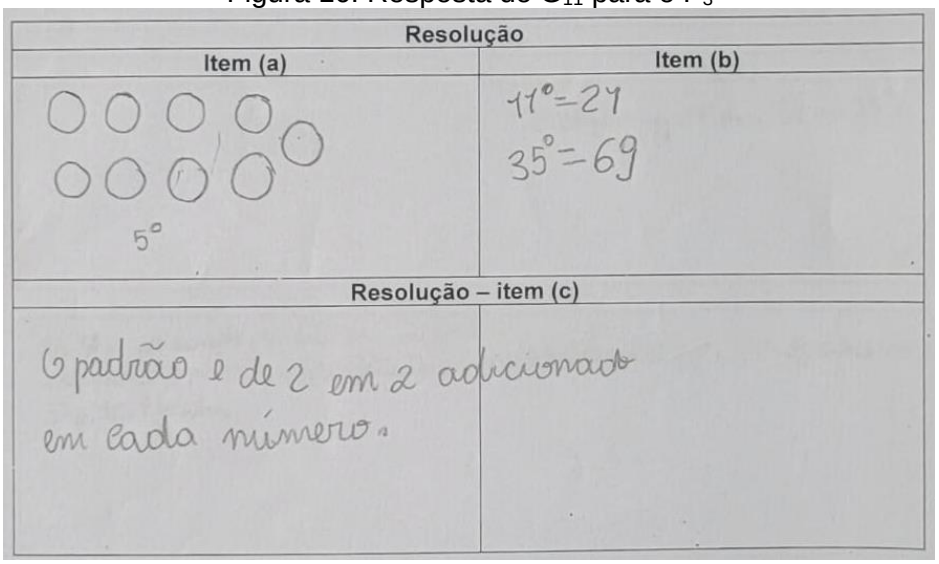
Figura 15: Resposta do G_5 para o P_3



Fonte: dados da pesquisa

O Grupo G_5 teve um bom desempenho ao completar com coerência as respostas para os itens (a) e (b) do problema apresentado. Eles mostraram uma compreensão clara das orientações e foram capazes de identificar adequadamente o padrão solicitado, tanto ao examinar os termos consecutivos quanto ao observar o padrão de pulo das bolinhas. No entanto, ao se depararem com o item (c), os alunos podem ter compreendido, mas não conseguiram expressar o padrão identificado. Isso sugere uma possível falta de entendimento das instruções ou dificuldade na aplicação do conceito de padrão em diferentes situações. É fundamental que o grupo revisite o problema e aprimore sua compreensão dos requisitos de maneira mais abrangente, para fortalecer sua habilidade de identificar e descrever padrões em diversos contextos.

Figura 16: Resposta do G_{11} para o P_3



Fonte: dados da pesquisa

Na resposta do grupo G_{11}, podemos observar que eles conseguiram abordar satisfatoriamente os três itens propostos. É notável que os alunos usaram símbolos algébricos, mas ainda assim compreenderam o padrão subjacente. Isso sugere que as soluções apresentadas pelo grupo refletem uma compreensão das habilidades necessárias para resolver o problema. A consistência nessas respostas mostra que os alunos conseguiram dominar as habilidades exigidas pelo problema e aplicá-las de forma satisfatória.

Ao finalizar a aplicação do Problema 3, verificamos que a cada dia aconteciam avanços satisfatórios na condução das atividades, os alunos perguntavam quando iriam acontecer os próximos encontros e qual atividade seria aplicada. Uma reflexão em torno desse acontecimento vai ao encontro com as ideias de Allevato (2005). Segundo com a autora, quando o professor faz uso da resolução de problemas enquanto Metodologia sem suas aulas os estudantes vivenciam ao mesmo tempo, as três concepções, ou seja, eles podem aprender tanto sobre resolução de problemas, quanto aprendem matemática para resolver novos problemas, enquanto aprendem através da resolução de problemas.

Para entender quantas bolinhas há em certas posições de uma sequência, a quantidade de bolinhas em qualquer posição é sempre igual ao número da posição somado com o número da posição anterior. Vamos ver como isso funciona em dois

exemplos. Para descobrir quantas bolinhas estão na 11ª posição, basta somar 11 com o número anterior a 11, que é 10. Sendo assim na 11ª posição: 11 + 10 = 21. Portanto, na 11ª posição, há 21 bolinhas.

Para a 35ª posição, fizemos o mesmo processo, 35ª posição: 35 + 34 = 69. Portanto, na 35ª posição, há 69 bolinhas.

A quantidade de bolinhas em qualquer posição é simplesmente a posição atual somada com a posição anterior. Então, na 11ª posição, há 21 bolinhas (11 + 10), e na 35ª posição, há 69 bolinhas (35 + 34). É uma maneira fácil de calcular, seguindo sempre este mesmo padrão.

Portanto, o objetivo desse problema foi incentivar os alunos a utilizarem a simbologia algébrica de maneira a expressar regularidades identificadas em sequências numéricas, visando aprofundar a compreensão dos padrões matemáticos subjacentes. Isso proporcionará aos alunos a capacidade de generalizar suas observações e representar esses padrões, fortalecendo suas habilidades de raciocínio matemático e abstração. Portanto, nessa atividade, os alunos inicialmente devem identificar o padrão presente nas sequências (1), (2), (3) e (4) da atividade proposta. Em seguida, escrever esse padrão de maneira clara e condizente.

Além disso, é importante serem capazes de extrapolar esse padrão para escrever as sequências subsequentes, mostrando assim sua compreensão dos conceitos e sua habilidade de aplicá-los de forma consistente. Esse processo não apenas fortalecerá sua capacidade de reconhecer regularidades matemáticas, mas também os preparará para enfrentar desafios mais complexos e abstratos no futuro.

Prosseguimos, portanto, para a apresentação do Problema 4 e suas resoluções.

Objetos de conhecimento: Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica.
Habilidade
(**EF07MA16**) - Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.

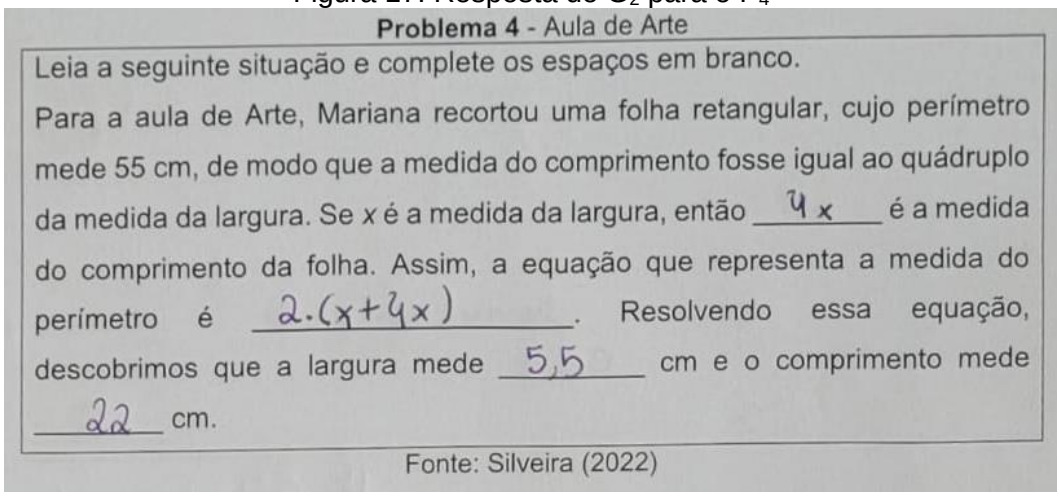
Quadro 6: **Problema 4** - Aula de Arte

Leia a seguinte situação e complete os espaços em branco. Para a aula de Arte, Mariana recortou uma folha retangular, cujo perímetro mede 55 cm, de modo que a medida do comprimento fosse igual ao quádruplo da medida da largura. Se *x* é a medida da largura, então _____ é a medida do comprimento da folha. Assim, a equação que representa a medida do perímetro é _____. Resolvendo essa equação, descobrimos que a largura mede _____ cm e o comprimento mede _____ cm.

Fonte: Silveira (2022)

Seguimos para as resoluções dos grupos G_2, G_4 e G_5, respectivamente, neste dia escolhemos os grupos que apresentaram suas respostas no quadro.

Figura 17: Resposta do G_2 para o P_4


Problema 4 - Aula de Arte

Leia a seguinte situação e complete os espaços em branco.

Para a aula de Arte, Mariana recortou uma folha retangular, cujo perímetro mede 55 cm, de modo que a medida do comprimento fosse igual ao quádruplo da medida da largura. Se *x* é a medida da largura, então 4x é a medida do comprimento da folha. Assim, a equação que representa a medida do perímetro é 2.(x+4x). Resolvendo essa equação, descobrimos que a largura mede 5,5 cm e o comprimento mede 22 cm.

Fonte: Silveira (2022)

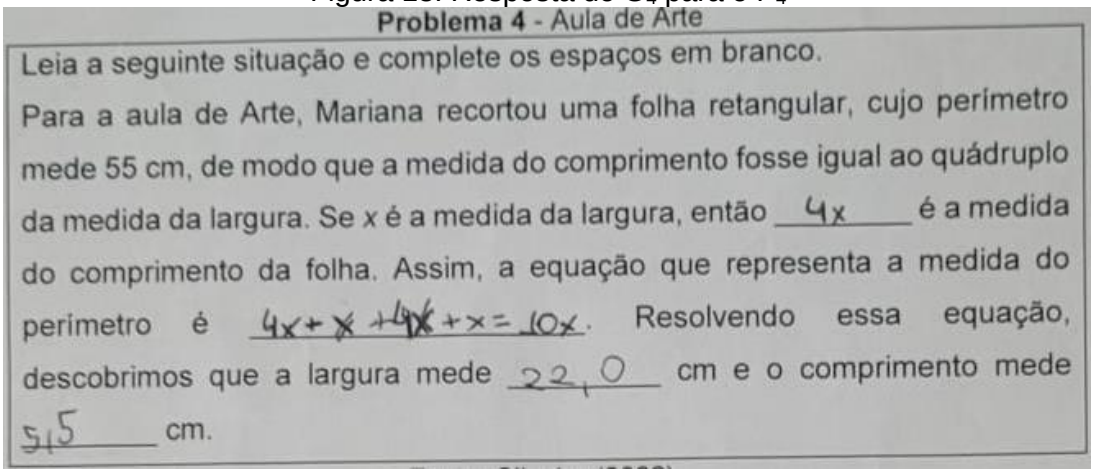
Fonte: dados da pesquisa

Apresentamos as respostas do grupo G_2, que apresentaram uma resolução adequada das questões propostas. Durante a discussão em sala de aula, observamos que houve poucos questionamentos por parte dos alunos. Portanto, nesta fase, entendemos que as habilidades esperadas foram abordadas de forma satisfatória. Além disso, os estudantes conseguiram aplicar os conceitos de incógnitas e resolver as questões propostas, indicando um progresso positivo em sua compreensão dos fundamentos da Álgebra.

É relevante ressaltar que, durante a aplicação desses problemas, a

professora P, responsável pela turma, já havia discutido o objeto de conhecimento, assim como incógnitas e equações do primeiro grau. Esse contexto sugere que os alunos estavam preparados para enfrentar desafios que envolviam a aplicação prática desses conceitos. Assim, a abordagem através da Resolução de Problemas não apenas buscou o entendimento dos alunos, mas também consolidou e aplicou o conhecimento previamente adquirido em sala de aula.

Figura 18: Resposta do G_4 para o P_4

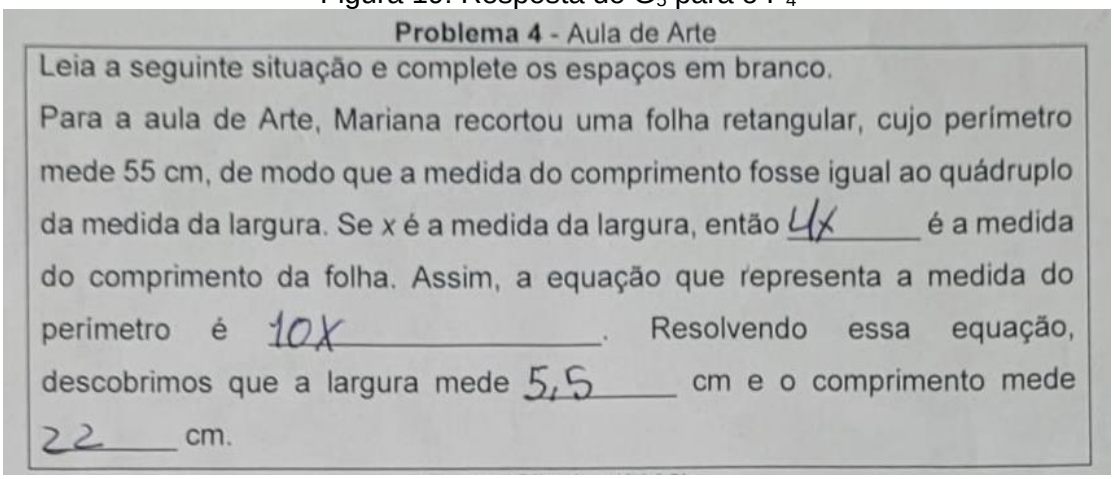

Problema 4 - Aula de Arte

Leia a seguinte situação e complete os espaços em branco.

Para a aula de Arte, Mariana recortou uma folha retangular, cujo perímetro mede 55 cm, de modo que a medida do comprimento fosse igual ao quádruplo da medida da largura. Se *x* é a medida da largura, então 4x é a medida do comprimento da folha. Assim, a equação que representa a medida do perímetro é 4x + x + 4x + x = 10x. Resolvendo essa equação, descobrimos que a largura mede 22,0 cm e o comprimento mede 5,5 cm.

Fonte: dados da pesquisa

Figura 19: Resposta do G_5 para o P_4


Problema 4 - Aula de Arte

Leia a seguinte situação e complete os espaços em branco.

Para a aula de Arte, Mariana recortou uma folha retangular, cujo perímetro mede 55 cm, de modo que a medida do comprimento fosse igual ao quádruplo da medida da largura. Se *x* é a medida da largura, então 4x é a medida do comprimento da folha. Assim, a equação que representa a medida do perímetro é 10x. Resolvendo essa equação, descobrimos que a largura mede 5,5 cm e o comprimento mede 22 cm.

Fonte: dados da pesquisa

Os grupos G_4 e G_5 foram capazes de resolver o que foi solicitado na atividade, embora o grupo G_4 tenha cometido uma pequena confusão na transcrição da resposta. É importante reconhecer que os erros fazem parte do processo de aprendizagem e desenvolvimento dos estudantes, pois proporciona uma oportunidade

valiosa para que eles aprendam a partir de suas dificuldades. Durante o processo de consolidação do objeto de conhecimento, foi essencial que os alunos observem atentamente como corrigir esses erros, entendendo onde cometeram equívocos e como evitar repeti-los em outros problemas desse tipo. Dessa forma, os erros se tornam momentos de crescimento e aprimoramento, contribuindo para uma compreensão mais profunda e coerente dos conceitos abordados. E corrobora com essa ideia Bush e Greer (1999), ao enfatizarem a necessidade de perceber a importância e a necessidade de fornecer feedback constante aos alunos e boas oportunidades de autoavaliação e de autocorreção, além de esclarecer aos alunos exatamente quais serão os critérios pelos quais serão avaliados.

Esse Problema teve como objetivo identificar a equivalência de expressões algébricas e reconhecer regularidades em sequências numéricas e capacitar os alunos a compreenderem e manipular efetivamente símbolos e padrões matemáticos. Ao desenvolver essa habilidade, os estudantes são capazes de compreender relações entre incógnitas. Ao identificar a equivalência entre diferentes expressões algébricas, os alunos compreendem como diferentes formas de representação podem descrever a mesma relação matemática entre incógnitas, assim como simplificar expressões e resolver equações.

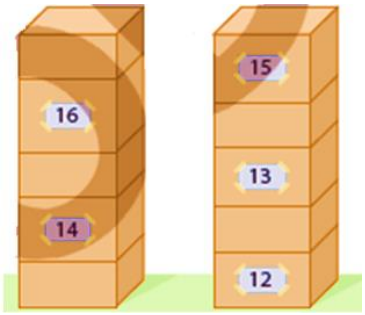
Na presente atividade, optamos por introduzir o uso de incógnitas para que os estudantes pudessem se familiarizar com esse conceito fundamental na Álgebra. Sendo assim, o aluno deve aplicar conceitos de Geometria e Álgebra para resolver o problema proposto. Ou seja, primeiramente, ele deve compreender a relação entre as medidas de comprimento e largura da folha retangular, utilizando a informação de que o comprimento é igual ao quádruplo da largura. Em seguida, deve estabelecer uma equação que represente o perímetro da folha em termos da largura, utilizando a fórmula do perímetro de um retângulo. Depois, resolver essa equação para encontrar o valor da largura. Por fim, utilizar o valor encontrado para a largura na expressão que representa o comprimento e calcular seu valor.

A seguir apresentamos o Problema 5 e as resoluções fornecidas pelos alunos.

Objetos de conhecimento: Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais.
Habilidade
(**EF07MA17**) - Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.

Quadro 7: **Problema 5** - As Caixas

Com as 10 caixas que tenho, fiz duas pilhas de mesma altura, conforme mostra o desenho.



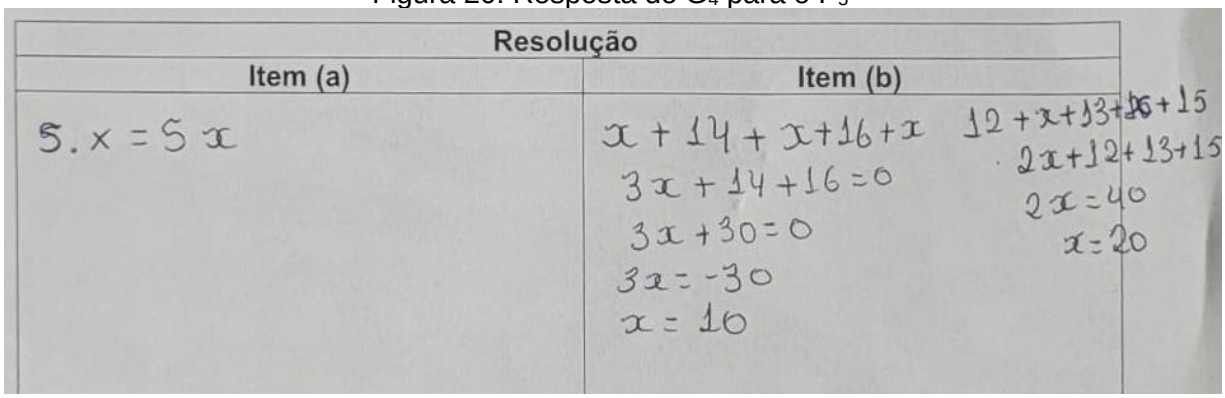
Observe que, em algumas caixas, coloquei um adesivo com um número que representa a medida da sua altura em centímetro. As que estão sem adesivo têm a mesma altura.

a) Calcule a medida da altura das caixas sem adesivo.

b) Qual é a medida da altura de cada pilha de caixas?

Fonte: Bianchini (2022)

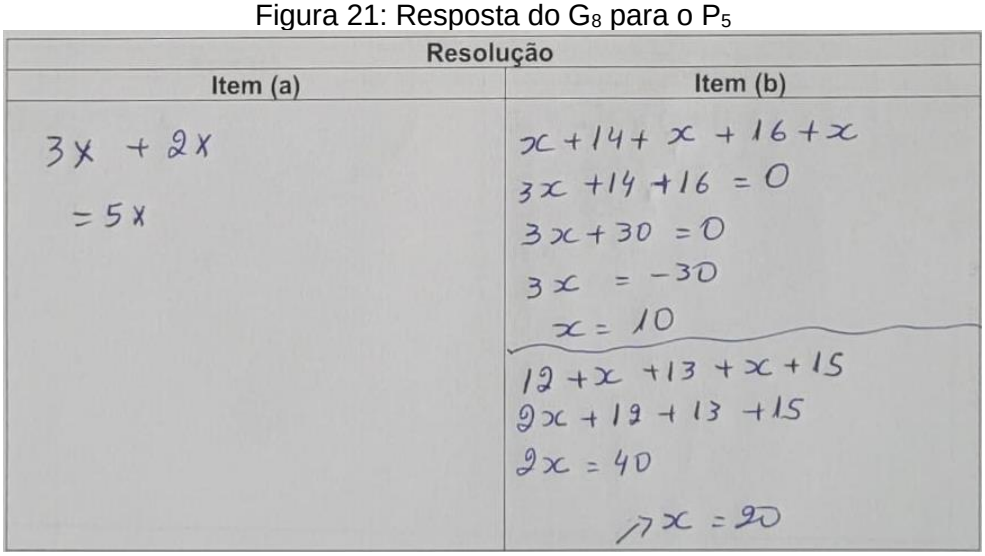
Figura 20: Resposta do G_4 para o P_5



Fonte: dados da pesquisa

É relevante ressaltar que, até esse ponto, a professora titular da turma (que não é a pesquisadora) já havia ministrado aulas sobre números incógnitos e discutido conceitos como duplicação, triplicação, entre outros. Além disso, os estudantes já estavam familiarizados com a transição da linguagem da língua portuguesa para a linguagem Matemática. O Grupo G_4 forneceu uma resposta clara para o problema, mostrado compreensão do que foi solicitado no item (a). No entanto, enfrentaram dificuldades ao responder o item (b), chegando a suprimir operadores e diferentes respostas para a mesma questão e ainda não conseguiram entender o conceito de equação. O contexto de preparação da professora P, foi importante para que o Grupo G_4 conseguisse compreender; no entanto, para o entendimento do problema, os alunos não chegaram ao resultado esperado de forma satisfatória, mostrando pouco entendimento dos conceitos que já haviam sido discutidos em sala de aula.

Figura 21: Resposta do G_8 para o P_5

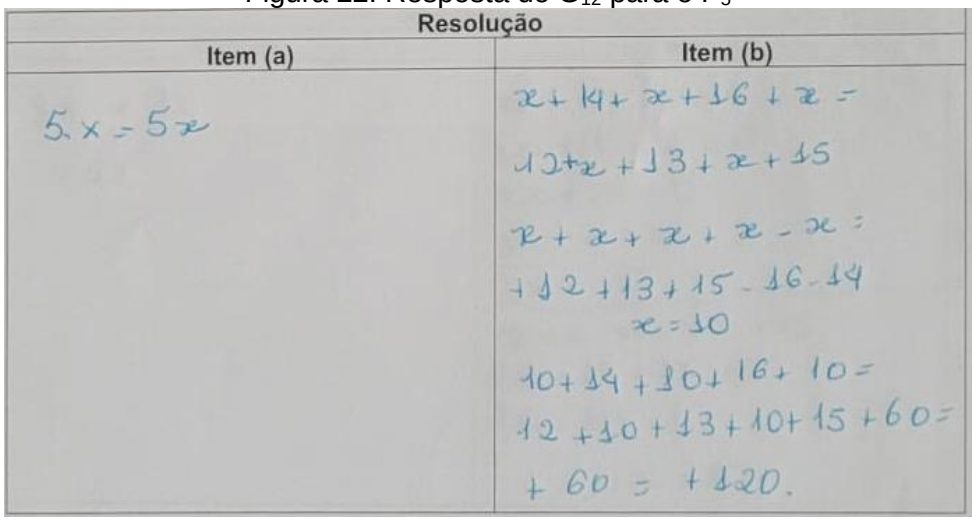


Fonte: dados da pesquisa

O Grupo G_8 conseguiu fornecer uma resposta que atendeu ao que foi solicitado no item (a) do problema. No entanto, eles alcançaram parcialmente o resultado esperado no item (b). Observamos que os conceitos construídos em sala de aula, ainda não foram consolidados, ocasionando muitas respostas erradas. Esse contexto pode ter contribuído para a compreensão parcial do grupo em relação ao item (b). Reiterando o que foi dito anteriormente, os estudantes já estavam familiarizados em relação aos conceitos iniciais da Álgebra, e isso foi importante, pois

mostra como eles estão sendo gradualmente expostos a conceitos, preparando-os para enfrentar desafios matemáticos mais complexos no futuro. Mesmo assim, em síntese, o grupo G_8 mostrou uma compreensão inicial dos conceitos introduzidos, indicando um progresso promissor em sua jornada de aprendizado matemático.

Figura 22: Resposta do G_{12} para o P_5



Fonte: dados da pesquisa

O Grupo G_{12} conseguiu fornecer a resposta esperada para o item (a) da atividade, mostrado compreensão do conceito solicitado. No entanto, ao abordar o item (b), houve uma confusão no consenso do grupo, levando-os a adicionar um valor extra, o que resultou em uma resposta incorreta, pois fizeram a soma das duas pilhas. Apesar da compreensão geral do problema, os estudantes ficaram confusos ao elaborar a resposta, o que levou ao erro. Essa situação destaca a importância não apenas de entender os conceitos, mas também de se comunicar e trabalhar em equipe para garantir a precisão das respostas. É uma oportunidade de aprendizado valiosa, na qual os alunos podem refletir sobre a importância da comunicação eficaz e da verificação mútua para evitar erros. Essa experiência proporciona uma base para o desenvolvimento de habilidades de colaboração e resolução de problemas em equipe.

O objetivo do problema proposto possibilitar aos estudantes a compreensão e aplicação do conceito de grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais. Dessa forma, os estudantes foram incentivados a identificar e interpretar situações que envolvem esses tipos de proporcionalidade,

formular equações adequadas que representem essas relações proporcionais e, em seguida, resolver essas equações para encontrar soluções significativas. Ao final da atividade, os estudantes podem aplicar esses conceitos em contextos práticos e a interpretar corretamente situações que envolvam grandezas proporcionais em seu cotidiano.

As equações polinomiais de 1º grau são equações algébricas que envolvem apenas uma variável elevada à potência 1 (ou seja, uma variável linear) e têm a forma geral ax + b = c, onde "a", "b" e "c" são constantes conhecidas e "x" é a incógnita que estamos tentando determinar. Resolver uma equação desse tipo significa encontrar o valor de "x" que a torna verdadeira.

Ao resolver problemas que envolvem equações polinomiais de 1º grau, podemos utilizar as propriedades da igualdade para manipular a equação e isolar a variável "x" em um dos lados da equação. Podemos adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir ambos os lados da equação por um número para simplificar e encontrar o valor desconhecido, "x".

Na elaboração de problemas, podemos apresentar situações do cotidiano ou contextos práticos nos quais as equações polinomiais de 1º grau sejam aplicáveis. Podemos fornecer informações relevantes sobre as grandezas envolvidas na equação e, em seguida, formular perguntas que levem os alunos a identificar e resolver a equação corretamente. Os problemas podem variar em dificuldade e complexidade, permitindo que os alunos apliquem as propriedades da igualdade e resolvam a equação proposta.

Portanto, o objetivo é resolver sequência que possam representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade. Além disso, é importante elaborar problemas que envolvam essas equações, de modo que os alunos possam aplicar suas habilidades em Álgebra e utilizar as propriedades da igualdade para resolver os problemas propostos.

Para resolver essa atividade, foi aplicado o problema seguindo os passos: Como temos 10 caixas e 5 delas têm a mesma altura, que expressamos por x, podemos calcular a altura total dessas caixas somando 5 vezes o valor de x, ou seja,

(x + x + x + x + x) = 5*x*. Sabemos que a altura total das 10 caixas é a mesma em ambas as pilhas, então a altura da primeira caixa terá que ser equação I= (3x + 30) e a da segunda caixa equação II= (2x + 40). Assim, a altura total das duas pilhas é igual. Para calcular o valor de *x*, podemos igualar as duas equações encontradas. Portanto, a medida da altura das caixas sem adesivo é 10.

Para resolução do item (b), podemos fazer a substituição do valor de x, tanto na equação I, como na equação II, que encontramos o mesmo resultado. Cada pilha tem 60 cm.

Após aplicação dos cinco problemas geradores e com a formalização já tendo sido feita pela professora titular, propomos mais um problema gerador, inserindo a ideia de variável, conforme recomenda Allevato e Onuchic (2021) na etapa 10 da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação utilizada, um novo problema relacionados ao tema estudado, ou seja, a Álgebra, com o intuito de reforçar e avaliar a aprendizagem dos alunos ou até mesmo para ampliar a aprendizagem dos estudantes. Dessa forma, eles se envolveram ativamente no seu processo de construção de sua aprendizagem, explorando novos problemas e sendo desafiados a pensar criticamente na busca pelas soluções.

Objetos de conhecimento: Equações polinomiais do 1o grau.
Habilidade
(**EF07MA18**) - Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma, $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Quadro 8: **Problema 6** - Roda-gigante

O gerente de um parque colocou um cartaz com a seguinte informação:

> Para entrar em uma roda-gigante de um parque de diversões, uma pessoa deve pagar R$ 4,00 mais R$ 0,30 para cada 1 minuto na atração.

Com base nas informações...

Escreva uma expressão algébrica que represente o preço em reais que deve ser pago

de acordo com o tempo na atração, sendo M a variável que representa os minutos na roda-gigante.

Agora responda:

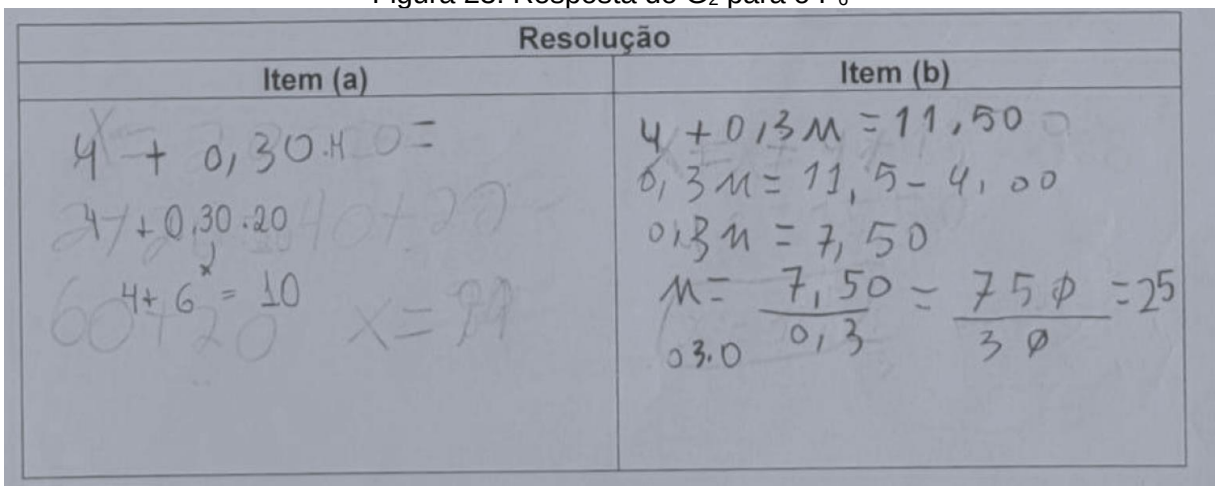
a) Qual é o preço a ser pago por uma pessoa que fica 20 minutos na roda-gigante, ou seja, qual preço será pago quando o valor numérico da variável M for 20?

b) Se um cliente pagou R$ 11,50, para descobrir a quantidade de minutos que ele ficou na atração, pode-se determinar o valor da variável M na equação $4 + 0{,}3M = 11{,}50$. Qual é o valor de M nesse caso?

Fonte: Adaptado de Dante e Viana (2022)

A seguir apresentamos algumas das resoluções desenvolvidas pelos Grupos G_2, G_6 e G_9, respectivamente.

Figura 23: Resposta do G_2 para o P_6

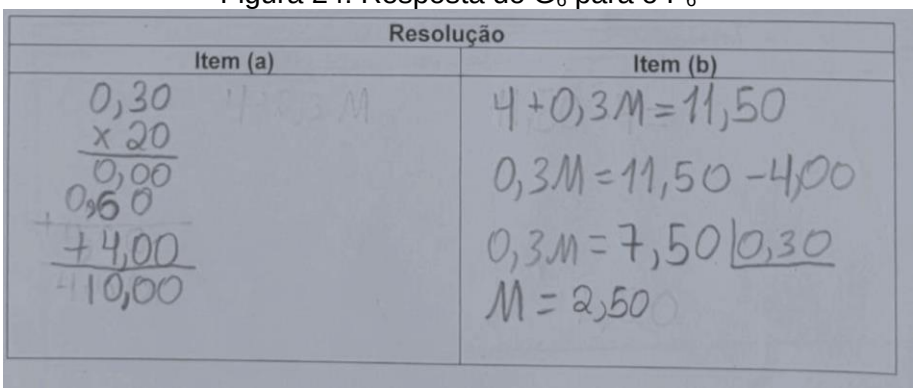


Fonte: dados da pesquisa

No último problema abordado, optamos por direcionar os alunos para os conceitos de equação, com foco na ideia de função e variável. O Grupo G_2 mostrou compreensão desses conceitos, conseguindo escrever a expressão solicitada com sucesso. Ao lidar com o item (a) e (b), solucionaram o problema, e conseguiram chegar ao resultado. A etapa relacionada a divisão da fração, especialmente com números decimais foi feita de forma satisfatória. Apresentaram pouca dificuldade em compreender os conceitos teóricos, e mostraram ter habilidades práticas para executar cálculos e manipulações Matemáticas. Portanto, essa experiência ofereceu

uma boa oportunidade para os alunos aprenderem a aplicar seus conhecimentos teóricos, na prática e desenvolverem suas habilidades de resolução de problemas de forma abrangente, o que reforça a necessidade da etapa 10 da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação, sendo a proposição de novos problemas, para estimular ainda mais a aplicação prática dos conceitos aprendidos.

Figura 24: Resposta do G_6 para o P_6

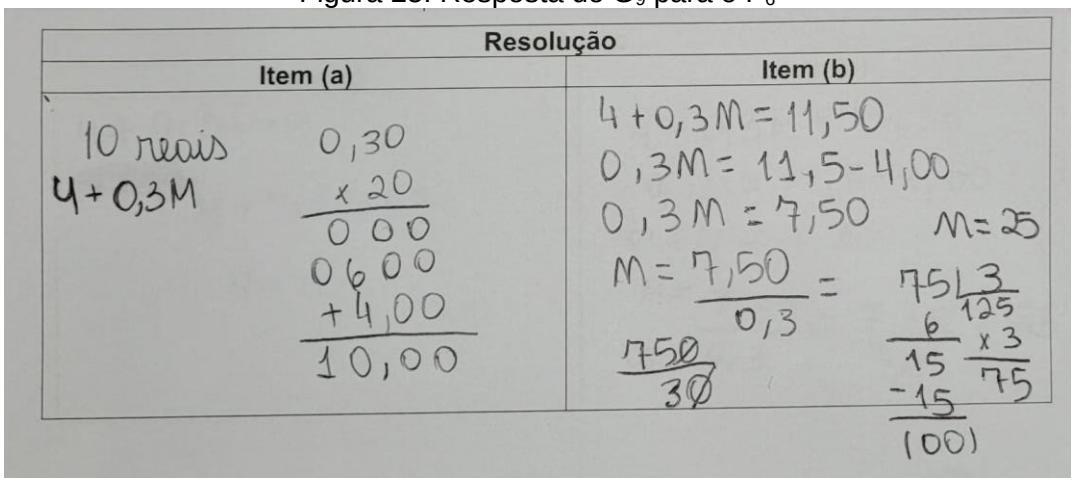


Fonte: dados da pesquisa

O Grupo G_6 enfrentou dificuldades ao tentar entender e resolver os itens solicitados na atividade. No item (a), embora tenham chegado à resposta desejada, não conseguiram encontrar a expressão que representasse a situação adequadamente. Infelizmente, não alcançaram os resultados esperados no item (b); foi observado que houve dificuldades na resolução das operações matemáticas, especialmente na manipulação de operações fundamentais, no caso a divisão. Essa situação evidencia a necessidade de revisar e reforçar os conceitos abordados na atividade, além de implementar estratégias pedagógicas adicionais para ajudar os alunos a compreenderem e aplicarem esses conceitos de forma mais abrangente.

Oferecemos apoio adicional aos alunos do Grupo G_6, por meio de explicações mais detalhadas, exemplos práticos e algumas atividades de reforço referentes a operações básicas, para poderem superar suas dificuldades e progredir em seu aprendizado matemático. Essa experiência também ressalta a importância de identificar e atender às necessidades individuais dos alunos, garantindo que todos tenham a oportunidade de desenvolver suas habilidades matemáticas com sucesso.

Figura 25: Resposta do G_9 para o P_6



Fonte: dados da pesquisa

O Grupo G_9 mostrou uma compreensão satisfatória do que foi solicitado na atividade. Eles foram totalmente capazes de encontrar a equação necessária e formalizar a resposta esperada, indicando que os alunos do grupo conseguiram entender o sentido do problema proposto. Além disso, em relação ao entendimento de formular equações e funções, eles realizaram corretamente e mostraram um bom desempenho na resolução de operações com frações.

É importante destacar que, na proposta da etapa sobre a proposição de novos problemas, o aluno já está familiarizado com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação e já adquiriu as habilidades referentes às competências exigidas. Isso ressalta a eficácia do processo de aprendizagem ao longo do tempo, fornecendo aos alunos as ferramentas necessárias para enfrentar desafios matemáticos de forma eficiente e confiante.

O objetivo dessa atividade é elaborar e resolver problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax+b=c$, utilizando as propriedades da igualdade. Por meio desta atividade, os alunos foram capazes de aplicar conceitos matemáticos para modelar situações aplicáveis à sua realidade e em equações lineares simples. Eles praticaram a Resolução de Problemas, identificando as incógnitas, aplicando as propriedades da igualdade para isolar a incógnita e, finalmente, encontrando a solução da equação. Isso ajudou os alunos a desenvolverem habilidades de raciocínio lógico, interpretação de problemas e aplicação de conceitos matemáticos em contextos práticos.

Para resolver essa atividade, primeiro precisamos escrever a expressão algébrica que representa o preço a ser pago de acordo com o tempo na atração. Seja *P* o preço em reais e *M* a incógnita que representa os minutos na roda-gigante.

A expressão algébrica que representa o preço a ser pago é $4 + 0{,}3M$, onde 0,3 reais é o preço por minuto na roda-gigante.

Para calcular o preço a ser pago por uma pessoa que fica 20 minutos na roda-gigante, basta substituir na expressão algébrica: $4 + 0{,}3M = 10$. Então, o preço a ser pago é R$ 10,00 quando o cliente fica 20 minutos na roda-gigante.

Agora, para determinar o valor de *M* quando o preço pago é R$ 11,50, podemos resolver a equação, igualando a equação ao valor informado na questão $4 + 0{,}3M = 11{,}50$ e resolvemos a equação chegamos ao valor de 25. Portanto, o cliente ficou 25 minutos na atração para pagar R$ 11,50.

Importante reconhecer que o processo de aprendizado em Matemática, assim como em qualquer outra disciplina, é único para cada aluno. Enquanto alguns podem rapidamente compreender os conceitos e resolver problemas com facilidade, outros podem precisar de mais tempo e suporte para assimilar o material. Diante disso, é fundamental que os educadores estejam atentos às necessidades individuais dos alunos e ofereçam uma variedade de estratégias de ensino para atender a essas necessidades.

Além disso, é necessário que os alunos compreendam que os erros são uma parte natural do processo de aprendizado. Eles não devem se desencorajar por cometerem equívocos, mas sim encará-los como oportunidades de crescimento e aprendizado. Os educadores desempenham um papel crucial ao criar um ambiente onde os alunos se sintam confortáveis para cometer erros e aprender com eles.

Afirma Pironel (2022) ao enfatizar que, o papel do professor, como avaliador, se confunde, portanto com o papel de interventor, de questionador, de condutor das aprendizagens; e a avaliação que ocorre durante uma aula pautada pela Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas não se configura como uma avaliação somativa, mas como uma avaliação para a aprendizagem, na qual apresentamos na próxima seção.

5.2 Avaliação como parte integrante ao processo de Ensino-Aprendizagem

Evidenciamos a partir da quinta etapa da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas apresentada neste estudo, onde de fato começa a interferência ativa do professor no processo. Esse momento consiste na resolução dos problemas (seja individual ou em pequenos grupos) e o professor observa e incentiva os estudantes durante a resolução. Em nossa pesquisa, a pesquisadora abriu espaço para que os estudantes pudessem fazer questionamentos sobre eventuais dúvidas, respondendo-as sempre que possível sem dar caminhos para os alunos solucionarem-nos. Durante essa etapa, os alunos trabalharam juntos para encontrar soluções para os problemas propostos. Essa etapa foi importante porque identificamos aspectos em que os alunos podem precisar de mais suporte ou esclarecimento, visando o desenvolvimento de suas habilidades e compreensões matemáticas.

Logo após essa etapa de resolução em grupo, os estudantes tiveram a oportunidade de compartilharem suas atividades. Cada grupo teve um momento dedicado para expor suas resoluções no quadro, permitindo que as respostas fossem compartilhadas com os demais colegas da turma. Este foi um momento de muita interação e aprendizado coletivo. Na etapa seguinte, realizada em plenária, os alunos juntamente com a professora (P) e a Pesquisadora (PE) se reuniram para discutir suas ideias e concepções. Durante essa discussão, foram trocadas diferentes maneiras e perspectivas, visando encontrar um consenso para a resolução dos problemas propostos.

Na nona etapa, a professora titular da turma formalizou o conteúdo, acompanhada da pesquisadora a partir das resoluções apresentadas pelos estudantes. Nesse momento, eles puderam observar as respostas reais, fazer correções necessárias, ao final, propôs um novo problema. Essa última etapa foi fundamental para consolidar o entendimento dos conceitos abordados e para estimular a reflexão sobre os processos de resolução de problemas matemáticos. Além disso, proporcionou uma oportunidade para os alunos aplicarem suas habilidades de análise e crítica na avaliação das respostas e na proposição de novos

desafios. A formalização das respostas, foi o momento em que a professora trabalhou o objeto de conhecimento em questão e os alunos puderam compreender a temática com mais propriedade, e como a metodologia acontece numa tríade Ensino, Aprendizagem e Avaliação, esta ultima (a avaliação) transcorreu, durante todo o processo de resolução dos problemas, como recomendado por Pironel (2022).

De acordo com esse autor, a avaliação deve acontecer durante todo o processo de aprendizagem, permitindo que o estudante seja um elemento ativo e reflexivo, tornando-se corresponsável por sua aprendizagem. Em outras palavras, o que o autor afirma é que a avaliação deve ocorrer de maneira integrada aos processos de ensino e aprendizagem quando se pensa nas aulas de Matemática, por isso, o autor denomina esse sistema de elementos integrados de processo de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática.

Além disso, o autor destaca ainda a importância da observação como instrumento para a avaliação, à disposição dos professores de Matemática e, também, de outros aspectos, é a observação da participação dos estudantes durante o desenvolvimento de suas atividades e os momentos de interação (conversas informais) que o professor pode manter com eles. Apesar da simplicidade da ideia, este instrumento de avaliação não é nada fácil de ser aplicado. As observações e conversas com os estudantes podem ser um caminho para que o professor conheça suas dificuldades, de modo que saiba como, quando e o que questionar, podendo dessa forma inferir, ou sugerir dicas e fazendo questionamentos que podem levar o educando a refletir criticamente sobre seu desempenho, estimulando-os a refletir, também, sobre como tomar decisões na busca de resoluções para problemas propostos; sendo dessa maneira, protagonista de sua própria aprendizagem, compreendendo novos conceitos e conteúdos matemáticos, como ressalta Pironel, (2002).

Ainda segundo o autor, na avaliação por meio da observação, o professor tem duas abordagens possíveis. Na primeira, ele registra as observações em sala de aula e usa esses registros para orientar sua prática docente. Seu objetivo é identificar e fortalecer ações que levem ao sucesso do aprendizado dos alunos, ao mesmo tempo, em que procura evitar ou ajustar práticas que possam ter resultado em

dificuldades de ensino e aprendizagem. Já na segunda abordagem, o professor faz uma intervenção imediata diante dos fatos observados durante a aula.

> [...] A intervenção ocorre no momento da detecção de possíveis falhas ou dificuldades no processo de aprendizagem e essa intervenção pode acontecer na forma de questionamentos, dicas e até por meio da resolução de um problema periférico, distinto do problema gerador trabalhado (Pironel; Onuchic, 2021, p. 70).

Portanto, o papel do professor como avaliador está intrinsecamente ligado ao seu papel como interventor, questionador e facilitador do processo de aprendizagem. Durante uma aula que segue a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, a avaliação não é apenas uma medida somativa do desempenho dos alunos, mas sim um instrumento para promover a aprendizagem ativa e contínua.

5.3 Perfil da Professora e sua prática docente no ensino em Matemática

A Matemática é uma área e um componente curricular fundamental para a Educação, em que a escolha de metodologias de ensino eficazes pode influenciar significativamente o aprendizado dos alunos. Neste contexto, a aplicação do questionário com uma professora titular de Matemática da turma investigada (7º ano) proporcionou percepções significativas sobre suas práticas pedagógicas, abordagens de ensino e estratégias para promover o engajamento e a compreensão dos estudantes. Assim, esta subseção discorre sobre as respostas fornecidas pela professora a partir de um questionário, destacando suas percepções e perspectivas acerca da resolução de problemas, do desenvolvimento de conteúdos algébricos com seus alunos, das estratégias de avaliação utilizadas e do acompanhamento do avanço dos alunos em seu processo de aprendizagem.

A professora questionada trabalha há cinco anos na escola, no turno matutino com o Ensino Fundamental (7º, 8º e 9º anos) e vespertino com o Ensino Médio. Ela possui graduação em licenciatura em Matemática e especialização em Metodologia do Ensino de Matemática e Estatística. Compartilhou que escolheu a licenciatura em Matemática devido ao seu gosto por lecionar e sua afinidade natural

com números. Essa combinação de aptidão pela educação e habilidades matemáticas é essencial para o sucesso no ensino deste componente curricular.

A partir dessa resposta, percebemos a importância de professores motivados pelo componente curricular que ensinam. Portanto, ao analisar a resposta dada pela professora a esse questionamento, podemos observar que o motivo de seu interesse pela licenciatura em Matemática foi sua afinidade com os cálculos, quando ela cita sua afinidade com os números, e não necessariamente o desejo específico de ser professora.

A docente mencionou uma variedade de metodologias de ensino que utiliza em suas aulas de Matemática. Além das aulas expositivas e demonstrativas, ela faz uso de recursos como data show, vídeos, jogos e atividades práticas com materiais manipulativos. Essa abordagem diversificada é importante para atender às diferentes necessidades e estilos de aprendizagem dos alunos. A professora também enfatizou a importância de relacionar a Matemática com situações do cotidiano dos estudantes, o que pode aumentar sua relevância e facilitar a compreensão dos conceitos. Na resposta fornecida pela professora, é evidente a diversidade de recursos que se pode utilizar, o que poderá contribuir para que as aulas sejam mais ricas e estimulantes para os estudantes.

Ao questionarmos sobre a Resolução de Problemas, a resposta da professora foi: trata-se de um componente essencial para o ensino de Matemática, e ainda confirmou sobre sua utilização como estratégia pedagógica. Em suas aulas, ela busca desenvolver o raciocínio interpretativo dos alunos, incentivando-os a pensar criticamente e aplicar seus conhecimentos em situações práticas. Ao enfrentar desafios matemáticos, os alunos são estimulados a desenvolver habilidades de resolução de problemas que são essenciais não apenas na Matemática, mas também em outros contextos da vida.

Quanto ao ensino de conteúdos algébricos, a professora enfatizou a importância de explorar símbolos, operações e propriedades, além de promover a compreensão de regularidades e igualdades. Essa abordagem permite aos alunos construírem uma base significativa em Álgebra, preparando-os para conceitos mais avançados no futuro. Ela também destacou sua preferência por temas como

fundamentos, expressões, sistemas, equações e geometria, indicando uma ampla gama de tópicos que aborda com seus alunos.

A professora relatou um bom nível de envolvimento dos alunos em suas aulas de Matemática, atribuindo isso a várias estratégias que emprega, como videoaulas, atividades em grupo, jogos e desafios. Essas abordagens ativas de aprendizagem promovem a participação dos alunos, incentivando-os a colaborar, comunicar suas ideias e resolver problemas de forma integrada.

Ela também reconheceu que a resolução de problemas algébricos é uma área em que os alunos frequentemente apresentam dificuldades. Para superar esses desafios, ela enfatiza a prática e o treinamento, oferecendo uma variedade de questões e problemas para desenvolver suas habilidades de interpretação e resolução de problemas. Essa abordagem centrada no aluno demonstra um compromisso em entender as necessidades individuais dos estudantes e fornece o suporte necessário para seu crescimento acadêmico.

Em resposta ao questionamento sobre avaliação, ela mencionou que utiliza uma variedade de métodos para avaliar seus alunos, incluindo participação, frequência, interesse, organização e provas objetivas. No entanto, ela não forneceu informações específicas sobre estratégias para acompanhar o progresso dos estudantes após a avaliação. Isso sugere que esse é um ponto possível de melhoria em sua prática pedagógica, onde o feedback contínuo e o suporte individualizado podem ser mais eficazes para promover o aprendizado dos alunos.

A aplicação dos questionários teve o intuito de buscar mais informações que pudessem contribuir com a nossa pesquisa. Esse instrumento nos ofereceu uma visão mais detalhada de suas práticas de ensino, estratégias pedagógicas e abordagens para promover o aprendizado dos alunos.

Suas respostas destacam a importância da resolução de problemas, o uso de metodologias diversificadas e o envolvimento ativo dos alunos em sala de aula. No entanto, também apontou aspectos de aprimoramento, como o acompanhamento do progresso dos alunos e a individualização do suporte. Ela afirmou que desenvolve as atividades de Álgebra fazendo uso da resolução de problemas, promovendo uma abordagem centrada nos estudantes. Além disso, ela destacou que identifica algumas

dificuldades em relação à aprendizagem dos estudantes e trabalha para desenvolver suas habilidades de pensamento algébrico, com jogos matemáticos, dentre outros. Segundo a professora titular da turma, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, utilizada para o desenvolvimento das atividades com os alunos, mostrou-se promissora para contribuir com o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos do sétimo ano e para o aprimoramento da prática pedagógica da professora em sala de aula.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa, investigamos como ocorrem os processos de ensino, aprendizagem e avaliação em relação aos objetos de conhecimento envolvendo a Álgebra com os estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. O encontro com os estudantes, sujeitos da pesquisa, acompanhados pela professora da turma, proporcionou uma visão abrangente sobre a dinâmica dos estudantes do sétimo ano.

Ao desenvolvermos os conteúdos envolvendo a Álgebra por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, garantimos aos estudantes que ainda não tinham tido contato mais profundo com esse objeto do conhecimento o desenvolvimento das habilidades e, consequentemente, a construção de sua aprendizagem. Trabalhar na construção de conceitos fundamentais e procedimentos algébricos dessa forma, especialmente com esses estudantes do sétimo ano, foi uma experiência enriquecedora e desafiadora. Sabíamos das dificuldades que poderíamos encontrar ao trabalhar com a Álgebra em sala de aula, mas o processo utilizado proporcionou uma compreensão mais abrangente.

Ao resolver os problemas, os alunos foram instigados a pensar de maneira independente, experimentar diferentes estratégias e colaborar com colegas para encontrar soluções. Essa prática estimulou o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas que são valiosas no cotidiano. A resolução de problemas envolvendo conteúdos algébricos ofereceu aos estudantes uma oportunidade de compreender e construir aprendizagens, além de entender a linguagem algébrica, suas propriedades e as operações envolvidas na busca por soluções. A partir da aplicação desses problemas, os estudantes aprenderam a identificar incógnitas, formular equações e utilizar métodos adequados para encontrar as respostas.

A Resolução de Problemas matemáticos foi uma parte fundamental desse processo de Ensino-Aprendizagem-Avaliação da Álgebra. Os estudantes foram desafiados a aplicar seus conhecimentos prévios na resolução dos problemas

propostos, desenvolvendo habilidades de pensamento crítico, raciocínio lógico e tomada de decisões. Além disso, permitiu que os discentes não apenas manipulassem símbolos abstratos, mas também compreendessem a Matemática como uma ferramenta para analisar e resolver situações práticas do cotidiano. Ao se propor problemas contextualizados, os estudantes foram desafiados a traduzir as situações para a linguagem algébrica, promovendo assim uma conexão entre a teoria estudada em sala de aula e sua aplicação prática. Durante a resolução dos problemas, eles foram incentivados a explorar diferentes estratégias, discutir suas abordagens com os colegas e justificar suas respostas.

A aplicação da referida Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação no processo de ensino de Álgebra no sétimo ano revelou-se uma abordagem pedagógica necessária, que promove a aprendizagem de conceitos e procedimentos matemáticos com significado para os estudantes. Ao empregar essa metodologia, observamos que os estudantes tiveram uma experiência educacional mais dinâmica, aproximando a Matemática da realidade do dia a dia e cultivando competências essenciais. Essa abordagem também incentiva o desenvolvimento de habilidades como raciocínio lógico e análise crítica.

Trabalhar com estudantes do sétimo ano a partir da resolução de problemas foi uma experiência relevante, em que pudemos acompanhar o avanço e o desenvolvimento dos estudantes à medida que ganhavam confiança no desenvolvimento de suas habilidades matemáticas, tornando-se pensadores mais independentes e críticos. Assim, a pesquisa destaca a importância de uma abordagem flexível e diferenciada, que reconheça as diversas necessidades e estilos de aprendizagem dos alunos. Em suma, o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir significativamente para o desenvolvimento de habilidades e, consequentemente, para a aprendizagem dos estudantes em relação aos objetos de conhecimento da Álgebra no sétimo ano do Ensino Fundamental.

Vale destacar que ao adotarmos tal metodologia para o desenvolvimento dos problemas com os estudantes, seguimos cuidadosamente os passos recomendados pelas pesquisadas Allevato e Onuchic (2021). Com a utilização dessa

metodologia buscou criar um ambiente propício para a compreensão coletiva do problema, esclarecendo dúvidas e, posteriormente, promovendo a aplicação prática dos conhecimentos individuais.

Essa metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação auxiliou os estudantes na construção de sua aprendizagem na temática em estudo e o desenvolvimento de suas habilidades, ou seja, permitiu que os eles se envolvessem ativamente na construção do conhecimento matemático, promovendo uma compreensão mais profunda dos conceitos e procedimentos algébricos, à medida que exploravam e descobriam os princípios subjacentes às operações e relações algébricas. Essa abordagem ativa e contextualizada motivou os estudantes, tornando-os protagonistas do seu processo de aprendizagem.

Com base nos resultados e observações desta pesquisa, notamos que é possível ampliar o estudo da Álgebra em outros contextos, que podem ser explorados em estudos futuros para continuar aprimorando essa temática no Ensino Fundamental e até mesmo no Ensino Médio. Isso pode envolver, por exemplo, estudantes de escolas da zona rural, fazendo uso da resolução e da elaboração de problemas relacionados ao seu cotidiano, para verificar a eficácia e adaptabilidade da metodologia nessa circunstância. Outra proposta seria a realização de um estudo envolvendo a Álgebra na formação (inicial ou continuada) do professor, através da resolução e elaboração de problemas, em que se possa explorar, por exemplo, conceitos e procedimentos relacionados aos objetos de conhecimento de equação e de função.

Acreditamos que esses estudos futuros, poderão contribuir para um entendimento mais abrangente das práticas para o ensino de Álgebra em sala de aula, através da resolução e elaboração de problemas, promovendo uma educação matemática mais significativa para os estudantes.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: Por que através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R. et al. (Org). **Resolução de Problemas**: teoria e prática. 2. ed. Jundiaí, SP: Paco Editorial, 2021. p. 37-57.

ALVES, L. L. A importância da Matemática nos anos inicias. **Anais do XXII EREMATSUL** - Encontro Regional de Estudantes de Matemática do Sul. Centro Universitário Campos de Andrade, Curitiba, Paraná, 2016.

BIANCHINI, E. **Matemática Bianchini:** 7º ano. 10. ed. São Paulo: Moderna, 2002.

BONADIMAN, A. **Álgebra no ensino fundamental**: produzindo significados para as operações básicas com expressões algébricas. 2007. 248 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2007. Disponível em: https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/11228/000609939. Acesso em: 20 jan. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Educação é a Base. Brasília, 2018. Disponível em: http://www.basenacionalcomum.mec.gov.br. Acesso em: 10 jan. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN** (5ª a 8ª séries). Brasília, 1998.

BRITO, T. N.; SANTOS, J. L.; LEITE, A. S. Uma análise das dificuldades apresentadas no ensino de Álgebra: os erros mais recorrentes. In: **Anais do XVII ENEM -** Encontro Nacional de Educação Matemática, 2017, p.05.

BUSH, William S.; GREER, Anja S. (Ed). **Mathematics Assessment**: A practical Handbook for Grades 9 – 12. Reston: NCTM, 1999.

COSTA, M. S. **Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Proporcionalidade através da resolução de problemas**: uma experiência na formação inicial de (futuros) professores de Matemática. 292 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2012.

COSTA, M. S. Um panorama da resolução de problemas na visão das pesquisadoras brasileiras Onuchic e Allevato. **REMAT**: Revista Eletrônica da Matemática, Bento Gonçalves, RS, v. 7, n. especial, p. e400, 2021.

COSTA, M. S., MARTINS, A. C. J., PAGANI, E. M. L., NUNES, C. B. O ensino de Matemática através da Resolução de Problemas: uma proposta metodológica para a aprendizagem de equação polinomial do 1º grau com uma incógnita **Com a Palavra o Professor**, Vitória da Conquista, v.7, n.18, p.192-211, 2022.

COSTA, M. S.; ALLEVATO, N, S. G. Avaliação: um processo integrado ao ensino e à aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. **Acta Scientiae**, v.17, n.2, p. 292-310, 2015

COSTA, M. S; ALLEVATO, N. S. G. A formação inicial de futuros professores de Matemática sob a perspectiva da resolução de problemas. **ReBECEM**, v.3, n.1, p. 40-65, 2019.

DANTE, L. R.. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. São Paulo: Editora Ática, 1989

DANTE, L. R.; VIANA, F. **Teláris Essencial:** Matemática: 7º Ano.1. ed. São Paulo: Ática, 2022.

ECHEVERRÍA, M. del P. P. e POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. (org.). **A solução de Problemas**: Aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artes Médicas, p. 13-42, 1998.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2012.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuição para um repensar...a educação algébrica elementar. **Pro-Posições**, v. 4, n. 1(10), mar. 1993.

GIL, K. H. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de Álgebra**. 118 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – Faculdade de Física, Porto Alegre, 2008.

GIL, K. H; FELICETTI, V, L. Reflexões sobre as dificuldades apresentadas na aprendizagem da Álgebra por estudantes da 7ª série. **REVISEM** - Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática Sergipe, v, 1, n. 1, p. 19 – 35, 2016.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da matemática**: 7º ano ensino fundamental (anos finais). 4. ed. São Paulo: FTD, 2018.

HATFIELD, L. L. Heuristical emphasis in the instruction of mathematical problem solving: Rationales and research. In: HATFIELD, L. L.; BRADBARD, D. A. (Org.). **Mathematical Problem Solving**: papers from a research workshop. Colombus: Eric, 1978.

HELDER, R. R. **Como fazer análise documental**. Porto: Universidade de Algarve, 2006.

KAPUT, J. J. Teaching and learning a new algebra. In: FENNEMA, E.; ROMBERG, T. (Org.). **Mathematics classrooms that promote understanding Mahwah**, NJ:

Erlbaum, p. 133-155, 1999.

KIERAN, C. Algebraic thinking in the early grades: What is it? The Mathematics Educator, v.8, p.139-151, 2004.

LIMA, G. L. D.; BIANCHINI, B. L.. Reflexões sobre o ensino e a aprendizagem de Álgebra a partir das produções do gt04 da sbem. **Educação em Revista**, v. 38, p. e24723, 2022.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: E.P.U., 2017.

MACHADO, N. J. **Matemática e realidade**: análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino de Matemática. 2.ed. São Paulo: Cortez, 1991.

MARANHÃO (Estado). **Documento Curricular do Território Maranhense para a Educação Infantil e o Ensino Fundamental**. 1. ed. FGV Editora, 2019. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/curriculos_estados/documento_curricular_ma.pdf. Acesso em: 01 nov. 2022.

MELO, M. C. P.; JUSTULIN, A. M. Resolução de Problemas: um caminho para o ensino da Matemática. **Ensino e Tecnologia em Revista**, v. 3, n. 1, p. 112-128, 2019.

MINAYO, M. C. S. **Pesquisa Social:** teoria, método e criatividade. 21. ed. Petrópolis: Vozes, 2002.

MORAIS, R. S.; HUANCA, R. R. H. **Álgebra**. In: ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S.; NOGUTI, F. C.; JUSTULIN, A. M. (Orgs.). Resolução de Problemas - Teoria e Prática. Paco Editorial: Jundiaí, 2021.

NATIONAL Council of Teachers of Mathematics - NCTM. An agenda for action: recommendations for school mathematics for the 1980s. Reston: NCTM, 1980. Disponível em: <http://www.nctm.org/standards/content.aspx?id=17278>. Acesso em: 25 fev. 2023.

NATIONAL Council of Teachers of Mathematics - NCTM. Principles and Standards for School Mathematics. Reston: NCTM, 2000. Disponível em: https://www.nctm.org/store/Products/NCTM-Principles-and-Standards-forSchool-Mathematics,-Full-Edition-(PDF)/. Acesso em: 18 dez 2022.

OLIVEIRA, E. **Pesquisa-ação.** InfoEscola Navegando e Aprendendo, 2018. Disponível em https://www.infoescola.com/pedagogia/pesquisa-acao/. Acesso: 25 de novembro de 2022.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. **Ensino-Aprendizagem de Matemática através de Resolução de Problemas**. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). Pesquisa em Educação

Matemática: Concepções e Perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999, p. 199-218.

PIMENTEL. D. E. **Metodologia da Resolução de Problemas no planejamento de atividades para a transição da aritmética para a Álgebra**. São Carlos: UFSCar, 2010.

PIOVESAN, S. B.; ZANARDINI, J. B. **O ensino e aprendizagem da Matemática através da metodologia de resolução de problemas**: algumas considerações. Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE da Secretaria de Estado de Educação. Paraná, 2008.

PIRONEL, M.; VALLILO, S. A. M. O papel da Avaliação na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; JUNIOR, Luiz Carlos Leal; PIRONEL, Marcio (organizadores). **Perspectivas para Resolução de Problemas**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.p.279-304.

PIRONEL, M. **Avaliação para a aprendizagem**: metodologia de ensinoaprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas em Ação. 296 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2019.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Tradução: Heitor Lisboa de Araújo - Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

PONTE, J.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Direção Geral de Integração e de Desenvolvimento Curricular (DGIDC). Portugal, 2009. Disponível em: https://www.repositorio.ul.pt/bitstream/10451/7105/1/Ponte-Branco-Matos%20%28Brochura_Algebra%29%20Set%202009.pdf. Acesso em: 12 Jan. 2023.

SANTOS, C. C. S.; MOREIRA, K. G. O pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental. In: **Anais do XII ENEM** - Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo, 2016, p.1-7. Disponível em:<http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/4980_2866_id.pdf>.

SCHÄFER, E. D. A.; OSTERMANN, F. Autonomia profissional na formação de professores: uma análise de entrevistas realizadas num mestrado profissional em ensino de física. **Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias**, Vigo, v. 12, n. 2, p. 287-312, 2013.

SCHROEDER, T.; LESTER, F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P. R.; SCHULTE, A. P. (Ed.). **New Directions for Elementary School Mathematics**. Reston: NCTM, 1989.

SESSA, C. **Iniciação ao estudo didático da Álgebra**: origens e perspectivas. Tradução: Damian Kraus. São Paulo, SP, Edições SM, 2009.

SEVERINO, A. J. **Metodologias do trabalho científico**. 24ª. ed. Rev. e atualizada. São Paulo: Cortez, 2016.

SILVEIRA, E. **Desafios da Matemática com Ênio Silveira:** 7º ano. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2022.

SOUSA, M. C. Produtos educacionais de Matemática elaborados por professores da Educação Básica no âmbito do NIPEM. **Anais** do Encontro da rede de professores, pesquisadores e licenciandos de Física e de Matemática, São Carlos, SP, 2015.

SOUSA, M. C. **O Ensino de Álgebra Numa Perspectiva Lógico-Histórica: Um Estudo das Elaborações Correlatas de Professores do Ensino Fundamental**. 2004. 308 f. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas.

SOUZA, E. R.; DINIZ, M. I. S. V. **Álgebra**: das variáveis às equações e funções. São Paulo: IME-USP, 1994.

TEIXEIRA., L. A (Editora). **SuperAção - Matemática 7º ano**: manual do professor - obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2022.

TELES, R. A. M.; AM, A. A Relação entre a Aritmética e a Álgebra na Matemática Escolar: a influência da compreensão das propriedades da igualdade e o conceito de operações inversas na resolução de equações polinomiais do 1º grau. **Anais do VIII Encontro de Educação Matemática**, 2004.

THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação**. São Paulo: Cortez, 2008.

TRIGUEIROS, M. URSINI, S. Integración de los distintos usos de la variable. In: **Actas do V CIBEM**. Porto, 2005. CD-ROM.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VERGANAUD, G. A Matemática além dos números. **Revista Pátio** ensino médio, profissional e tecnológico. Porto Alegre, ano IV, n. 13, p. 14-17, jun/ago. 2012.

VIANNA, C.R. Resolução de Problemas. In: Futuro Congressos e Eventos (Org.). **Temas em Educação I – Livro das Jornadas**. Curitiba: Futuro Congressos e Eventos, 2002, p. 401-410.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Questionários

QUESTIONÁRIO – PARTE I

1. Dados Pessoais:

1.1 Nome: _____

1.2 Idade_____

2. Formação acadêmica:

2.1 Qual sua formação na graduação? _____

_____

2.2 Possui Pós-Graduação (Especialização/Mestrado ou Doutorado)?

( ) Sim ( ) Não

Qual? _____

Em que? _____

3. Dados profissionais:

3.1 Ha quanto tempo você trabalha na profissão de professora? _____

3.2 Qual (is) turno você trabalha?

( ) Matutino ( ) Vespertino ( ) Noturno

3.3 Qual (is) ano/séries você leciona?

_____

3.4 Qual (is) anos/séries de escolaridade prefere lecionar? Por quê?

_____

_____

3.5 Quais redes de ensino você trabalha?

( ) municipal ( ) estadual ( ) federal

3.6 Por que você escolheu licenciatura em matemática?

_____

_____

_____

_____

_____

QUESTIONÁRIO – PARTE II

1- Quais metodologias de ensino ou estratégias você utiliza para desenvolver os conteúdos matemáticos com os estudantes?

_____
_____
_____
_____
_____

2- De que maneira você costuma desenvolver os conteúdos algébricos com seus alunos?

_____
_____
_____
_____
_____

3- Você costuma desenvolver os conteúdos matemáticos por meio da Resolução de Problemas? ( ) Sim ( ) Não

Em caso afirmativo, de que maneira?

_____
_____
_____
_____
_____

4- Os conteúdos específicos da Álgebra, você utiliza Resolução de Problemas?

( ) Sim ( ) Não

Em caso afirmativo, de que maneira?

_____
_____
_____
_____
_____

5- Em sua opinião, há diferença entre problemas e exercícios matemáticos?

( ) Sim ( ) Não

Em caso afirmativo, quais são essas diferenças?

_____

_____

_____

_____

_____

_____

6 – Você, como professora, gosta de lecionar os conteúdos algébricos com seus alunos do 7º ano? Quais conteúdos dessa temática você mais gosta de trabalhar?

_____

_____

_____

_____

_____

7- Como tem sido o envolvimento dos alunos nas aulas de Matemática? Quais estratégias você utiliza para promover a participação dos estudantes nas aulas?

_____

_____

_____

_____

_____

_____

8- Quais tópicos de Matemática do 7º ano os estudantes costumam apresentar mais dificuldades na aprendizagem? De que forma você busca ajudá-los a superar essas dificuldades?

_____

_____

_____

_____

_____

9- De que maneira você costuma avaliar seus alunos?

_____

_____

_____

_____

_____

10- Quais estratégias você utiliza, após uma avaliação, para acompanhar os estudantes nas dificuldades apresentadas e ajudá-los no desenvolvimento em Matemática?

_____

_____

_____

_____

_____

_____

11- Essas estratégias ajudam a identificar as necessidades individuais dos estudantes? ( ) Sim ( ) Não

Comente.

_____

_____

_____

_____

_____

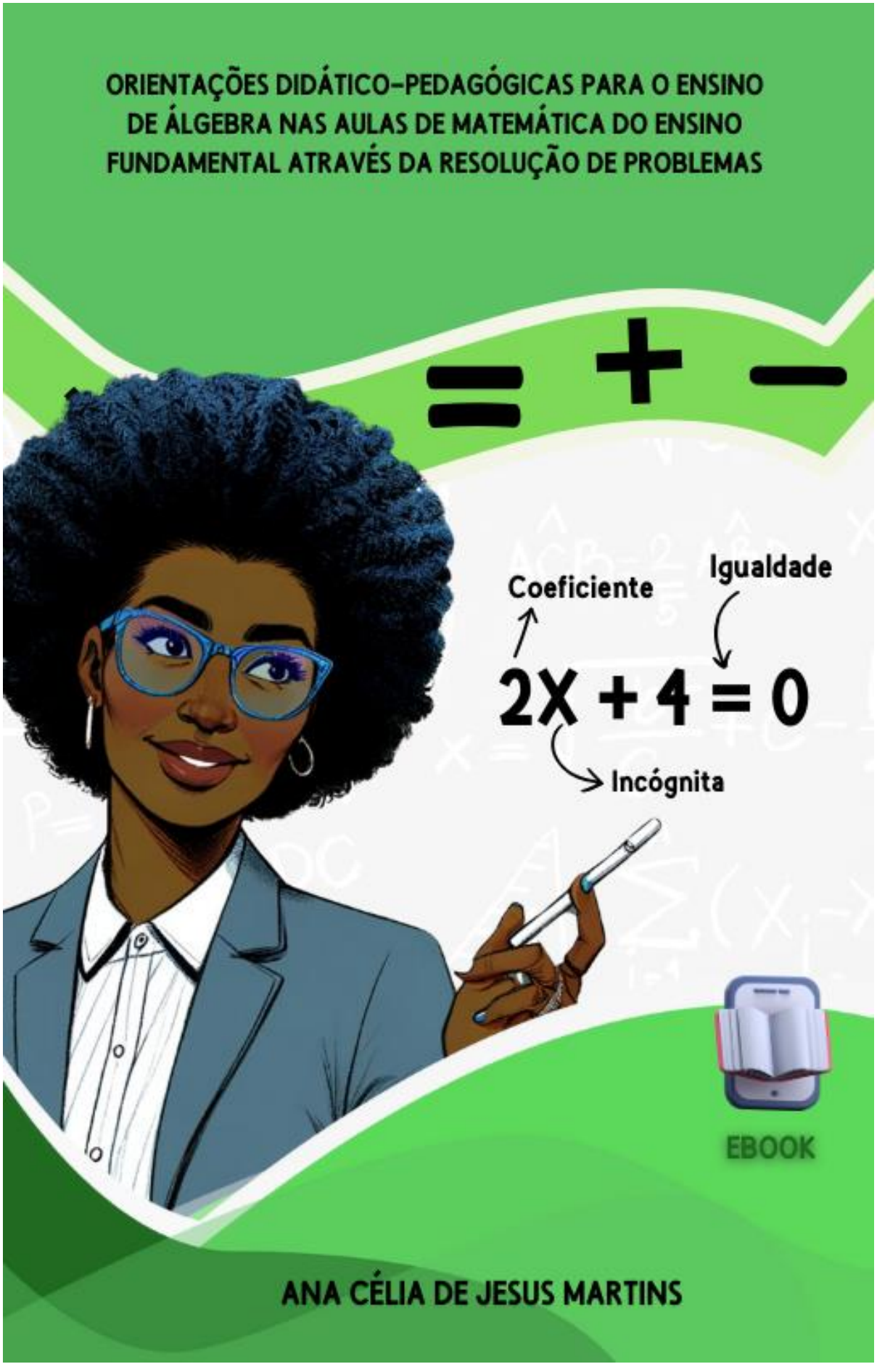
_____

_____

_____

APÊNDICE B – Produto Educacional

ORIENTAÇÕES DIDÁTICO-PEDAGÓGICAS PARA O ENSINO DE ÁLGEBRA NAS AULAS DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS



ANA CÉLIA DE JESUS MARTINS

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
Prof. Dr. Natalino Salgado Filho (Reitor)
Prof. Dr. Marcos Fábio Belo Matos (Vice-Reitor)

AGÊNCIA DE INOVAÇÃO, EMPREENDEDORISMO, PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INTERNACIONALIÇÃO
Prof. Dr. Fernando Carvalho Silva (Reitor)

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇAO EM GESTÃO DE ENSINO DA EDUCAÇÃO BÁSICA
Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Gestão de Ensino da Educação Básica (PPGEEB)
Profa. Dra. Hercília Maria de Moura Vituriano (Coordenadora)
Prof. Dr. Antonio de Assis Cruz Nunes (Vice Coordenador)

AUTORA DO PRODUTO EDUCACIONAL
Profa. Mestranda Ana Célia de Jesus Martins

ORIENTADOR
Prof. Dr. Manoel dos Santos Costa

DIAGRAMAÇÃO
Victor Gabriel de Jesus Santos David Costa

FONTE DA IMAGEM DA CAPA
"A Professora de Matemática"
Arte produzida por Victor Gabriel de Jesus Santos David Costa pela Inteligência artificial Midjourney.

BY NC ND

São Luís
2024

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO.....04

1. ÁLGEBRA.....05

2. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....10

2.1 A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de matemática através da Resolução de Problemas.....13

2.2 Orientações Didático-Pedagógicas para o professor usufruir da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação em suas aulas.....16

3. SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....18

2.1 PROBLEMA 1: Daniela e Henrique.....19

2.2 PROBLEMA 2: Sequências.....21

2.3 PROBLEMA 3: Padrões na Matemática.....23

2.4 PROBLEMA 4: Aula de Arte.....25

2.5 PROBLEMA 5: As Caixas.....27

2.6 PROBLEMA 6: Roda gigante 29

CONSIDERAÇÕES FINAIS.....31

REFERÊNCIAS.....32

APÊNDICE: Resolução dos Problemas.....34

APRESENTAÇÃO

Este *E-book* oferece uma abordagem prática para a integração da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental através da Resolução de Problema, com o propósito de aprofundar a compreensão dos conceitos matemáticos relacionados ao ensino de Álgebra e fortalecer a aprendizagem dos alunos.

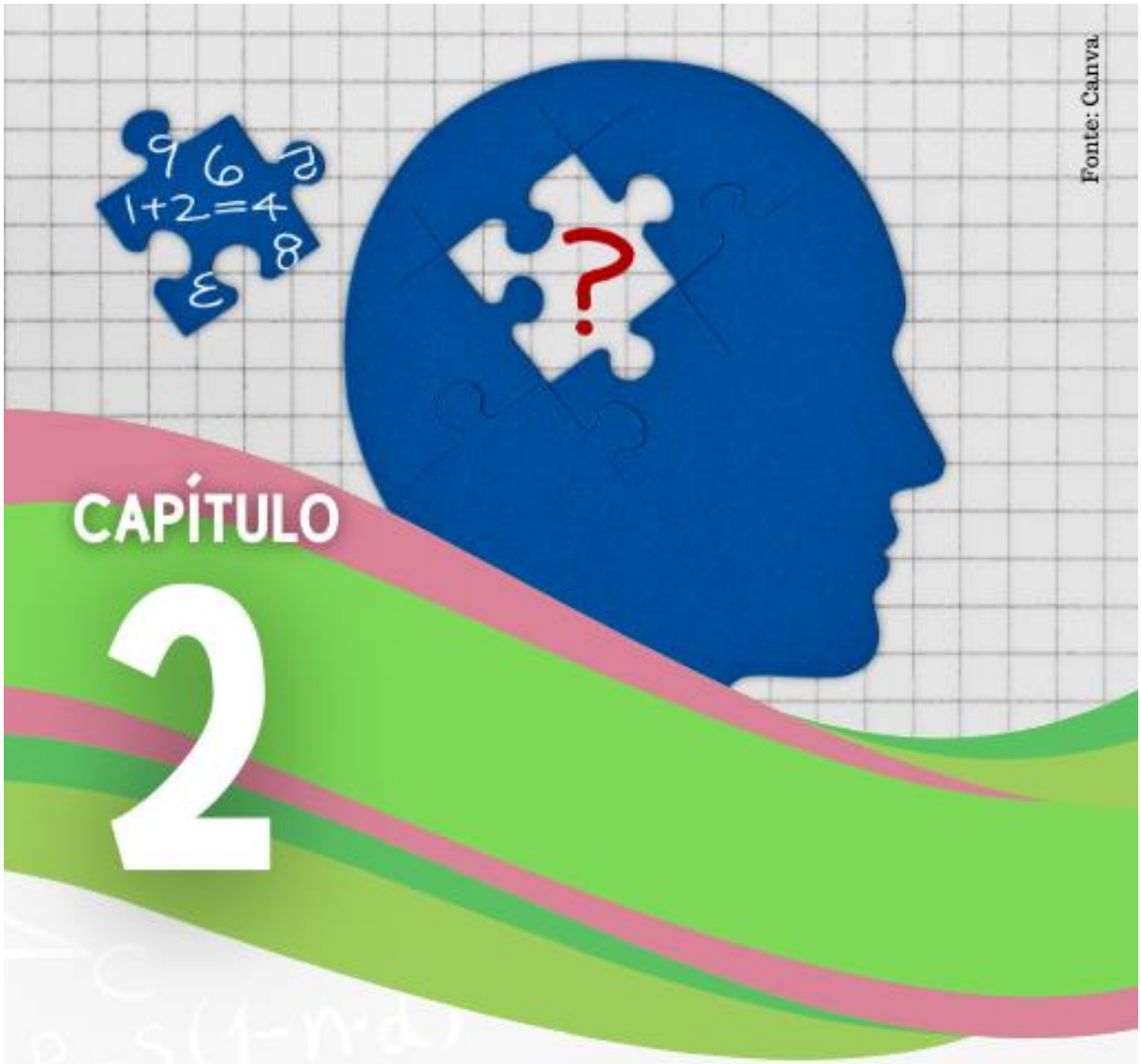
Estruturado em três capítulos, sendo que o primeiro capítulo destaca a importância da Álgebra e suas diretrizes de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

O segundo capítulo aborda a Resolução de Problemas como uma metodologia promissora para o aprendizado de Matemática, destacando sua relevância na promoção do pensamento algébrico, assim como na aplicação prática dos conceitos aprendidos, discutimos a importância da avaliação como parte integrante do processo de aprendizagem, destacando a necessidade de uma abordagem mais completa que valorize não apenas o produto, mas também o processo de resolução de problemas, e ao final desse capítulo anexamos links com artigos para leituras complementares como sugestões para futuras explorações na área.

O terceiro capítulo, dedicamos para apresentação dos problemas geradores, os quais são fundamentais para o desenvolvimento das habilidades específicas de Matemática no ensino de Álgebra. São abordados seis problemas geradores, cada um desses problemas, são acompanhados por uma explicação detalhada e links com suas devidas resoluções, promovendo assim uma aprendizagem colaborativa e interativa.

Finalmente, as considerações finais oferecem uma reflexão sobre o impacto positivo da Resolução de Problemas no ensino de Matemática. Em resumo, este *E-book* se apresenta como uma ferramenta indispensável para educadores que buscam transformar a experiência de ensino de Matemática em relação a Álgebra, tornando-a mais significativa, desafiadora e envolvente através da Resolução de Problemas.

A autora



Fonte: Canva

CAPÍTULO

2

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

CAPÍTULO

I

ÁLGEBRA

Historicamente a Resolução de Problemas tem sido parte dos currículos de Matemática da Educação Básica, e tudo começou com o Matemático George Polya, em 1945, com o seu livro "A Arte de Resolver Problemas", que na época, apresentou quatro passos necessários para resolver um problema matemático. O esquema a seguir sintetiza essas etapas.

ETAPAS	PROCEDIMENTOS
Compreensão do problema	Consiste em entender completamente o enunciado do problema, identificar as informações relevantes e estabelecer claramente o que se deseja encontrar.
Estabelecimento de um plano	Envolve a formulação de estratégias e métodos para resolver o problema, como a identificação de conceitos, técnicas e teoremas matemáticos aplicáveis.
Execução do plano	É a etapa em que se aplica o plano estabelecido, realizando os cálculos e as manipulações necessárias para chegar à solução.
Retrospecto	Trata-se de revisar todo o processo desenvolvido, verificar a validade dos resultados obtidos, refletir sobre a eficácia do método utilizado e, se necessário, buscar maneiras de aprimorar a abordagem para futuros problemas.

O Estudo da Álgebra no Ensino Fundamental tem por finalidade o desenvolvimento do pensamento algébrico, essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e de outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. As ideias matemáticas fundamentais vinculadas a essa temática são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. Em outras palavras, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), essa temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações (Brasil, 2018).

Ainda de acordo com a BNCC, é importante que no ensino da Álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental, os alunos compreendam os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecendo generalização de uma propriedade, investigando a regularidade de uma sequência numérica, indicando um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecendo a variação entre duas grandezas. Portanto, é necessário que os estudantes estabeleçam relações entre variável e função e entre incógnita e equação. As técnicas de resolução de equações e inequações, inclusive no plano cartesiano, devem ser desenvolvidas como uma maneira de representar e resolver determinados tipos de problema, e não como objetos de estudo em si mesmos.

A BNCC orienta-se pelo pressuposto de que a aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações. Os significados desses objetos resultam das conexões que os alunos estabelecem entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos. Dessa forma, no decorrer de toda a Educação Básica, as aprendizagens essenciais recomendadas pela BNCC devem ocorrer, de maneira que possam assegurar aos estudantes o desenvolvimento de competências que se articulem para a construção

dos conhecimentos e para o desenvolvimento de habilidades que consubstanciem no âmbito pedagógico o direito à sua aprendizagem.

Em relação às habilidades, o documento especifica que elas "expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos nos diferentes contextos escolares" (Brasil, 2018, p. 29). Para tal intuito, elas são descritas seguindo uma determinada estrutura, e cada objetivo de aprendizagem e seu desenvolvimento é identificado por um código alfanumérico, conforme segue **EF07MA17**, sendo:

CÓDIGO	SIGNIFICADO
EF	O primeiro par de letras indica que se trata do Ensino Fundamental;
07	O primeiro par de números aponta o ano de escolaridade a que se refere a habilidade, ou seja, 7º ano do Ensino Fundamental;
MA	A segunda sequência, composta por duas letras nomeia o componente curricular - Matemática;
17	O último par de números mostra a posição da habilidade na numeração sequencial do ano ou do bloco de anos a que ela se refere.

O código exemplo (acima) indica a décima sétima habilidade de Matemática a ser desenvolvida no sétimo ano do Ensino Fundamental, trata-se de "Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade..." (Brasil, 2018).

Vale destacar que, de acordo com a BNCC "o uso de numeração sequencial para identificar as habilidades não representa uma ordem ou hierarquia esperada das aprendizagens" (Brasil, 2018, p. 34).

Portanto, cabe aos sistemas de ensino e às escolas definirem a progressão das aprendizagens, em função de seus contextos locais.

A seguir, serão apresentadas as recomendações da BNCC no que se refere às habilidades específicas a serem desenvolvidas pelos alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental, ao se trabalhar com Álgebra nas aulas de Matemática.

Objetos de conhecimento
Linguagem algébrica: variável e incógnita

Habilidade

(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.

Objetos de conhecimento
Linguagem algébrica: variável e incógnita

Habilidade

(EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.

Objetos de conhecimento
Linguagem algébrica: variável e incógnita

Habilidade

(EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.

Objetos de conhecimento:
Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica.

Habilidade

EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.

Objetos de conhecimento
Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais.

Habilidade

(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.

Objetos de conhecimento
Equações polinomiais do 1o grau.

Habilidade

(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma , fazendo uso das propriedades da igualdade.

Assim, algumas das habilidades formuladas pela BNCC começam por "resolver e elaborar problemas". Ou seja, o que a BNCC pretende com o desenvolvimento dessa habilidade é que os estudantes além de resolver um problema possam refletir e questionar sobre o que ocorreria se algum dado de um determinado problema fosse alterado ou se alguma condição fosse modificada.

Nessa perspectiva, pretende-se que os alunos também formulem problemas em outros contextos, a partir dos problemas geradores desenvolvidos em sala de aula.

De acordo o George Polya, após o aluno ter lido e compreendido o problema, deve-se conceber um plano que irá orientá-lo na resolução. Além disso, ele indica que há uma distância entre a situação de onde partimos e a meta à qual se quer chegar, de modo que o resolvedor (o aluno) deve escolher quais os procedimentos mais adequados para diminuir essa distância, considerando isso como sendo um procedimento estratégico de resolução de problemas.

Em outras palavras, no entender de Pólya a **compreensão do problema** pelo estudante consiste em entender completamente o enunciado do problema, identificando as informações relevantes e estabelecendo claramente o que se deseja encontrar; em seguida, se **estabelece um plano** que envolva a formulação de estratégias e métodos para resolver o problema, como a identificação de conceitos, técnicas e teoremas matemáticos aplicáveis. Na próxima etapa, **executa o plano estabelecido**, realizando os cálculos e as manipulações necessárias para chegar à solução, e por fim é feito um **retrospecto**, momento em que se revisa todo o processo desenvolvido, verificar a validade dos resultados obtidos, refletir sobre a eficácia do método utilizado e, se necessário, buscar maneiras de aprimorar a abordagem para futuros problemas.

Apesar da importâcia do George Polya e das etapas sugeridas por eles para o desenvolvimento da resolução de problemas nas aulas de Matemática, encontramos na Literatura (Costa, 2021) que tem feito alguns questionamentos que nos fazem refletir. Esse autor questiona: Somente essas quatro etapas são suficientes, nos dias atuais, para desenvolver as aulas de Matemática utilizando a Resolução de Problemas?
De acordo com esse autor essa configuração em relação à resolução de problemas no ensino de Matemática, proposta por Polya, reflete uma tendência ao que era proposto no passado. Ou seja, no início do século XX, a resolução de problemas se configurava como o domínio de procedimentos algoritmos ou o conhecimento a ser obtido por repetição e memorização de exercícios. Nas décadas de 1960 e 1970 surgiu o movimento da Matemática Moderna que não teve o sucesso esperado na aprendizagem dos alunos.

No fim dos anos de 1970, as investigações sistemáticas sobre Resolução de Problemas e suas implicações no ensino ganharam espaço em todo o mundo como constructo teórico e de reflexão sobre a prática. Mas, foi somente na década de 1980 que o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1980) publicou nos Estados Unidos um documento denominado "Uma Agenda para a Ação: Recomendações para a Matemática Escolar nos Anos 80", que indicava a Resolução de Problemas como sendo o foco da Matemática Escolar para aquela década. Apesar disso, no final dessa década foi detectada a falta de concordância sobre o significado dessa orientação.

A partir da década de 1990, muito se avançou nas pesquisas e nas práticas pedagógicas em sala de aula envolvendo a Resolução de Problemas. No Brasil, o antigo documento de referência curricular os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (Brasil, 1998) já sinalizavam para a importância do desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, de explorá-los, de generalizá-los e até de propor novos problemas a partir deles. Além disso, o documento indicava a Resolução de Problemas como ponto de partida das atividades matemáticas, discutindo caminhos de como trabalhar com Matemática em sala de aula.

A partir dos anos 2000, entre as possibilidades para o trabalho em sala de aula, uma nova visão de ensino e aprendizagem de Matemática começa a ser indicada pelos Standards (NCTM, 2000), em que a Resolução de Problemas é destacada como primeiro padrão de processo para o ensino de Matemática, e o ensino **através** da Resolução de Problemas é fortemente recomendado. Também o atual documento de referência para o ensino brasileiro, a BNCC, aponta a resolução de problemas como um eixo articulador de grande destaque que se constitui em uma forma privilegiada da atividade matemática, motivo pelo qual deve ser "ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental" (Brasil, 2018, p. 266).

2.1 A METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Documentos oficiais da educação (Brasil, 2018) têm demonstrado uma preocupação em adequar o trabalho escolar a novas metodologias de ensino que levem a melhores formas de ensinar, de aprender e de avaliar os conteúdos matemáticos. Apesar de haver um reconhecimento da importância da Resolução de Problemas no desenvolvimento do ensino de Matemática, inclusive pelos documentos oficiais; no entanto, existem diferentes maneiras de desenvolvê-la em sala de aula. Assim, pretendemos destacar a Metodologia que utilizamos na aplicação das atividades durante nossa pesquisa de campo envolvendo a temática Álgebra.

Trata-se da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas que vêm sendo recomendada pelas pesquisadoras brasileiras Lourdes de La Rosa Onuchic e Norma Suely Gomes Allevato. Vale ressaltar que, de acordo com as autoras o termo "**através**" significa no decorrer do processo de resolução. Nessa perspectiva metodológica, o aluno é o protagonista do seu processo de aprendizagem que são construídos durante a resolução de um problema e que serão posteriormente formalizados pelo professor.

Assim, o professor deve propor aos estudantes problemas que tenham como objetivo constuir de aprendizagem de novos conteúdos, conceitos e procedimentos matemáticos, antes de se apresentar formalmente sua teoria e a linguagem matemática mais adequado à sua resolução.

Essa metodologia de ensino, tal como é apresentada por Allevato e Onuchic (2021) é diferente daquelas em que regras de "como fazer" são privilegiadas. Ou seja, o problema é o ponto de partida e orientação para o ensino e a aprendizagem de novos conteúdos, conceitos, princípios ou procedimentos matemáticos e para a avaliação, que será realizada durante todo o processo de resolução. Por isso, a palavra composta "Ensino-Aprendizagem-Avaliação", de acordo com as autoras expressa a concepção de que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante o processo de resolução dos problemas, ou seja, durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como mediador. Trata-se, portanto, de uma configuração de trabalho em que a avaliação é integrada ao processo de ensino-aprendizagem. É nesse sentido que Costa e Allevato (2015) consideram a Resolução de Problemas como uma fonte de avaliação em seu mais amplo sentido; como integradora das atividades em sala de aula, como objetivos realmente didáticos de diagnóstico e conhecimento da realidade de sala de aula e das condições individuais dos alunos.

Para Pironel (2019) a avaliação nesse contexto é utilizada, concentrando no processo de resolução pelos estudantes em que o professor se mantém-se como observador, direcionando sua atenção aos alunos a fim de coletar as primeiras informações sobre o desenvolvimento da atividade.

De acordo com esses autores, a avaliação não se encerra na fase de resolução do problema; vai além disso. Ela é concebida como uma parte intrínseca e integrada ao processo de resolução pelos estudantes, pois a principal função da resolução de problemas deve ser o desenvolvimento da compreensão matemática dos estudantes. Evidências de que eles compreendem, não compreendem, ou compreendem mal determinados conceitos ou conteúdos geralmente se manifestam quando resolvem problemas.

Assim, o professor consegue acompanhar os avanços dos estudantes e, com isso, aumentar a aprendizagem e (re)planejar sua prática docente quando necessário. Portanto, para que uma atividade matemática se configure, de fato, como um problema, o professor não deve oferecer aos estudantes regras ou métodos específicos de como resolver, mas precisa escolher e/ou preparar

problemas de acordo com o ano/série de escolaridade do aluno, adequados aos objetivos do conhecimento que se pretende construir a partir de seus conhecimentos prévios. O esquema a seguir, em dez etapas sugeridas pelas autoras, facilita a aplicação da Metodologia em sala de aula, dando ideias de como o professor deve trabalhar com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação em sala de aula:

ETAPAS SUGERIDAS POR ALLEVATO E ONUCHIC

Fonte: Allevato e Onuchic (2021)

De acordo com Allevato e Onuchic (2021), trabalhar desssa forma, conteúdos, habilidades, conceitos e procedimentos matemáticos são desenvolvidos e aprendidos no contexto da resolução de problemas, e o estudante tem a oportunidade de desenvolver processos do pensamento matemático, e o trabalho de ensinar Matemática em sala de aula acontece em um ambiente de investigação e colaboração.

2.2 ORIENTAÇÕES DIDÁTICO-PEDAGÓGICAS PARA O PROFESSOR USUFRUIR DA METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO EM SUAS AULAS

Com intuito de esclarecer o esquema apresentado na seção anterior (p. 16) para que o professor possa usufruir melhor dessa metodologia de ensino em sala de aula através da resolução de problemas, o professor deve:

ETAPAS		PROCEDIMENTOS
1ª	Proposição do problema	Selecionar em um livro didático ou elaborar um problema, denominando-o problema gerador.
2ª	Leitura individual	Distribuir um problema impresso para cada aluno e solicitar a leitura do mesmo.
3ª	Leitura em conjunto	Organizar a turma em pequenos grupos e solicitar uma nova leitura coletiva do problema. O professor auxilia os alunos na compreesão do poblema.
4ª	Resolução do problema	A partir do entendimento do problema, os alunos tentam resolvê-lo em grupo, permitindo, assim, a construção de conhecimento sobre o conteúdo que o professor planejou para aquela aula.
5ª	Observar e incentivar	O professor passa a ser observador, organizador e mediador do processo, incentivado a utilizarem os conhecimentos prévios.
6ª	Registro das resoluções na lousa	Um representante do grupo é convidado para anotar na lousa os resultados obtidos quer estejam certos ou errados ou feita por diferentes processos.
7ª	Plenária	Em conjunto todos (professor e alunos) discutem as resoluções apresetadas pelos alunos.
8ª	Busca do consenso	Após as discussões e com as dúvidas sanadas, o professor juntamente com os alunos tenta chegar a um consenso sobre o resultado correto.

9ª	Formalização do conteúdo	O professor registra na lousa uma apresentação formal, organizada e estruturada em linguagem Matemática sobre o conteúdo em estudo.
10ª	Proposição de novos problemas	Nessa etapa, após a formalização do conteúdo, propõem-se novos problemas.

Na última etapa, o professor ou os próprios alunos com ajuda do professor propõem novos problemas relacionados ao tema estudado em sala de aula, com o intuito de reforçar ou avaliar a aprendizagem dos alunos após a formalização do conteúdo, ou mesmo de ampliar a aprendizagem, reiniciando o ciclo das dez etapas. Dessa forma a metodologia incentiva os alunos a se envolverem ativamente no processo de aprendizagem, permitindo que explorem e investiguem o problema por conta própria. Ao invés de receberem instruções passivas, eles são desafiados a pensar criticamente, colaborar em grupo e buscar soluções.

Essa recomendação de Allevato e Onuchic (2021) para o desenvolvimento da Resolução de Problemas em sala de aula está em conformidade com o que é proposto pela BNCC. Ou seja, o documento apresenta a resolução e elaboração de problemas como método de ensino e, também, como habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes do Ensino Fundamental.

Reitere-se que essas etapas constituem apenas uma das possibilidades para o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos centrados na Resolução de Problemas. Vale destacar que essas etapas são flexíveis e, portanto, devem ser utilizadas e/ou adaptadas conforme a necessidade de cada turma.

EXPLORE MAIS SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, ACESSANDO AS PRODUÇÕES BIBLIOGRÁFICAS.

DIFERENTES ABORDAGENS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

O ENSINO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA A APRENDIZAGEM DE EQUAÇÃO POLINOMIAL DO 1° GRAU COM UMA INCÓGNITA

A BNCC E O ENSINO DE ÁLGEBRA NO SEXTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

CAPÍTULO

3

SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Resolução de Problemas

2.1 PROBLEMA 1: Daniela e Henrique

Objetos de conhecimento: Linguagem algébrica: variável e incógnita

HABILIDADE:
(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.

Este problema desafia os alunos a aplicarem conceitos de Álgebra na resolução de equações simples, sem mesmo ter tido contato anterior com o objeto de conhecimento. Contextualizamos um problema do cotidiano ou uma situação real que requer a formulação e resolução de uma equação.

Leia o diálogo a seguir:

a) Represente com expressões algébricas as falas de Daniele e Henrique.

b) Determine os resultados obtidos por Daniele e Henrique, sabendo que ela pensou no número 3 e ele pensou no número 8.

Fonte: Adaptada de Teixeira (2022)

Para entendermos melhor o sentido da atividade proposta, é importante saber que ao utilizarmos uma variável em uma equação, estamos estabelecendo uma relação entre essa variável e outras grandezas conhecidas. Podemos manipular a equação para resolver a variável desconhecida e encontrar seu valor específico. Por outro lado, a ideia de incógnita também está relacionada a uma quantidade desconhecida em uma equação. No entanto, a principal diferença é que a incógnita é uma quantidade específica que está sendo procurada ou que desejamos descobrir. Ela é identificada e representada por uma variável na equação, mas nem toda variável é necessariamente uma incógnita. Portanto, a variável é uma representação geral usada para expressar relações entre grandezas, enquanto a incógnita é uma variável específica que procuramos descobrir ou resolver em uma equação. Portanto aqui trabalharemos a ideia de incógnita.

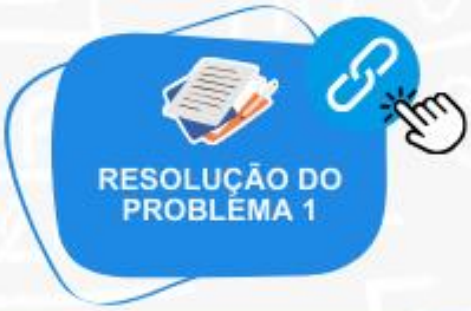
Nessa atividade o estudante deverá entender as falas de Daniele e Henrique, e deve compreender as instruções fornecidas por eles, que descrevem as operações matemáticas realizadas com os números que eles pensaram.

Em seguida deverá traduzir as falas para expressões algébricas representando as falas de Daniele e Henrique por meio de expressões algébricas, onde uma incógnita (como x, y ou outro qualquer símbolo) representa o número que cada um pensou.

Na sequência o estudante deverá substituir os valores das incógnitas substituindo os valores conhecidos (os números que Daniele e Henrique pensaram) nas expressões algébricas correspondentes. E finalmente o estudante deve calcular o resultado de cada expressão após substituir os valores das incógnitas, depois interpretar os resultados, calcular os resultados das expressões algébricas, o estudante deve interpretar o que cada resultado significa em relação ao número que Daniele e Henrique pensaram.

Em resumo, o estudante deve compreender o problema, traduzi-lo para expressões algébricas, substituir os valores conhecidos, realizar as operações matemáticas e interpretar os resultados para resolver efetivamente o problema proposto.

Adotando a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problema, a abordagem para a introdução do problema aos alunos seguiu um conjunto de passos cuidadosamente planejados. Durante o processo de resolução, os alunos foram incentivados a aplicar os conceitos aprendidos e a utilizar as estratégias que considerassem mais adequadas.



2.2 PROBLEMA 2: Sequências

Objetos de conhecimento: Linguagem algébrica: variável e incógnita

HABILIDADE:
(EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.

Neste problema, os alunos são solicitados a resolver expressões algébricas envolvendo adição e subtração de termos semelhantes. Trazemos uma situação-problema que envolve simplificação de expressões algébricas com termos semelhantes, com o propósito de reforçar a compreensão de como simplificar e manipular expressões algébricas através da adição e subtração de termos semelhantes.

Leia o diálogo a seguir:

Considere a sequência de termos algébricos: a, a, 2a, 3a, 5a, 8a, 13a, 21a, 34a, ... Junte-se a um colega e, fazendo o que se pede, descubram regularidades nas sequências numéricas.

a) Adicionem dois termos consecutivos quaisquer dessa sequência e comparem com o termo seguinte. O que acontece?

b) Adicionem a à soma dos quatro primeiros termos da sequência. O resultado é igual a algum outro termo da sequência? Em caso afirmativo, qual?

c) Adicionem "a" à soma, a partir do primeiro termo da sequência, de quantos termos quiserem dessa sequência. O resultado é igual a algum termo dessa sequência? Em caso afirmativo, qual?

Fonte: Bianchini (2022)

O objetivo dessa habilidade é que os estudantes utilizem a simbologia algébrica para representar regularidades observadas em sequências numéricas. Através do uso de letras e símbolos matemáticos, os alunos serão capazes de expressar padrões e relações matemáticas de forma mais geral, assim como de identificar as regras ou fórmulas subjacentes a uma sequência numérica e representá-las de forma algébrica.

Pontando é fundamental para o desenvolvimento da compreensão dos padrões matemáticos e da capacidade de representá-los de forma mais abstrata. Ela também prepara os estudantes para estudos mais avançados em álgebra e matemática em geral, nos quais o uso da simbologia algébrica é amplamente empregado para a Resolução de Problemas e a análise de relações matemáticas.

No item (a) Adição de dois termos consecutivos, o aluno deverá escolher quaisquer dois termos consecutivos na sequência, e fazer a soma. Logo após comparar o resultado com o próximo termo na sequência e verificar se o resultado da adição dos dois termos consecutivos é igual ao próximo termo na sequência escolhida.

Na resolução do item (b), foi solicitado para adicionar 'a' à soma dos quatro primeiros termos. O aluno terá que iniciar com a escolha dos quatro primeiros termos da sequência, e fazendo a adição, obtendo como resultado: a + a + 2a + 3a = 7a, na sequência, deverá adicionar 'a' a essa soma e obterá o sexto termo da sequência: 7a + a = 8a.

No item (c), para resolver o problema tivemos que primeiramente, identificar os termos dados na sequência: a, a, 2a, 3a, 5a, 8a. Em seguida, procedemos à soma dos seis primeiros termos: a + a + 2a + 3a + 5a + 8a agrupando os termos semelhantes, obtemos: a + a + 2a + 3a + 5a + 8a = 20a. Portanto, a soma dos seis primeiros termos é 20a. Depois, adicionamos o termo "a " ao resultado da soma dos seis primeiros termos resultando 20a + a = 21a. Assim, 21a é o resultado da adição do termo "a" à soma dos seis primeiros termos da sequência. Ao identificar os termos da sequência, observamos que 21a corresponde ao 8º termo da sequência, seguindo o padrão dos números de Fibonacci. Na sequência de Fibonacci, cada termo é obtido pela soma dos dois termos anteriores. Portanto, 21a é a soma dos 7º e 6º termos da sequência 13a + 8a , que resulta em 21ª. Assim, concluímos que 21a é corretamente identificado como o 8º termo da sequência a, a, 2a, 3a, 5a, 8a.

2.3 PROBLEMA 3: Padrões na Matemática

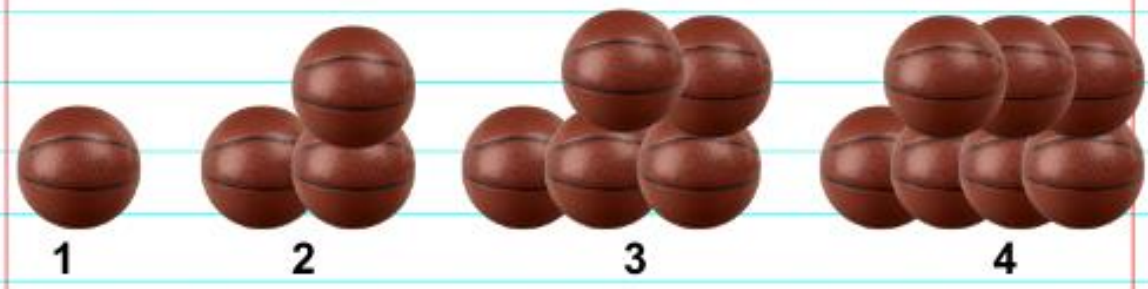
Objetos de conhecimento: Linguagem algébrica - variável e incógnita

HABILIDADE:

(EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.

Este problema envolve a resolução de equações e sequência numéricas. Contextualizamos uma situação que requer a resolução de equações em um contexto real ou do cotidiano, permitindo que o aluno desenvolva a habilidade de resolver equações e interpretar as soluções obtidas.

Observe a sequência de bolinhas abaixo e responda às perguntas:



a) Desenhe as bolinhas que devem ocupar a 5ª posição para que seja mantido o padrão da sequência.

b) Quantas bolinhas devem ocupar a 11ª posição? E a 35ª posição? Justifique.

c) Qual o padrão encontrado na relação do número de bolinhas com o número de sua posição?

Fonte: Adaptada de Morais e Huanca (2021)

O objetivo dessa atividade é incentivar os alunos a utilizarem a simbologia algébrica de maneira a expressar regularidades identificadas em sequências numéricas, visando aprofundar a compreensão dos padrões matemáticos subjacentes. Isso proporcionará aos alunos a capacidade de generalizar suas observações e representar esses padrões, fortalecendo suas habilidades de raciocínio matemático e abstração.

Portanto nessa atividade, os alunos inicialmente devem identificar o padrão presente nas sequências (1), (2), (3) e (4) da atividade proposta.

Em seguida, escrever esse padrão de maneira condizente. Além disso, é importante que sejam capazes de extrapolar esse padrão para escrever as sequências subsequentes, demonstrando assim sua compreensão dos conceitos e sua habilidade de aplicá-los de forma coerente.

Esse processo não apenas fortalecerá sua capacidade de reconhecer regularidades matemáticas, mas também os preparará para enfrentar desafios mais complexos e abstratos no futuro.

RESOLUÇÃO DO PROBLEMA 3

2.4 PROBLEMA 4: Aula de Arte

Objetos de conhecimento: Aula de Arte

HABILIDADE:
(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.

Os alunos são desafiados a resolver problemas que envolvem equações com uma incógnita, que requer a formulação e resolução de equações em um contexto do cotidiano ou da vida real, para desenvolver a habilidade de resolver problemas que envolvem sistemas de equações com incógnitas.

Leia a seguinte situação e complete os espaços em branco.

Para a aula de Arte, Mariana recortou uma folha retangular, cujo perímetro mede 55 cm, de modo que a medida do comprimento fosse igual ao quádruplo da medida da largura. Se x é a medida da largura, então _____ é a medida do comprimento da folha. Assim, a equação que representa a medida do perímetro é _____. Resolvendo essa equação, descobrimos que a largura mede _____ cm e o comprimento mede _____ cm.

Fonte: Silveira (2022)

O objetivo da habilidade de identificar a equivalência de expressões algébricas e reconhecer regularidades em sequências numéricas e possibilitar que os alunos compreendam e manipulem efetivamente símbolos e padrões matemáticos. Ao desenvolver essa habilidade, os alunos são capazes de entender as relações entre incógnitas. Ao identificar a equivalência entre diferentes expressões algébricas, os alunos compreendem como diferentes formas de representação podem descrever a mesma relação matemática entre variáveis, além de simplificar expressões e resolver equações.

Na presente atividade, optamos por introduzir o uso de incógnitas para que os estudantes pudessem se familiarizar com esse conceito fundamental na álgebra.

Portanto, o aluno deve aplicar conceitos de geometria e álgebra para resolver o problema proposto. Primeiramente, ele deve compreender a relação entre as medidas de comprimento e largura da folha retangular, utilizando a informação de que o comprimento é igual ao quádruplo da largura. Em seguida, deve estabelecer uma equação que represente o perímetro da folha em termos da largura, utilizando a fórmula do perímetro de um retângulo. Depois, resolver essa equação para encontrar o valor da largura. Por fim, utilizar o valor encontrado para a largura na expressão que representa o comprimento e calcular seu valor.

RESOLUÇÃO DO PROBLEMA 4

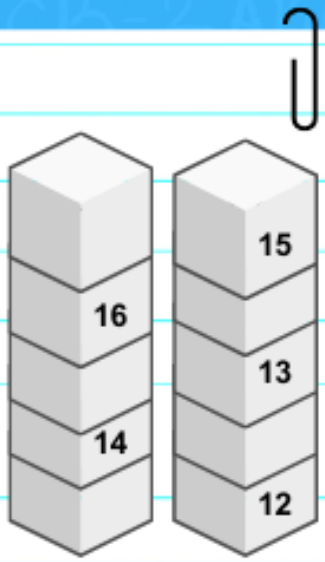
2.5 PROBLEMA 5: As Caixas

Objetos de conhecimento: Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais.

HABILIDADE:
(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.

Neste problema, os alunos são solicitados a aplicar propriedades das operações com números inteiros na resolução de expressões algébricas. Aplicaremos os problemas que envolvem a simplificação de expressões algébricas com números inteiros e a aplicação das propriedades das operações e sua aplicação na resolução de expressões algébricas.

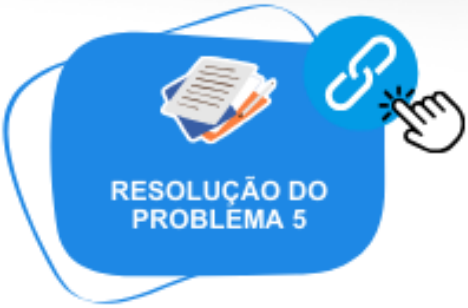
Com as 10 caixas que tenho, fiz duas pilhas de mesma altura, conforme mostra o desenho.



Observe que, em algumas caixas, coloquei um adesivo com um número que representa a medida da sua altura em centímetro. As que estão sem adesivo têm a mesma altura.

a) Calcule a medida da altura das caixas sem adesivo.

b) Qual é a medida da altura de cada pilha de caixas?



Fonte: Adaptada de Bianchini (2022)

Esta atividade tem como objetivo habilitar os alunos a compreender e aplicar o conceito de grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais na resolução de problemas. Através da metodologia de Resolução de Problemas, os alunos serão incentivados a identificar e interpretar situações que envolvem esses tipos de proporcionalidade, formular equações adequadas que representem essas relações proporcionais e, em seguida, resolver essas equações para encontrar soluções significativas. Ao final da atividade, espera-se que os alunos estejam aptos a aplicar esses conceitos em contextos práticos e a interpretar corretamente situações que envolvam grandezas proporcionais em seu cotidiano.

As equações polinomiais de 1º grau são equações algébricas que envolvem apenas uma variável ou incógnita elevada à potência 1 (ou seja, uma variável linear) e têm a forma geral ax + b = c, onde "a", "b" e "c" são constantes conhecidas e "x" é a variável desconhecida que estamos tentando determinar. Resolver uma equação desse tipo significa encontrar o valor de "x" que a torna verdadeira.
Ao resolver problemas que envolvem equações polinomiais de 1º grau, podemos utilizar as propriedades da igualdade para manipular a equação e isolar a variável "x" em um dos lados da equação. Podemos adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir ambos os lados da equação por um número para simplificar e encontrar o valor de "x".

Portanto, o objetivo é resolver problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade. Além disso, é importante elaborar problemas que envolvam essas equações, de modo que os alunos possam aplicar suas habilidades em álgebra e utilizar as propriedades da igualdade para resolver os problemas propostos.

Para resolver essa atividade, podemos seguir os seguintes passos: Como temos 10 caixas e 5 delas têm a mesma altura, que expressaremos por x, podemos calcular a altura total dessas caixas somando 5 vezes o valor de x, ou seja, (x + x + x + x + x) = 5x. Sabemos que a altura total das 10 caixas é a mesma em ambas as pilhas, então a altura da primeira caixa terá que ser equação I= (3x + 30) e a da segunda caixa equação II= (2x + 40). Assim, a altura total das duas pilhas é igual. Para calcular o valor de x, podemos igualar as duas equações encontradas. Portanto, a medida da altura das caixas sem adesivo é 10.

Para resolução do item (b), podemos fazer a substituição do valor de x, tanto na equação I, como na equação II, que encontraremos o mesmo resultado. Cada pilha tem 60 cm.

2.6 PROBLEMA 6: Roda Gigante

Objetos de conhecimento: Equações polinomiais do 1º grau.

HABILIDADE:

(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma , fazendo uso das propriedades da igualdade.

Este problema desafia os alunos a resolverem problemas que envolvem a interpretação e manipulação de dados apresentados em tabelas ou gráficos. O aluno poderá interpretar e manipular de dados apresentados em tabelas ou gráficos em um contexto do cotidiano e desenvolver a habilidade de interpretar e analisar dados apresentados em tabelas ou gráficos e aplicar essas informações na resolução de problemas.

O gerente de um parque colocou um cartaz com a seguinte informação:

> Para entrar em uma roda-gigante de um parque de diversões, uma pessoa deve pagar R$ 4,00 mais R$ 0,30 para cada 1 minuto na atração.

Com base nas informações...

Escreva uma expressão algébrica que represente o preço em reais que deve ser pago de acordo com o tempo na atração, sendo a variável que representa os minutos na roda-gigante.

Fonte: Adaptado de Dante e Viana (2022)

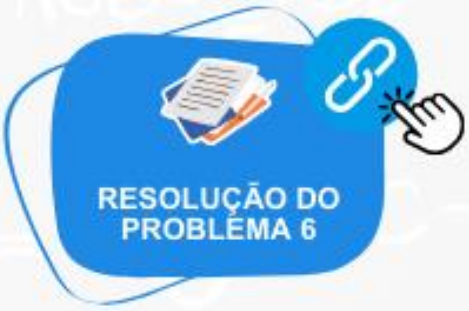
O objetivo dessa atividade é elaborar e resolver problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax+b=c, utilizando as propriedades da igualdade. Através desta atividade, os alunos serão capazes de aplicar conceitos matemáticos para modelar situações do mundo real em equações do 1º grau. Eles irão praticar a Resolução de Problemas, identificando as incógnitas, aplicando as propriedades da igualdade para isolar a incógnita e, finalmente, encontrando a solução da equação. Isso ajudará os alunos a desenvolverem habilidades de raciocínio lógico, interpretação de problemas e aplicação de conceitos matemáticos em contextos práticos.

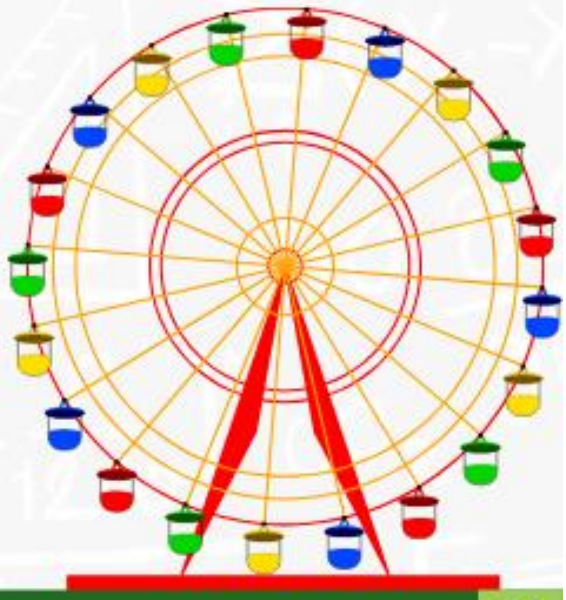
Para resolver essa atividade, primeiro precisamos escrever a expressão algébrica que representa o preço a ser pago de acordo com o tempo na atração. Seja P o preço em reais e M a variável que representa os minutos na roda-gigante.

A expressão algébrica que representa o preço a ser pago é 4 + 0,3M, onde 0,3 reais é o preço por minuto na roda-gigante.

Para calcular o preço a ser pago por uma pessoa que fica 20 minutos na roda-gigante, basta substituir na expressão algébrica: 4 + 0,3M = 10. Então, o preço a ser pago é R$ 10,00 quando o cliente fica 20 minutos na roda-gigante.

Agora, para determinar o valor de M quando o preço pago é R$ 11,50, podemos resolver a equação, igualando a equação ao valor informado na questão 4 + 0,3M =11,50 e resolvemos a equação chegaremos ao valor de 25. Portanto, o cliente ficou 25 minutos na atração para pagar R$ 11,50.





CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo deste E-Book, exploramos diversos conceitos e estratégias para aplicação da metodologia cujo objetivo foi investigar como ocorrem os processos de ensino, aprendizagem e avaliação em relação aos objetos de conhecimento envolvendo a Álgebra com os estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.
Desde a identificação dos problemas até a formalização das respostas, buscamos oferecer aos leitores uma abordagem abrangente e prática para aprimorar suas habilidades na resolução de problemas.

Durante esse percurso, destacamos a importância da análise cuidadosa dos problemas, buscamos técnicas de resolução e a reflexão sobre os processos envolvidos. Acreditamos que o desenvolvimento dessas habilidades não apenas fortalece o entendimento dos conceitos matemáticos, mas também promove o pensamento algébrico e a criatividade.

Ao chegarmos à fase final de formalização das respostas, enfatizamos a importância da revisão e correção, bem como o estímulo à proposição de novos problemas. Essa etapa não apenas consolida o aprendizado, mas também incentiva os estudantes a se tornarem pensadores independentes e proativos na busca por soluções.

Esperamos que este *E-Book* possa ser uma fonte útil e inspiradora para professores e entusiastas da matemática, incentivando-os a enfrentar problemas matemáticos com confiança e determinação. Continuaremos a buscar maneiras de aprimorar nossas habilidades e compartilhar conhecimentos, colaborando assim o crescimento contínuo e a excelência na resolução de problemas matemáticos.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: Por que através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R. et al. (Org). Resolução de Problemas: teoria e prática. 2. ed. Jundiaí, SP: Paco Editorial, 2021. p. 37-57.

BIANCHINI, E. Matemática Bianchini: 7º ano. 10. ed. São Paulo: Moderna, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Educação é a Base. Brasília, 2018. Disponível em: http://www.basenacionalcomum.mec.gov.br. Acesso em: 10 jan. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (5ª a 8ª séries). Brasília, 1998.

COSTA, M. S.; ALLEVATO, N, S. G. Avaliação: um processo integrado ao ensino e à aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. Acta Scientiae, v.17, n.2, p. 292-310, 2015

COSTA, M. S. Um panorama da resolução de problemas na visão das pesquisadoras brasileiras Onuchic e Allevato. REMAT: Revista Eletrônica da Matemática, Bento Gonçalves, RS, v. 7, n. especial, p. e400, 2021.

DANTE, L. R.; VIANA, F. Teláris Essencial: Matemática: 7º Ano.1. ed. São Paulo: Ática, 2022.

MORAIS, R. S.; HUANCA, R. R. H. Álgebra. In: ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S.; NOGUTI, F. C.; JUSTULIN, A. M. (Orgs.). Resolução de Problemas - Teoria e Prática. Paco Editorial: Jundiaí, 2021.

NATIONAL Council of Teachers of Mathematics - NCTM. An agenda for action: recommendations for school mathematics for the 1980s. Reston: NCTM, 1980. Disponível em: <http://www.nctm.org/standards/content.aspx?id=17278>. Acesso em: 25 fev. 2023.

NATIONAL Council of Teachers of Mathematics - NCTM. Principles and Standards for School Mathematics. Reston: NCTM, 2000. Disponível em: https://www.nctm.org/store/Products/NCTM-Principles-and-Standards-forSchool-Mathematics,-Full-Edition-(PDF)/. Acesso em: 18 dez 2022.

PIRONEL, M. Avaliação para a aprendizagem: metodologia de ensinoaprendizagem-avaliação de matemática através da Resolução de Problemas em Ação. 296 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2019.

POLYA, G. A arte de resolver problemas. Tradução: Heitor Lisboa de Araújo - Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

SILVEIRA, E. Desafios da Matemática com Ênio Silveira: 7º ano. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2002.

TEIXEIRA., L. A (Editora). SuperAção - Matemática 7º ano: manual do professor - obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2022.

RESOLUÇÃO DOS PROBLEMAS

PROBLEMA 1
Daniela e Henrique

Leia o diálogo a seguir:

a) Represente com expressões algébricas as falas de Daniele e Henrique.

b) Determine os resultados obtidos por Daniele e Henrique, sabendo que ela pensou no número 3 e ele pensou no número 8.

RESOLUÇÃO

ITEM (A)

O número pensado pelos estudantes: pode ser representado por letras ou símbolos.

1. Fala de Daniele: $(2x + 2) - 1$
2. Fala de Henrique: $(4x - 8) : 4$

ITEM (B)

1. Daniele pensou no número 3, fazendo a substituição na expressão fica: $(2.3 + 2) - 1 = 7$

2. Henrique pensou no número 8, então: $(4.8 - 8):4=(32-8):4 = 6$

PROBLEMA 2
Sequências

Considere a sequência de termos algébricos: a, a, 2a, 3a, 5a, 8a, 13a, 21a, 34a, ... Junte-se a um colega e, fazendo o que se pede, descubram regularidades nas sequências numéricas.

a) Adicionem dois termos consecutivos quaisquer dessa sequência e comparem com o termo seguinte. O que acontece?
b) Adicionem a à soma dos quatro primeiros termos da sequência. O resultado é igual a algum outro termo da sequência? Em caso afirmativo, qual?
c) Adicionem a à soma, a partir do primeiro termo da sequência, de quantos termos quiserem dessa sequência. O resultado é igual a algum termo dessa sequência? Em caso afirmativo, qual?Daniele e Henrique, sabendo que ela pensou no número 3 e ele pensou no número 8.

RESOLUÇÃO

ITEM (A)

Quaisquer termos, tomados de 2 a 2, somados entre si, resultará no termo seguinte.

Exemplos:

$a+2a=3a$

$3a+5a=8a$

$8a+13a=21a$

ITEM (B)

Os quatros primeiros termos são: a, a, 2a, 3a. Adicionando o termo (a) á soma desses quatros termos resultará.

$a+a+2a+3a=7a$

$7a+a=8a$ *que é o 6º termo da sequência*

ITEM (C)

Selecionamos os termos: a, a, 2a, 3a, 5a, 8a

Somando os termos: $a+a+2a+3a+5a+8a=20a$

Adicionando o termo (a) ao sesultado: $20a+a=21a$

O Resultado deu $21a$

Adicionamos os seis primeiros e o resultado foi o 8º termo da sequência.

PROBLEMA 3
Padrões na Matemática

Observe a sequência de bolinhas abaixo e responda às perguntas:

a) Desenhe as bolinhas que devem ocupar a 5ª posição para que seja mantido o padrão da sequência.

b) Quantas bolinhas devem ocupar a 11ª posição? E a 35ª posição? Justifique.

c) Qual o padrão encontrado na relação do número de bolinhas com o número de sua posição?

RESOLUÇÃO

ITEM (A)

ITEM (B)

A quantidade de bolinhas que ocupará a 11ª posição será: 11 + 10 = 21

Da mesma forma a quantidade 35ª posição será: 35 + 34 = 69

ITEM (C)

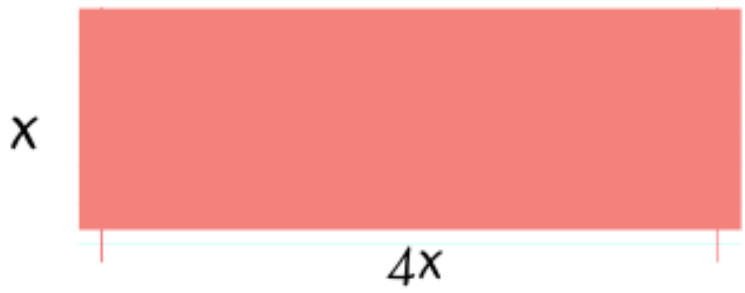
Podemos observar vários padrões, sendo um deles: Adicionando á posição atual somada á posição anterior.

PROBLEMA 4
Aula de Arte

Leia a seguinte situação e complete os espaços em branco.

Para a aula de Arte, Mariana recortou uma folha retangular, cujo perímetro mede ***55 cm***, de modo que a medida do comprimento fosse igual ao quádruplo da medida da largura. Se ***x*** é a medida da largura, então 4x é a medida do comprimento da folha. Assim, a equação que representa a medida do perímetro é ***2(x+4x)*** Resolvendo essa equação, descobrimos que a largura mede 5,5 cm e o comprimento mede ***22 cm***.

RESOLUÇÃO



O perímetro da figura, é a soma de todos os lados: $2(x+4x) = 55$

A largura é representada por "x" e o comprimento é o quádruplo da largura, então fica: $4x$

Resolvendo a equação:

$2(x+4x) = 55$

$2x+8x = 55$

$10x=55$

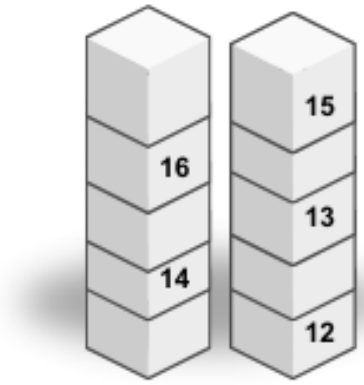
$X=55:10$

$X=5,5$ *cm*

A largura mede 5,5 cm e comprimento é : $4.(5,5) = 22$ *cm*

PROBLEMA 5
As Caixas

Com as 10 caixas que tenho, fiz duas pilhas de mesma altura, conforme mostra o desenho.



Observe que, em algumas caixas, coloquei um adesivo com um número que representa a medida da sua altura em centímetro. As que estão sem adesivo têm a mesma altura.

a) Calcule a medida da altura das caixas sem adesivo.
b) Qual é a medida da altura de cada pilha de caixas?

RESOLUÇÃO

ITEM (A)

Colocamos o adesivo com a letra x, em seguida igualamos a altura das duas pilhas:

Pilha I: $x+x+x+16+14$

Pilha II: $x+x+12+13+15$

Igalando as duas expressões

$3x+30=2x+40$

$3x-2x=40-30$

$x=10$

O valor de cada caixa na pilha é igual a 10 cm

ITEM (B)

Agora fazendo a substituição em qualquer um dos lados da equação temos:

$3x+30$ *(substituindo o valor de x, que é igual a 10 na equação)*

$3(10)+30 = 60$ *cm*

Portanto cada pilha tem 60cm de altura

PROBLEMA 6
Roda-gigante

O gerente de um parque colocou um cartaz com a seguinte informação:

> Para entrar em uma roda-gigante de um parque de diversões, uma pessoa deve pagar R$ 4,00 mais R$ 0,30 para cada 1 minuto na atração.

Com base nas informações...
Escreva uma expressão algébrica que represente o preço em reais que deve ser pago de acordo com o tempo na atração, sendo a variável que representa os minutos na roda-gigante.

Agora responda:
a) Qual é o preço a ser pago por uma pessoa que fica 20 minutos na roda-gigante, ou seja, qual preço será pago quando o valor numérico da variável for 20?
b) Se um cliente pagou R$ 11,50, para descobrir a quantidade de minutos que ele ficou na atração, pode-se determinar o valor da incógnita na equação . Qual é o valor de nesse caso?

RESOLUÇÃO

ITEM (A)

A expressão deverá ser expressa da seguinte forma: $4 + 0{,}3m = 11{,}50$

Portanto ao substituir 20 na incógnita "m", ficará:

$4 + 0{,}3\,(20) = 10$

O valor a ser pago será de R$10,00 reais

ITEM (B)

Utilizaremos a equação informada no problema. E resolvendo a equação teremos:

$0{,}3\,m = 11{,}50 - 4$

$0{,}3m = 7{,}5$

$m = 7{,}5 : 0{,}3$

$m = 25$

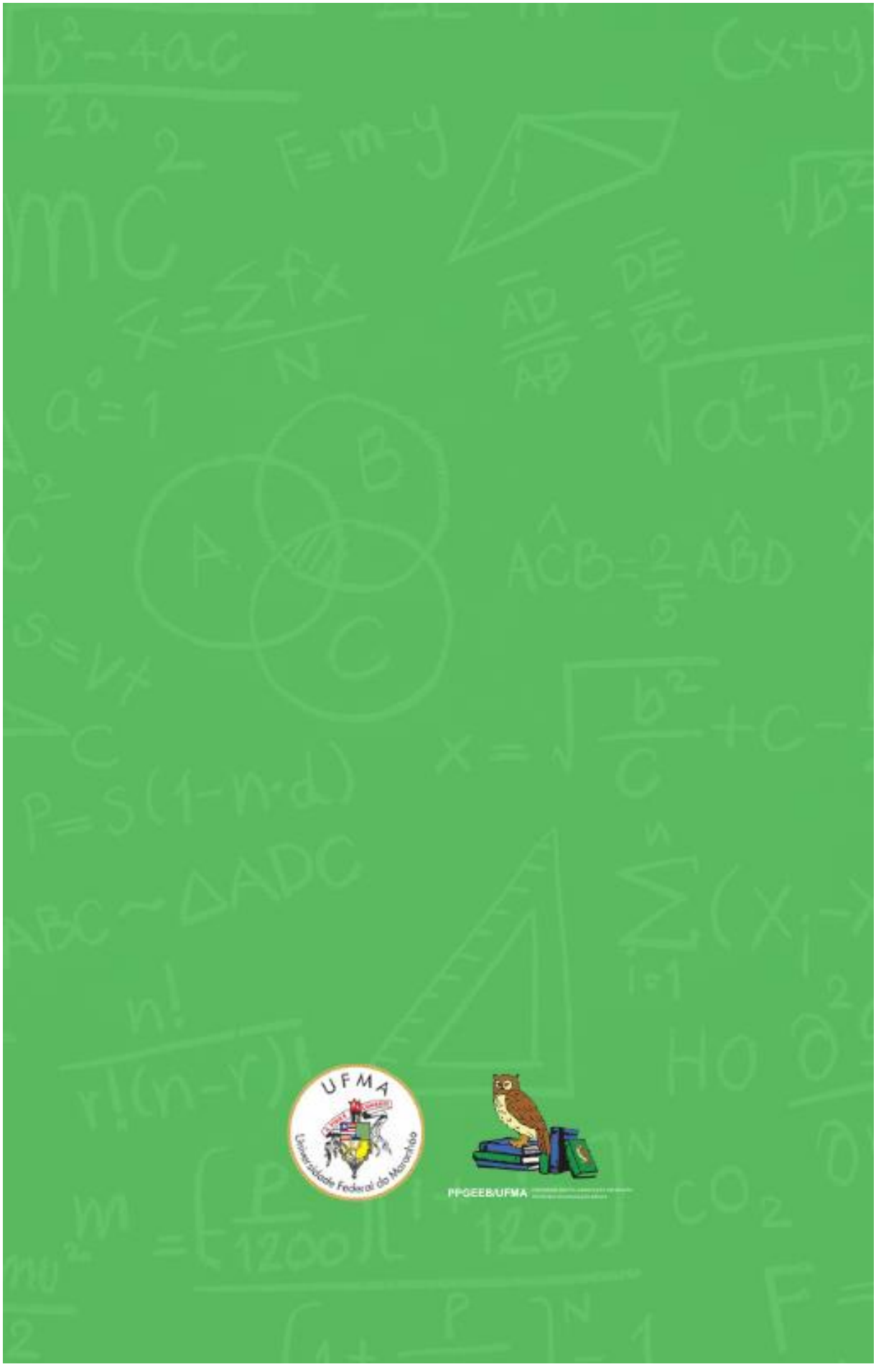
Portanto o cliente pagou R$11,50 e ficou por 25 minutos na roda gigante

SOBRE A AUTORA

Ana Célia de Jesus Martins, professora de Matemática dos ensinos Fundamental, Médio e Técnico profissionalizante, mestranda em Educação: Gestão de Ensino da Educação Básica pela Universidade Federal do Maranhão - UFMA, Especialista em Ensino de Matemática (2020) pela Faculdade de Administração, Ciência e Educação - FAMART e Graduada em Licenciatura de Matemática (2019) pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão (IFMA). Membro do Grupo de Estudos e Pesquisas em Ensino de Matemática na Educação Básica (GEPEMEB) e do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GEPEM).

SOBRE O ORIENTADOR

Prof. Manoel dos Santos Costa. Doutor e Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul / São Paulo. Graduado em Ciências (licenciatura) com habilitação em Matemática pelo Centro Universitário Assunção (UniFAI) e em Pedagogia (licenciatura) pelo Centro Universitário de Araras (UNAR). Atualmente é Professor e Pesquisador do Instituto Estadual de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão (IEMA), vinculado à Secretaria de Estado da Educação do Maranhão (SEDUC) e Professor Colaborador do Programa e Pós-Graduação (Mestrado) em Gestão de Ensino da Educação Básica (PPGEEB) da Universidade Federal do Maranhão (UFMA), em São Luís / MA. Membro do Grupo de Pesquisa e Estudos Avançados em Educação Matemática GPEAEM) e Líder do Grupo de Estudos e Pesquisas em Ensino de Matemática na Educação Básica (GEPEMEB). Possui experiência a área de Educação, com ênfase na Educação Matemática, atuando principalmente nas seguintes linhas de pesquisas: Formação (Inicial e Continuada) de professores que ensinam Matemática, Fundamentos e Metodologias do Ensino de Matemática e Resolução de Problemas na Educação Matemática.


UFMA
Universidade Federal do Maranhão
PPGEEB/UFMA

ANEXOS

ANEXO A - Carta de apresentação para pesquisa de campo

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO GESTÃO DE ENSINO DA EDUCAÇÃO BÁSICA (PPGEEB)

CARTA DE APRESENTAÇÃO PARA PESQUISA DE CAMPO

Prezado/a Senhor/a: **Prof Antônio José Correia de Araújo Júnior**
Gestor do Centro de Ensino Cruzeiro de Santa Bárbara

Vimos por meio desta apresentar-lhe o/a estudante **ANA CÉLIA DE JESUS MARTINS** regularmente matriculado/a no **Mestrado Profissional do Programa de Pós-Graduação em Gestão de Ensino da Educação Básica** da Universidade Federal do Maranhão, sob matrícula de Nº **2022107259** para desenvolver sua pesquisa de Mestrado intitulada**: "ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE ÁLGEBRA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMA**: uma intervenção didático-pedagógica no sétimo ano"

Na oportunidade, solicitamos autorização de Vossa Senhoria em permitir a realização desta pesquisa nesta renomada unidade educacional de modo que o/a referido/a estudante possa coletar dados por meio de observações, entrevistas, questionários e/ou outros meios metodológicos que se fizerem necessários.

Solicitamos ainda a permissão para a divulgação desses resultados e suas respectivas conclusões, preservando sigilo e ética, conforme termo de consentimento livre e esclarecido que será assinado pelos sujeitos envolvidos na pesquisa. Esclarecemos que tal autorização é uma pré-condição.

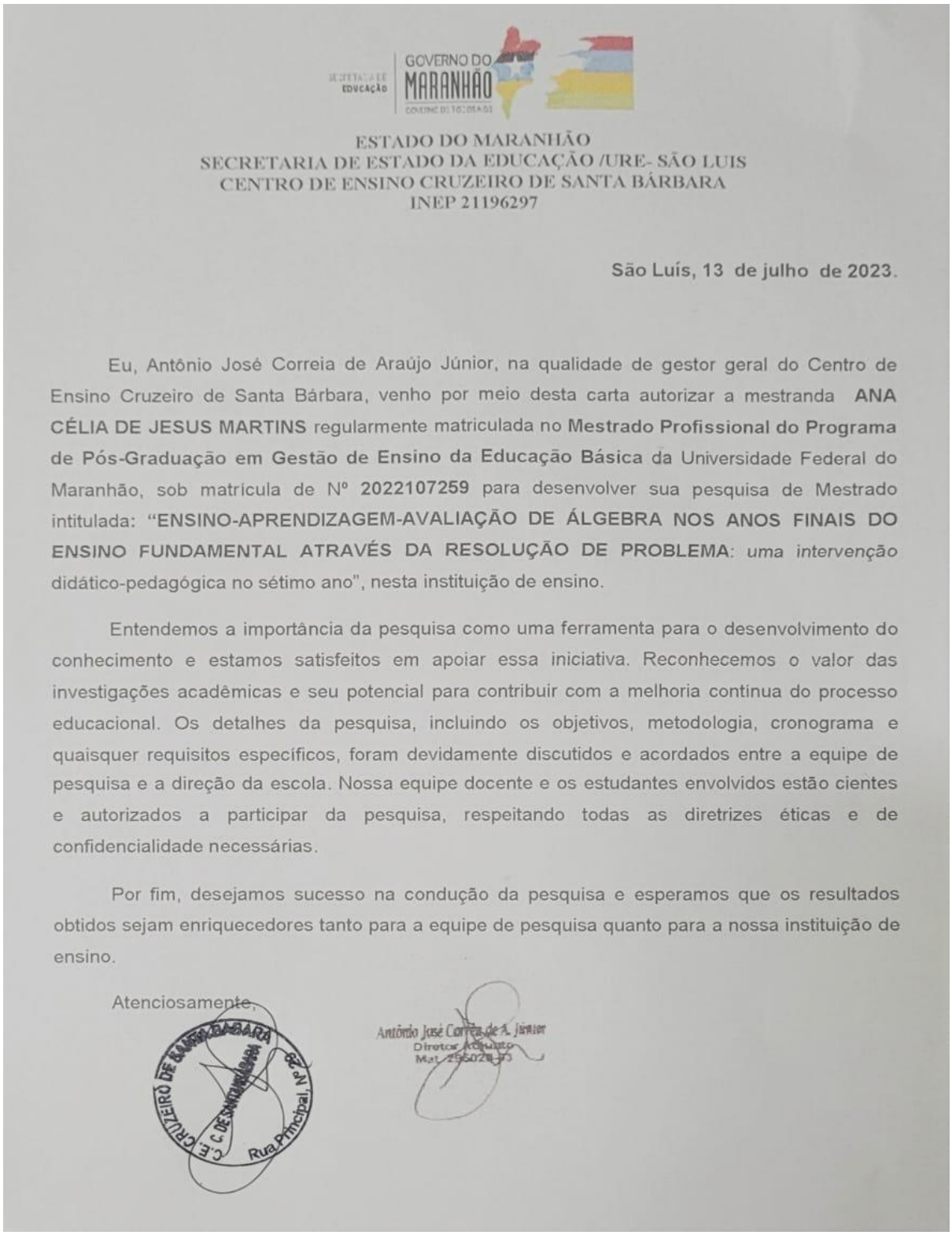
Colocamo-nos à disposição de Vossa Senhoria para quaisquer esclarecimentos.

São Luís, 14 de junho de 2023.

gov.br Documento assinado digitalmente
VANJA MARIA DOMINICES COUTINHO FERI
Data: 14/06/2023 18:00:19-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Profa Dra **Vanja Maria Dominices Coutinho Fernandes**
Coordenadora PPGEEB/UFMA
Matricula SIAPE 1352588

ANEXO B – Carta de autorização da escola



GOVERNO DO MARANHÃO

ESTADO DO MARANHÃO
SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO /URE- SÃO LUIS
CENTRO DE ENSINO CRUZEIRO DE SANTA BÁRBARA
INEP 21196297

São Luís, 13 de julho de 2023.

Eu, Antônio José Correia de Araújo Júnior, na qualidade de gestor geral do Centro de Ensino Cruzeiro de Santa Bárbara, venho por meio desta carta autorizar a mestranda **ANA CÉLIA DE JESUS MARTINS** regularmente matriculada no **Mestrado Profissional do Programa de Pós-Graduação em Gestão de Ensino da Educação Básica** da Universidade Federal do Maranhão, sob matrícula de Nº **2022107259** para desenvolver sua pesquisa de Mestrado intitulada: "**ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE ÁLGEBRA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMA**: *uma intervenção* didático-pedagógica no sétimo ano", nesta instituição de ensino.

Entendemos a importância da pesquisa como uma ferramenta para o desenvolvimento do conhecimento e estamos satisfeitos em apoiar essa iniciativa. Reconhecemos o valor das investigações acadêmicas e seu potencial para contribuir com a melhoria contínua do processo educacional. Os detalhes da pesquisa, incluindo os objetivos, metodologia, cronograma e quaisquer requisitos específicos, foram devidamente discutidos e acordados entre a equipe de pesquisa e a direção da escola. Nossa equipe docente e os estudantes envolvidos estão cientes e autorizados a participar da pesquisa, respeitando todas as diretrizes éticas e de confidencialidade necessárias.

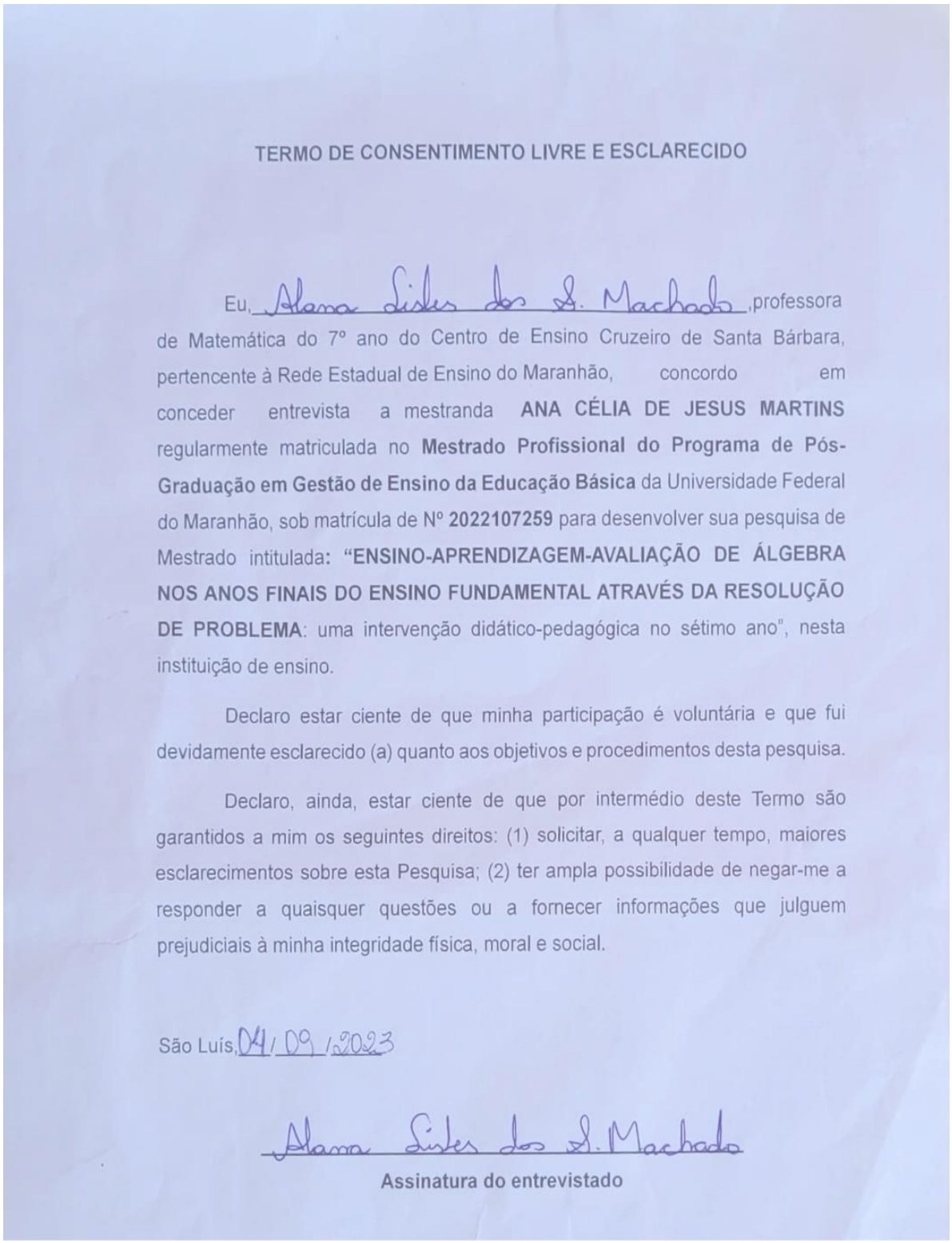
Por fim, desejamos sucesso na condução da pesquisa e esperamos que os resultados obtidos sejam enriquecedores tanto para a equipe de pesquisa quanto para a nossa instituição de ensino.

Atenciosamente,

CRUZEIRO DE SANTA BÁRBARA C. E. Rua Principal, Nº 29

Antônio José Correia de A. Júnior
Diretor Adjunto
Mat. 2560278-0

ANEXO C – Termo de Consentimento livre e esclarecido



TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu, Alana Lisles dos S. Machado, professora de Matemática do 7º ano do Centro de Ensino Cruzeiro de Santa Bárbara, pertencente à Rede Estadual de Ensino do Maranhão, concordo em conceder entrevista a mestranda **ANA CÉLIA DE JESUS MARTINS** regularmente matriculada no **Mestrado Profissional do Programa de Pós-Graduação em Gestão de Ensino da Educação Básica** da Universidade Federal do Maranhão, sob matrícula de Nº **2022107259** para desenvolver sua pesquisa de Mestrado intitulada: **"ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE ÁLGEBRA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMA**: uma intervenção didático-pedagógica no sétimo ano", nesta instituição de ensino.

Declaro estar ciente de que minha participação é voluntária e que fui devidamente esclarecido (a) quanto aos objetivos e procedimentos desta pesquisa.

Declaro, ainda, estar ciente de que por intermédio deste Termo são garantidos a mim os seguintes direitos: (1) solicitar, a qualquer tempo, maiores esclarecimentos sobre esta Pesquisa; (2) ter ampla possibilidade de negar-me a responder a quaisquer questões ou a fornecer informações que julguem prejudiciais à minha integridade física, moral e social.

São Luís, 04/09/2023

Alana Lisles dos S. Machado

Assinatura do entrevistado